



®

华东师大版

本社 组编

课练

七年级数学 (第一学期)

配上海新教材




华东师范大学出版社

本社 组编

 **华东师大版**

一课一练

七年级数学 (第一学期)

 华东师范大学出版社
· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

华东师大版一课一练. 七年级数学 第一学期/本社组编. —5版. —上海:华东师范大学出版社,2024
ISBN 978-7-5760-4947-3

I. ①华… II. ①本… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料 IV. ①G634

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2024)第 097624 号

HUADONGSHIDA BAN YIKEYILIAN

华东师大版一课一练

七年级数学(第一学期)

编者 本社
总策划 孔令志
项目编辑 应向阳
责任编辑 石战
特约审读 张春莹
责任校对 时东明
封面设计 刘怡霖
版式设计 何莎莎
责任发行 余洁

出版发行 华东师范大学出版社
社址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网址 www.ecnupress.com.cn
电话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印刷者 浙江临安曙光印务有限公司
开本 889 毫米×1194 毫米 1/16
印张 13
字数 308 千字
版次 2024 年 7 月第 5 版
印次 2024 年 7 月第 1 次
书号 ISBN 978-7-5760-4947-3
定价 40.00 元

出版人 王 熠

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

如发现图书内容有差错,
或有更好的建议,请扫描
下面的二维码联系我们。



前 言

在上海,有一套助学读物,可谓“家喻户晓”,曾有“家长不买不放心,学生不做不放心”的美誉,她的名字起初叫《一课一练》,后更名为《华东师大版一课一练》,大家更习惯叫她《一课一练》。

《一课一练》于1993年问世,由本社自主策划、组织编写,是一套精准配套中小学课堂教学的辅导书,展现了上海基础教育的教学成果,获得了广大师生和家长的认可。她的品牌影响力从上海扩大至全国,版权输出到海外,走进了英国的中小学课堂,真正实现了文化的“走出去”。上海版《一课一练》涵盖了从小学到高中阶段的主要学科,全国版《一课一练》目前出版了小学阶段部分品种。《一课一练》曾被评为“改革开放30年最具影响力的300本书”之一,三度获得“上海市著名商标”。她已成为上海这座城市的文化名片。

本丛书(上海版《一课一练》)是一套课后练习系统,帮助学生巩固所学内容,题目设计遵循循序渐进、从易到难的原则。配合课时或课文设计的练习,我们通常称为“普通版”;与此对应的“增强版”(在书名上作了标注),是以周或者大节为单位设计的综合练习。“增强版”总体难度高、综合性强,学生可以根据自己的水平选用。

华东师大出版社很早就提出“学术教辅”的理念,并从先进性、原创性、科学性、规范性、教学性、实用性六方面认认真真、扎扎实实地做好教辅出版。这些都支撑着《一课一练》的茁壮成长。著名数学教育家、原普通高中数学课程标准研制组组长张奠宙教授在《一课一练》英国版出版之时曾撰文《学术教辅:一个新的起点》。他认为:“‘学术教辅(数学)’的终极目标,是要将数学学科内容的学术形态,转化为学生容易理解的教育形态。这种转化,要能高屋建瓴地展现数学内容的本质,恰如其分地符合学生的认知规律……”他强调:“熟能生巧,数学是要动手做题的。基本知识要熟悉,基本技能要熟练,非有一定强度的练习不可。一课一练,就是这种优良数学教育传统的体现。”

优秀的作者团队是立书之本。在《一课一练》的作者队伍中,教研专家是核心,他们对整体的内容有很好的把握,又有很强的协调编写团队的能力。来自教学一线的优秀教师是编写的主力,他们熟悉教材内容,了解教学动态,掌握学生情况,关注考试变化,保证了书稿的质量。参加编写的还有一些大学教师,他们是学科教育专家,为《一课一练》更上一层楼奠定了基础。

《一课一练》的品种不断拓展延伸,《一课一练》的内容始终与时俱进,《一课一练》的形态持续迭代更新,不变的是坚持学术教辅的出版理念,作者和编辑团队的工匠精神,以及服务教育的出版初心。

愿在你的成长中,《一课一练》与你一路相伴!

华东师范大学出版社教辅分社

目 录

第 10 章 整式的加减

10.1 整式	1
10.2(1) 合并同类项(1)	3
10.2(2) 合并同类项(2)	5
习题 10.1—10.2	7
10.3(1) 整式的加减(1)	9
10.3(2) 整式的加减(2)	11
习题 10.3	13
单元练习十	15

第 11 章 整式的乘除

11.1(1) 同底数幂的乘法	20
11.1(2) 幂的乘方	22
11.1(3) 积的乘方	24
11.1(4) 整式的乘法(1)	26
11.1(5) 整式的乘法(2)	28
习题 11.1	30
11.2(1) 乘法公式(1)——平方差公式	32
11.2(2) 乘法公式(2)——完全平方公式	34
11.2(3) 乘法公式(3)	36
11.2(4) 乘法公式(4)	38
习题 11.2	40
11.3(1) 同底数幂的除法	42
11.3(2) 单项式除以单项式	43
11.3(3) 整式除以单项式	44
习题 11.3	46
单元练习十一	48

第12章 因式分解

12.1 因式分解	52
12.2(1) 因式分解的方法(1)——提取公因式法	54
12.2(2) 因式分解的方法(2)——平方差公式法	56
12.2(3) 因式分解的方法(3)——完全平方公式法	58
12.2(4) 因式分解的方法(4)——十字相乘法	60
12.2(5) 因式分解的方法(5)——分组分解	62
习题 12.1—12.2	64
单元练习十二	66

第13章 分式

13.1(1) 分式的意义	70
13.1(2) 分式的基本性质	72
习题 13.1	75
13.2(1) 分式的乘除	77
13.2(2) 分式的加减	80
13.2(3) 整数指数幂	83
习题 13.2	86
13.3(1) 分式方程(1)	88
13.3(2) 分式方程(2)	91
习题 13.3	94
单元练习十三	96

第14章 图形的运动

14.1(1) 平移(1)	101
14.1(2) 平移(2)	105
14.2 旋转	109
习题 14.1—14.2	113
14.3(1) 图形的翻折与轴对称图形	117
14.3(2) 轴对称	120
14.4 中心对称	124
习题 14.3—14.4	127
单元练习十四	130

期中练习一(10.1~12.2(3))	136
期中练习二(10.1~12.2(3))	141
期中练习三(10.1~12.2(3))	146
期末练习一	151
期末练习二	157
期末练习三	162
附录 参考答案	169

第 10 章 整式的加减

10.1 整 式

一、选择题

- 1 单项式 $4x^2y$ 的次数是()。
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
- 2 在下列各组中,是同类项的是()。
(A) x^2y^3 和 x^3y^2 (B) $-xy^2$ 和 $-xy^2z$
(C) $10ab$ 和 $3ba$ (D) $(-a)^3$ 和 $(-2)^3$
- 3 在代数式 x^2+5 、 -1 、 x^2-3x+2 、 $\frac{5}{x}$ 、 $x^2+\frac{1}{x+1}$ 中,整式有()。
(A) 3 个 (B) 4 个 (C) 5 个 (D) 6 个

二、填空题

- 4 代数式 $-\frac{3}{2}xy^2z$ 是_____次_____项式。
- 5 单项式 $-3ax^2$ 的系数是_____,次数是_____次。
- 6 单项式 πr^2 的系数是_____,次数是_____次。
- 7 整式 $\frac{1}{2}x^2-3x+2$ 可看作是由_____,_____和_____这三个单项式求和得到的。
- 8 如果 $x^{m-5}y^4$ 与 $\frac{1}{3}x^2y^{n+1}$ 是同类项,那么 $m =$ _____, $n =$ _____。
- 9 已知 $2a^{x+4}b^{y+1}$ 、 $-3a^3b^{2y-3}$ 和 $4a^z b^{y+1}$ 是同类项,那么 $x+y+z =$ _____。
- 10 观察下列关于 x 的单项式探究其规律: $2x$, $-4x^2$, $6x^3$, $-8x^4$, $10x^5$, $-12x^6$, \dots , 按照上述规律,第 2024 个单项式是_____。

三、解答题

- 11 已知 $(m-3)x^3y^{|m+1|}$ 是关于 x 、 y 的七次单项式,求 m^2-2m+1 的值。
- 12 已知下列式子: $6ab$ 、 $3xy^2$ 、 $\frac{1}{2}ab$ 、 $2a$ 、 $-5\pi ab$ 、 $5x^2y$ 、 $-\frac{4}{3}y^2x$ 。
(1) 写出这些式子中的同类项;
(2) 如果 $2x^{m^2-2}y^{-n}$ 与 $5x^2y$ 是同类项,求 m^{n+4} 的值。

13 已知有如下的一组单项式：

$$7x^3z^2, 8x^3y, \frac{1}{2}x^2yz, -3xy^2z, 9x^4zy, zy^2, -\frac{1}{5}xyz, 9y^3z, xz^2y, 0, 3z^3$$

我们用下面的方法确定它们的先后次序：对任意两个单项式，先看 x 的指数，规定 x 的指数高的单项式排在 x 的指数低的单项式前面；如果 x 的指数相同，那么看 y 的指数，规定 y 的指数高的单项式排在 y 的指数低的单项式前面；如果 y 的指数也相同，那么看 z 的指数，规定 z 的指数高的单项式排在 z 的指数低的单项式前面。将这组单项式按上述方法排序，那么 $9y^3z$ 应排在第几位？

14 同学们来观察某年某月的月历：

日	一	二	三	四	五	六
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

(1) 月历中用方框任意框住的四个数有什么关系？根据所发现的规律填表：

	a

(2) 用方框框住九个数再研究它们的规律；

(3) 某年某月有 5 个星期二，它们的数字之和为 80，那么这个月的 3 号是星期_____。

10.2(1) 合并同类项(1)

一、选择题

1 在下列各组中,不是同类项的是()。

(A) 5^2 与 2^5

(B) $-ab$ 与 ba

(C) $0.5ab^2$ 与 $-2ab^2$

(D) a^2b^3 与 $-a^3b^2$

2 在下列运算中,正确的是()。

(A) $3a + 2b = 5ab$

(B) $2a^3 + 3a^2 = 5a^5$

(C) $3a^2b - 3ba^2 = 0$

(D) $5a^2 - 4a^2 = 1$

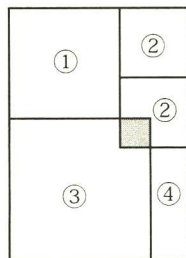
3 如图,将三种大小不同的正方形纸片①,②,③和一张长方形纸片④,平铺在长方形桌面上,重叠部分(图中阴影部分)是正方形,如果要求长方形桌面长与宽的差,只需知道()。

(A) 正方形①的边长

(B) 正方形②的边长

(C) 阴影部分的边长

(D) 长方形④的周长



第3题图

二、填空题

4 如果 $-a^m b^n$ 与 $5ab^2$ 的和仍是单项式,那么 $m+n$ 的值是_____。

5 如果单项式 $-x^{a+1}y$ 与 $\frac{1}{2}x^3y^{b-2}$ 是同类项,那么 $(a-b)^{2024} =$ _____。

6 合并同类项: $-4x - 3x + 5x =$ _____。

7 合并同类项: $4x^2 - 0.5x - 3x^2 + 0.2x =$ _____。

8 合并同类项: $3x^2 - xy^2 + 2 + \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}xy^2 - 3 =$ _____。

9 如果单项式 $5x^{a+3b}y^5$ 与 $-3x^7y^{2a+3b}$ 的差是一个单项式,那么这两个单项式的差是_____。

10 某水果店销售 40 千克香蕉,第一天售价为 8 元/千克,第二天降为 6 元/千克,第三天再降为 4 元/千克。三天全部售完,共计所得 240 元。如果该店第二天销售了 k 千克,那么第三天销售香蕉_____千克。(用含 k 的代数式表示)

三、解答题

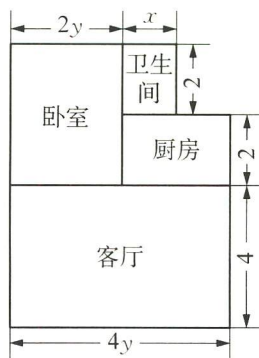
11 先化简,再求值: $2x^2 - 5xy + 2y^2 + x^2 - xy - 2y^2$, 其中 $x = -1, y = 2$ 。

12 如果关于 x 的多项式 $3x^4 - 2x^3 + 5x^2 + kx^3 + mx^2 + 4x + 5 - 7x$ 合并同类项后不含 x^3 和 x^2 项,求 m^k 的值。

13 任取一个两位数,例如 52,把它的数字位置对调得到 25,那么 $52 + 25 = 77$ 是 11 的倍数,是否一切两位数都有这种性质,为什么?

14 一套房子的地面结构如图所示,根据图中的数据(单位:m),解答下列问题:

(1) 用含 x 、 y 的式子表示地面总面积;



第 14 题图

(2) 当 $x = 4$, $y = 2$ 时,如果铺 1 m^2 地砖的费用为 30 元,那么地面铺地砖的总费用是多少元?

10.2(2) 合并同类项(2)

一、选择题

- 1 在下列关于多项式 $ab - 2ab^2 - 1$ 的说法中,正确的是()。
- (A) 次数是 5 (B) 二次项系数是 0
(C) 最高次项是 $-2ab^2$ (D) 常数项是 1
- 2 如果多项式 $3x^{|m|}y^2 + (m+2)x^2y - 1$ 是四次二项式,那么 m 的值为()。
- (A) 2 (B) -2 (C) ± 2 (D) ± 1
- 3 在下列说法中,正确的是()。
- (A) 式子 $\frac{2a+b}{3}$ 不是多项式
(B) 多项式 $4x^2 + 3x - 2$ 的一次项是 $3x - 2$
(C) 多项式 $-x^4 + 1 + 2x^3$ 是四次三项式
(D) 多项式 $x^2 + y - 1$ 的二次项系数为 x^2

二、填空题

- 4 将多项式 $m^3n - 2n^2 + \frac{1}{3}mn^4 + \frac{1}{4}m^2$ 按字母 m 升幂排列得_____。
- 5 将多项式 $m^3n - 2n^2 + \frac{1}{3}mn^4 + \frac{1}{4}m^2$ 按字母 n 降幂排列得_____。
- 6 多项式 $xy^2 - 3x^2y^3 + 4x^5 - 6$ 是_____次_____项式,最高次项是_____。
- 7 如果多项式 $x^{5-m}y^{4+m} + 2x^{m-1}y^m + m$ 是五次多项式,那么整数 $m =$ _____。
- 8 如果 $x^3y^n + nx^5$ 是关于 x, y 的五次二项式,那么整数 n 的值是_____。
- 9 多项式 $5x^2 - 4xy + 3y^2 + 2x + y - 1$ 的各项系数和是_____。
- 10 已知五次五项式 $x^5 + x^{n-1} + x^2 - x + 3$ 已按字母 x 降幂排列,那么 n 可取的值是_____。

三、解答题

- 11 先化简代数式 $5.4x^2 - 0.6xy + 8y^2 - 1.4xy + 0.6x^2$,再求当 $-3a^{x+2}b^{2x-1}$ 与 $5a^{8-x}b^{4y+3}$ 是同类项时,该代数式的值。

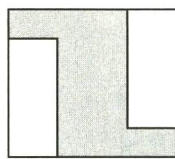
12 已知一个整式为 $(a-2)x^2 - 3x - (a+3)$ 。

- (1) 如果它是关于 x 的一次式, 求 a 的值, 并写出该一次式;
- (2) 如果它是关于 x 的二次二项式, 求 a 的值, 并写出该二次二项式;
- (3) 如果它是关于 x 的二次式, 求 a 的取值范围。

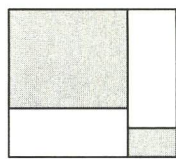
13 把如图①的两张大小相同的长方形卡片放置在图②与图③中两个相同的大长方形中, 已知这两个大长方形的长比宽长 15 cm, 如果记图②中阴影部分的周长为 C_1 , 图③中阴影部分的周长为 C_2 , 求 $C_1 - C_2$ 。



第 13 题图①



第 13 题图②



第 13 题图③

14 阅读材料:

我们知道, $2x + x - 4x = (2+1-4)x = -x$, 类似地, 我们把 $(a+b)$ 看成一个整体, 那么 $2(a+b) + (a+b) - 4(a+b) = (2+1-4)(a+b) = -(a+b)$ 。“整体思想”是中学数学中一种重要的思想方法, 它在多项式的化简求值中应用极为广泛。

尝试应用:

- (1) 把 $(a-b)$ 看成一个整体, 化简 $3(a-b)^2 - 7(a-b)^2 + 2(a-b)^2$ 的结果是_____;
- (2) 已知 $x + 2y = 5$, 求代数式 $-3x - 6y + 21$ 的值;
- (3) 已知 $a - 2b = 3$, $2b - c = -5$, $c - d = 10$, 求 $(a - c) + (2b - d) - (2b - c)$ 的值。

习题 10.1—10.2

一、选择题

- 1 已知一个单项式的系数为 -3 ,次数为 4 ,这个单项式可以是()。
- (A) -3^2xy (B) $3x^2y^2$ (C) $-3x^2y^2$ (D) $4x^3$
- 2 已知 m 、 n 为常数,三个单项式 $4x^2y$ 、 $mx^{3-n^2}y$ 、 $8x^3y$ 的和仍为单项式,那么 $m+n$ 的值的个数共有()。
- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个
- 3 在下列说法中,不正确的是()。
- (A) $-abc^2$ 的系数是 -1 ,次数是 4
- (B) $\frac{3xy}{4\pi} - 2x$ 是整式
- (C) $2\pi R^2 + 3R$ 是二次二项式
- (D) $3x^2 - 6x + 1$ 的项是 $3x^2$, $6x$, 1

二、填空题

- 4 如果 $ax^2 + x^2 - 3x^2 = 2x^2$,那么 $a =$ _____。
- 5 多项式 $x - 2x^2y^2 + 3x^3 - 2$ 的次数是_____。
- 6 如果关于 x 、 y 的单项式 $\frac{1}{3}x^{2m+n}y^{m+1}$ 与 $2x^4y^{n+3}$ 是同类项,那么 mn 的值是_____。
- 7 当 $x = -4$ 时,代数式 $2ax^3 - 3bx + 8$ 的值为 48 ,那么当 $x = 4$ 时,该代数式的值为_____。
- 8 将 $-10x^2 + 13x^3 - 2 + 3x^3 - 4x^2 - 3 + 5x^2$ 合并同类项的结果,按字母 x 的降幂排列,得_____。
- 9 当 $a + a^2 = 6$, $b + a^2 = 3$ 时, $25(a-b)^2 + 16(a-b)^2 - 38(a-b)^2 =$ _____。
- 10 当 $x < 0$, $y > 0$ 时,化简: $|1-x+y| - |x-y| =$ _____。

三、解答题

- 11 当 $|x-3| + |x-1+y| = 0$ 时,求代数式 $\frac{1}{2}x^2y - xy^2 + \frac{1}{3}xy - 2x^2y + 0.5xy - \frac{3}{2}xy^2$ 的值。

12 已知关于 x 的多项式 $mx^4 + (m-3)x^3 - (n+2)x^2 + 4x - n$ 不含二次项和三次项。

(1) 求这个多项式；

(2) 当 $x=2$ 时,求这个多项式的值。

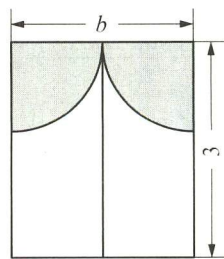
13 一个三位数,它的十位上的数字是百位上的数字的平方,个位上的数字比百位上的数字的 2 倍少 1,如果记百位上的数字是 x ,先写出这个三位数的表达式(按字母 x 的降幂排列),再写出所有满足条件的三位数。

14 明明爸爸准备在窗户上挂装饰物,如图所示,它们由两个四分之一圆组成(半径相同)。请解答下列问题:

(1) 用整式表示装饰物的面积(结果保留 π);

(2) 用整式表示窗户能射进阳光部分的面积(结果保留 π);

(3) 如果 $b = \frac{2}{3}$, 求出窗户能射进阳光部分的面积(π 取 3)。

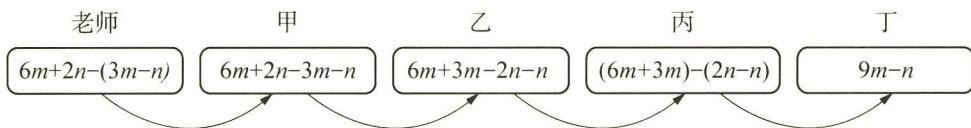


第 14 题图

10.3(1) 整式的加减(1)

一、选择题

- 1 在下列各式中,去括号正确的是()。
- (A) $a-(b-c)=a-b-c$
 (B) $-a+(b-c)=-a-b+c$
 (C) $-(a-b)+c=-a-b+c$
 (D) $-(a-b)-c=-a+b-c$
- 2 老师设计了一个接力游戏,用合作的方式完成化简代数式,规则是:每名同学只能利用前面一个同学的式子,进一步计算,再将结果传给下一个同学,最后解决问题。过程如下:



- 接力中,自己负责的一步正确的是()。
- (A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁
- 3 如果多项式 $2(x^2-xy-3y)-(3x^2-axy+y^2)$ 中不含 xy 项,那么 a 的值为()。
- (A) 2 (B) -2 (C) 0 (D) 1

二、填空题

- 4 去括号: $(x+2y)-(3a-4b)=$ _____。
- 5 去括号: $-(x+2y)-(3a+4b)=$ _____。
- 6 $(x+2y)-(3a-4b)=2y-($ _____ $)$ 。
- 7 $(13x-11y)-($ _____ $)=10x-(x-2y)$ 。
- 8 已知 $-x+3y=2$,那么 $2(x-3y)^3-3(3y-x)^2-(x-3y)$ 的值等于_____。
- 9 已知 A 是关于 x 的五次多项式, B 是关于 x 的四次多项式,那么多项式 $A+B$ 的次数是_____次,多项式 $B-A$ 的次数是_____次。
- 10 已知 $a<0<c$, $ab>0$,且 $|b|>|c|>|a|$,化简 $|a+c|+|b+c|-|a-b|=$ _____。

三、解答题

- 11 当 $x=-\frac{1}{2}$, $y=-3$ 时,求代数式 $3(x^2-2xy)-[3x^2-2y+2(xy+y)]$ 的值。

12 已知 $A = ax^2 - 2bx + 6$, $B = x^2 + ax - 5$, $A - B = -2x^2 - 3x + 11$, 求 $A + B$ 。

13 已知多项式 $(2x^2 + ax - y + 6) - (bx^2 - 2x + 5y - 1)$ 。

(1) 如果多项式的值与字母 x 的取值无关, 求 a 、 b 的值;

(2) 在(1)的条件下, 先化简多项式 $2(a^2 - ab + b^2) - (a^2 + ab + 2b^2)$, 再求它的值。

14 【方法】有一种整式处理器, 能将二次多项式处理成一次多项式, 处理方法是: 将二次多项式的二次项系数与一次项系数的和(和为非零数)作为一次多项式的一次项系数, 将二次多项式的常数项作为一次多项式的常数项。例如: $A = x^2 + 2x - 3$, A 经过处理器得到 $B = (1 + 2)x - 3 = 3x - 3$ 。

【应用】如果关于 x 的二次多项式 A 经过处理器得到 B , 根据以上方法, 解决下列问题:

(1) 填空: 如果 $A = 3x^2 - 2x + 5$, 那么 $B =$ _____;

(2) 如果 $A = 4x^2 - 5(2x - 3)$, 求关于 x 的方程 $B = 9$ 的解。

【延伸】(3) 已知 $M = x - 2(m - 4)x^2 + 7$, M 是关于 x 的二次多项式, 如果 N 是 M 经过处理器得到的整式, 满足 $N = 3x + 7$, 求 m 的值。

10.3(2) 整式的加减(2)

一、选择题

1 $2a - 3$ 减去一个多项式所得的差为 $4a^2 + 5a - 6$, 这个多项式是()。

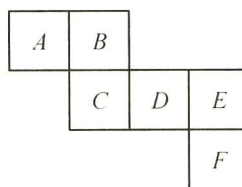
- (A) $-4a^2 - 3a - 9$ (B) $-4a^2 - 3a + 3$
 (C) $4a^2 + 3a - 3$ (D) $4a^2 + 3a - 9$

2 淘气的妹妹用手掌捂住了哥哥作业本上的一个正确的演算过程, 妹妹所捂住的多项式为()。

$+(-2a+7) = 5a^2 + a - 1$

- (A) $5a^2 - a - 8$ (B) $5a^2 + 3a - 8$
 (C) $5a^2 - a + 6$ (D) $-5a^2 - 3a + 8$

3 如图, 是一个正方体的表面展开图, $A = x^3 + x^2y + 3$, $B = x^2y - 3$, $C = x^3 - 1$, $D = -(x^2y - 6)$, 且相对两个面所表示的代数式的和都相等, 那么 E 代表的代数式是()。



- (A) $x^3 - x^2y + 12$ (B) $x^3 + 10$
 (C) 10 (D) $x^2y - 12$

第3题图

二、填空题

- 4 $a^2 - b^2 - a + b = (a^2 - a) - (\underline{\hspace{2cm}})$ 。
- 5 化简: $(-7x^3 - 2x^2) - 2(3x^2 - 5x^3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 6 化简: $-[-(7x^3 - 2x^2) - 2(-3x^2 + 5x^3)] = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7 长方形一边长为 $3a + 4b$, 另一边长为 $a - b$, 那么这个长方形的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 如果 $a^2 + 2ab = 4$, $b^2 - 3ab = -2$, 那么 $2a^2 + b^2 + ab = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 一个两位数, 个位上的数字是 x , 十位上的数字比个位上的数字的 2 倍少 8, 那么这个两位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10 已知: $A = x^3 + 2x + 3$, $B = 2x^3 - mx + 2$, 计算 $2A - B$ 的值时发现计算结果与字母 x 的取值无关, 那么此时 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

11 计算整式 A 减去整式 $B = xy - 3yz$ 时, 误计算为 $A + B$, 得到的答案是 $2yz - 4zx + xy$, 问: $A - B$ 的正确答案应该是什么?

12 已知 $A = -\frac{5}{6}x^2 + \frac{4}{3}xy + \frac{3}{4}y^2$, $B = \frac{1}{12}x^2 - \frac{1}{6}xy + \frac{1}{2}y^2$, 求 $A - 2B$ 。

13 已知含字母 x 、 y 的多项式:

$$3[x^2 + 2(y^2 + xy - 2)] - 3(x^2 + 2y^2) - 4(xy - x - 1)。$$

(1) 化简此多项式;

(2) 小红取 x 、 y 互为倒数的一对数值代入化简的多项式中, 恰好计算得多项式的值等于 0, 那么小红所取的字母 y 的值等于多少?

(3) 聪明的小明从化简的多项式中发现, 只要字母 y 取一个固定的数, 无论字母 x 取何数, 代数式的值恒为一个不变的数, 请你通过计算求出小明所取的字母 y 的值。

14 如果一个四位自然数 $M = \overline{abcd}$ 的各数位上的数字互不相等, 且满足 $\overline{ab} + \overline{cd} = 130$, 那么称这个四位数为“大吉数”。

(1) 如果 $\overline{36m4}$ 是“大吉数”, 那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如果一个“大吉数” M 的前三个数字组成的三位数 \overline{abc} 与后三个数字组成的三位数 \overline{bcd} 的和能被 11 整除, 求满足条件的 M 的最大值。

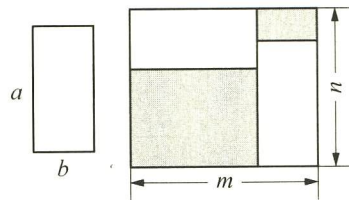
习题 10.3

一、选择题

- 1 如果要使 $(ax^2 - 2xy + y^2) - (-x^2 + bxy + 4y^2) = 5x^2 - 6xy + cy^2$ 始终成立,那么 a 、 b 、 c 的值分别是()。
- (A) 4、4、3 (B) -4、4、-3 (C) 4、-4、-3 (D) 4、4、-3
- 2 已知 $R = a^2 + b^2 - c^2$, $P = -4a^2 + 2b^2 + 3c^2$, 如果 $R - P + Q = 0$, 那么 $Q =$ ()。
- (A) $-5a^2 + b^2 + 4c^2$ (B) $5a^2 - 3b^2 + 4c^2$
 (C) $3a^2 - 3b^2 - 2c^2$ (D) $3a^2 + b^2 + 4c^2$
- 3 小文在做多项式的减法运算时,将减去 $2a^2 + 3a - 5$ 误认为是加上 $2a^2 + 3a - 5$,求得的答案是 $a^2 + a - 4$ (其他运算无误),那么正确的结果是()。
- (A) $-a^2 - 2a + 1$ (B) $-3a^2 + a - 4$
 (C) $a^2 + a - 4$ (D) $-3a^2 - 5a + 6$

二、填空题

- 4 计算: $3a - (4a - 5b) + 2\left(\frac{1}{3}a - 2b\right) =$ _____。
- 5 计算: $-[-(0.1x - y)] + 2(x + 0.2y) =$ _____。
- 6 一个多项式 M 减去多项式 $2x^2 + 5x - 3$ 得到结果为 $-x^2 + 3x - 7$,那么多项式 $M =$ _____。
- 7 如果 $M = m^2 - 5m - 3$, $N = 2m^2 - 5m - 2$, 那么 M _____ N (填“<”“>”或“=”)。
- 8 已知: $x > 0$, $y < 0$ 且 $|x| < |y|$, 那么 $|x - 3y| - |x + y| =$ _____。
- 9 如果三角形的一边长为 $3m$, 另一边比它短 $m - n$, 第三边比第二边长 $2n$, 那么该三角形的周长为_____。
- 10 已知有 2 个完全相同的边长为 a 、 b 的小长方形和 1 个边长为 m 、 n 的大长方形,把这 2 个小长方形按如图所示放置在大长方形中,小明经过推理得知,要求出图中阴影部分的周长之和,只需知道 a 、 b 、 m 、 n 中的一个量即可,那么要知道的那个量是_____。



第 10 题图

三、解答题

- 11 先化简,再求值: $4x^2y - [6xy - 3(4xy - 2) - x^2y] + 1$, 其中 $|x + 1| + (y - 2)^2 = 0$ 。

12 已知代数式 $A = x^2 + xy + 2y - \frac{1}{2}$, $B = 2x^2 - 2xy + x - 1$ 。

(1) 求 $2A - B$; (2) 当 $x = -1$, $y = -2$ 时, 求 $2A - B$ 的值。

13 小明准备完成题目: 化简 $(\square x^2 + 6x + 8) - (6x + 5x^2 + 2)$, 他发现系数“ \square ”印刷得不清楚。

(1) 他把“ \square ”猜成 3, 请你化简: $(3x^2 + 6x + 8) - (6x + 5x^2 + 2)$;

(2) 他妈妈说: “你猜错了, 我看到该题的标准答案是常数。”请通过计算说明原题中“ \square ”代表的数字是多少?

14 阅读材料: 对于一个正数 x , 以下给出了判断正数 x 是否为 7 的倍数的一种方法: 每次划掉该数的最后一位数字, 将剩下的数与划掉的数字的两倍相减得到它们的差, 称为一次操作, 依此类推, 直到数变为 100 以内的数为止。如果该数是 7 的倍数, 那么最初的数 x 就是 7 的倍数, 否则数 x 就不是 7 的倍数。以 $x = 266$ 为例, 经过第一次操作得到 14, 因为 14 是 7 的倍数, 所以 266 是 7 的倍数。当数 x 的位数更多时, 这种方法仍然适用。

小天尝试说明该方法的道理, 他发现解决问题的关键是每次判断过程的第一次操作, 后续的操作道理都与第一次相同, 于是他列出了如下表格进行分析。

(1) 请你补全小天列出的表格:

x	x 的表达式	第一次操作得到的差, 记作 $M(x)$
266	$266 = 10 \times 26 + 6$	$M(266) = 26 - 2 \times 6$
875	$875 = \underline{\hspace{2cm}}$	$M(875) = \underline{\hspace{2cm}}$
...

(2) \overline{abc} 表示 $100a + 10b + c$, 其中 $1 \leq a \leq 9$, $0 \leq b \leq 9$, $0 \leq c \leq 9$, a, b, c 均为整数, 利用以上信息说明: $M(\overline{abc})$ 是 7 的倍数时, \overline{abc} 也是 7 的倍数。

单元练习十

一、选择题

1 在下列代数式： $\frac{1}{2}ab$ 、 $\frac{a+b}{2}$ 、 ab^2+b+1 、 $\frac{3}{x}+\frac{2}{y}$ 、 x^3+x^2-3 、 $\pi+2$ 、 $\frac{3a+2}{5x}$ 中，整式有 ()。

- (A) 2个 (B) 3个 (C) 4个 (D) 5个

2 在下列结论中，正确的是()。

(A) 单项式 m 的次数是 1，没有系数

(B) 多项式 $2x^2+xy+5^3$ 是三次三项式

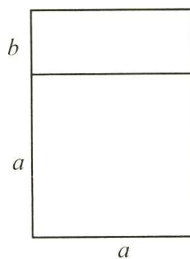
(C) 单项式 $\frac{3xy^2}{7}$ 的系数是 $\frac{1}{7}$ ，次数是 3

(D) 单项式 $-\frac{2}{3}xy^2z$ 的系数是 $-\frac{2}{3}$ ，次数是 4

3 学校新建教学大楼拟用不锈钢制造一个上面是一个长方形、下面是一个正方形的窗户，相关数据(单位：米)如图所示，那么制造这个窗户所需不锈钢的总长是()。

(A) $(4a+2b)$ 米 (B) $(3a+2b)$ 米

(C) $(6a+2b)$ 米 (D) $(5a+2b)$ 米



第 3 题图

4 某同学计算一个多项式加上 $xy-3yz-2xz$ 时，误认为是减去此式，计算出的结果为 $xy-2yz+3xz$ ，那么正确结果是()。

(A) $2xy-5yz+xz$ (B) $3xy-8yz-xz$

(C) $yz+5xz$ (D) $3xy-8yz+xz$

5 规定符号 (a, b) 表示 a, b 两个数中较小的一个，规定符号 $[a, b]$ 表示 a, b 两个数中较大的一个。例如 $(3, 1)=1$ ， $[3, 1]=3$ 。那么化简 $(m, m-2)+[-m, -m-1]=$ ()。

(A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) $2m$

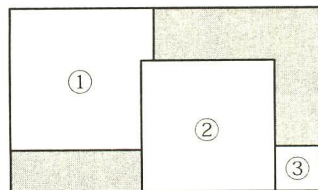
6 如图，在一个大长方形中放入三个边长不等的小正方形①、②、③，如果要求出两个阴影部分周长的差，那么只要知道()。

(A) 正方形①的面积

(B) 正方形②的面积

(C) 正方形③的面积

(D) 大长方形的面积



第 6 题图

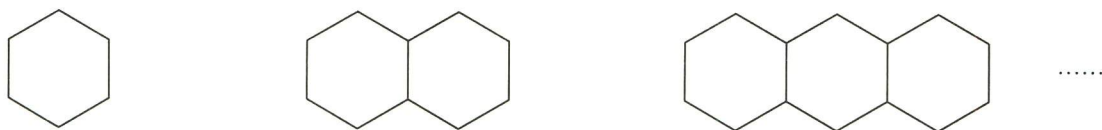
二、填空题

7 单项式 $-\frac{a^2b^3}{3}$ 的系数是_____。

8 多项式 $3x^2y-5x^3y^2+xy^4$ 的次数是_____。

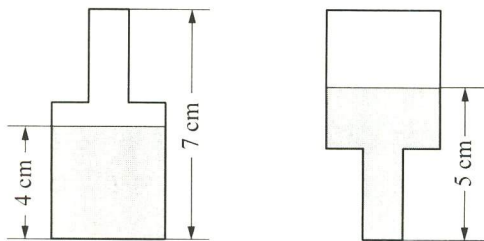
9 写出一个次数为 3，且含有字母 a, b 的整式：_____。

- 10 如果 $a - b = 2$, $b - c = 3$, 那么 $a - c =$ _____。
- 11 化简: $-3(2x - y) - 2(4x + \frac{1}{2}y) =$ _____。
- 12 如果 $3x^2y^n$ 与 $4x^m y^3$ 是同类项, 那么 $m - n =$ _____。
- 13 多项式 $3x^4 - 2xy^2 + 5x^2y^3 - x + \frac{1}{2}x^3y$ 按 x 的降幂排列是 _____。
- 14 如果多项式 $12x^{|m|} - (m - 2)x + 6$ 是关于 x 的二次三项式, 那么 m 的值是 _____。
- 15 如果 $x + 2y - 2 = 0$, 那么 $4x + 8y - 7 =$ _____。
- 16 如果关于 x 、 y 的多项式 $4x^2y + 7mxy - 5y^3 + 14xy$ 化简后不含二次项, 那么 $m =$ _____。
- 17 如果两个单项式 $2x^{m-2}y^{n+4}$ 与 $-3xy^{2n+2}$ 的和也是单项式, 那么 $m + n$ 的值是 _____。
- 18 小明在做整式运算时, 把一个多项式减去 $2ab - 3bc + 4$ 误看成加上这个式子, 得到的答案是 $4ab + 2bc + 1$, 那么正确答案是 _____。
- 19 观察下图, 其中第 1 个图形由 1 个正六边形组成, 第 2 个图形由 2 个正六边形组成, 第 3 个图形由 3 个正六边形组成, 以此类推。那么第 6 个图形中共有 _____ 条线段; 第 n 个图形中共有 _____ 条线段。(用含 n 的式子表示)



第 19 题图

- 20 一个盖着瓶盖的瓶子里面装着一些水(如下图所示), 瓶底的面积为 $a \text{ cm}^2$, 根据图中标明的数据可求得瓶子的容积是 _____ cm^3 。



第 20 题图

三、简答题

- 21 化简: $-3x^2y + [4xy - 2(3xy - 2x^2y) + xy]$ 。

22 先化简,再求值: $2(a^2 - ab) - \frac{2}{3}(b^2 - 3ab)$, 其中 $a = -1, b = 3$ 。

23 先化简,再求值: $-2x^2 + 3xy - x^2 + 2y^2 + 4x^2 + xy - 3y^2$, 其中 $x = \frac{1}{2}, y = 3$ 。

24 先化简,再求值: $2\left(-3xy + \frac{5}{2}x^2\right) - [2x^2 - 3(2xy - x^2) - 2xy]$, 其中 x, y 满足 $(x + 2)^2 + |2y - 1| = 0$ 。

四、解答题

25 已知关于 x 的整式 $(|k| - 3)x^3 + (k - 3)x^2 - k$ 。

(1) 如果是二次式,求 $k^2 + 2k + 1$ 的值;

(2) 如果是二项式,求 k 的值。

26 如果两个关于 x, y 的单项式 $-mx^{a+2}y^3$ 与 $2nx^{3a-4}y^3$ 是同类项(其中 $xy \neq 0$)。

(1) 求 a 的值;

(2) 如果它们的和为零,求 $(2m - 4n - 1)^{2024}$ 的值。

27 已知代数式 $A = 2x^2 + 5xy - 7y - 3$, $B = x^2 - xy + 2$ 。

(1) 当 $x = -1$, $y = 2$ 时, 求 $A - 3B$ 的值;

(2) 如果 $A - 2B$ 的值与 y 的取值无关, 求 x 的值。

28 如果关于 x 的多项式 $mx^4 + 4x^2 - \frac{1}{2}$ 与多项式 $3x^n + 5x$ 的次数相同, 求 $\frac{1}{2}n^3 - 2n^2 + 3n - 4$ 的值。

29 定义: 如果 $a + b = 2$, 那么称 a 与 b 是关于 1 的平衡数。

(1) 3 与 _____ 是关于 1 的平衡数, $5 - x$ 与 _____ 是关于 1 的平衡数(用含 x 的代数式表示);

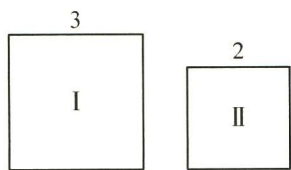
(2) 如果 $a = 2x^2 - 3(x^2 + x) + 4$, $b = 2x - [3x - (4x + x^2) - 2]$, 判断 a 与 b 是不是关于 1 的平衡数, 并说明理由。

30 现有三种边长分别为 3、2、1 的正方形卡片(如图①),分别记为 I、II、III。还有一个长为 a , 宽为 b 的长方形。

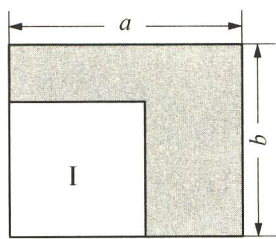
(1) 如图②, 将 I 放入长方形中, 试用含 a 、 b 的代数式表示阴影部分的面积, 并求当 $a = 4.5$, $b = 4$ 时阴影部分的面积;

(2) 将 I、II 两张卡片按图③的方式, 放置在长方形中, 试用含 a 、 b 的代数式表示阴影部分的面积, 并求当 $a = 4.5$, $b = 4$ 时阴影部分的面积;

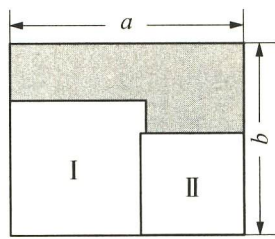
(3) 将 I、II、III 三张卡片按图④的方式, 放置在长方形中, 求右上角阴影部分与左下角阴影部分周长的差。



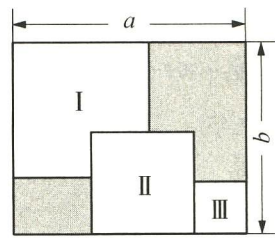
第 30 题图①



第 30 题图②



第 30 题图③



第 30 题图④

第 11 章 整式的乘除

11.1(1) 同底数幂的乘法

一、选择题

- 1 下列运算中,正确的是()。
- (A) $a^4 \cdot a^4 = a^{16}$ (B) $a^5 \cdot a^5 = a^{10}$
(C) $a^6 + a^6 = a^{12}$ (D) $a^7 \cdot a^7 = 2a^7$
- 2 如果 $a \cdot 2 \cdot 2^3 = 2^8$,那么 $a =$ ()。
- (A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 32
- 3 下列说法中,正确的是()。
- (A) $-a^n$ 与 $(-a)^n$ 互为相反数 (B) 当 n 为奇数时, $-a^n$ 和 $(-a)^n$ 相等
(C) 当 n 为偶数时, $-a^n$ 和 $(-a)^n$ 相等 (D) $-a^n$ 和 $(-a)^n$ 一定不相等

二、填空题

- 4 用幂的形式表示结果: $(-2)^3 \times (-2)^4 \times (-2)^5 =$ _____。
- 5 用幂的形式表示结果: $(a-b)^6 \cdot (b-a)^7 \cdot (a-b)^8 =$ _____。
- 6 用幂的形式表示结果: $(4 \cdot 2^n) \cdot (2 \cdot 2^n) =$ _____。
- 7 如果 $a^3 \cdot a^m \cdot a^{2m+1} = a^{25}$,那么 $m =$ _____。
- 8 计算: $(-2)^{99} + (-2)^{100} =$ _____。
- 9 已知 $27 = 9 \times 3^{a+3}$, $16 = 4 \times 2^{2b-2}$,那么 $a + b =$ _____。
- 10 已知 $2^a = 3$, $2^b = 5$, $2^c = 30$,那么 a, b, c 之间的关系是 _____。

三、解答题

- 11 计算: $-a^3 \cdot a^6 + 2a^4 \cdot a^2 \cdot a^3 - 3a^7$ 。
- 12 计算: $-x^4 \cdot (-x)^5 - (-x)^4 \cdot (-x)^5 + x^2 \cdot (-x)^3 \cdot (-x)^4$ 。

14 已知 $(a+b)^a \cdot (b+a)^b = (a+b)^5$, 且 $(a-b)^{a+4} \cdot (a-b)^{4-b} = (a-b)^7$ ($a+b \neq 0, 1$); $a-b \neq 0, 1$), 求 $a^a b^b$ 的值。

13 已知 $a^x = 5$, $a^{x+y} = 35$, 求 $a^x + a^y$ 的值。

11.1(2) 幂的乘方

一、选择题

1 在下列运算中,正确的是()。

(A) $a^2 + a^3 = a^5$

(B) $a^2 \cdot a^4 = a^8$

(C) $(a^2)^3 = a^5$

(D) $(-a^3)^2 = a^6$

2 计算: $(a^2)^3 \cdot a^5 = ()$ 。

(A) a^{10}

(B) a^{11}

(C) a^{13}

(D) $3a^7$

3 m 、 n 为正整数,如果 $(-a^m)^n = -a^{mn}$ 成立,那么()。

(A) m 、 n 必同为奇数

(B) m 、 n 必同为偶数

(C) m 必为奇数

(D) n 必为奇数

二、填空题

4 计算: $[(a^2)^3]^6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5 计算: $(a^2)^3 \cdot a^6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6 计算: $(a^2 \cdot a^3)^6 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7 如果 $3^m = 2$,那么 $3^{2m} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 如果 $2^x = 5$, $2^y = 3$,那么 $2^{2x+y} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 如果 $2^n = 3$,那么 $2^{2n} + 2^{3n} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 比较大小: $2^{75} \underline{\hspace{1cm}} 3^{50}$ 。(填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)

三、解答题

11 计算: $(-x^3)^2 \cdot (-x^2)^3 + (-x) \cdot (-x)^2 \cdot (-x)^3 - [-(-x)^2]^3$ 。

12 计算: $[(a-b)^3]^m \cdot [(b-a) \cdot (a-b)^m]^5$ 。

13 已知 $a^{3m} = 3$, $b^{3n} = 2$, 求 $(a^{3m})^3 + (b^n)^3 - a^{2m} \cdot b^n \cdot a^{4m} \cdot b^{2n}$ 的值。

14 (1) 计算下列各式, 并用幂的形式表示结果。

$$(2^4)^3 = \underline{\hspace{2cm}}, (2^3)^4 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(x^5)^2 = \underline{\hspace{2cm}}, (x^2)^5 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$[(-2)^4]^3 = \underline{\hspace{2cm}}, [(-2)^3]^4 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$[(a+b)^3]^5 = \underline{\hspace{2cm}}, [(a+b)^5]^3 = \underline{\hspace{2cm}}。$$

(2) 观察第(1)题的计算结果, 你有什么发现? 把你的发现用适当的数学符号表示出来。

(3) 应用第(2)题的结论计算 $[(2^{\frac{1}{2}})^3]^2$ 的值。

11.1(3) 积的乘方

一、选择题

- 1 计算： $(-2a^2b)^4$ 的结果正确的是()。
- (A) $-2a^8b^4$ (B) $8a^8b^4$ (C) $16a^8b^4$ (D) $16a^6b^4$
- 2 下列运算中错误的是()。
- (A) $(-m^3)^2 \cdot (-n^2)^3 = m^6n^6$ (B) $[(-m^3)^2 \cdot (-n^2)^3]^3 = -m^{18}n^{18}$
- (C) $(-m^3n)^2 \cdot (-mn^2)^3 = -m^9n^8$ (D) $(-m^2n)^3 \cdot (-mn^2)^3 = m^9n^9$
- 3 计算： $2^{2021} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{1010}$ 的值为()。
- (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) 4 (D) $\left(\frac{1}{2}\right)^{1011}$

二、填空题

- 4 $32a^5b^{15} = (\underline{\hspace{2cm}})^5$ 。
- 5 计算： $\left(-\frac{3}{4}a^2b^3\right)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 6 如果 $3^m = 2$, $5^m = 3$, 那么 $15^{2m} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7 计算： $(-3x^3)^2 - (-3x^2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 计算： $(a^m)^n \cdot (a^n b)^m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 如果 $a^m = 2$, $b^m = 5$, 那么 $(a^2 b)^m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10 已知 $2^n = a$, $5^n = b$, $20^n = c$, 那么 a 、 b 、 c 之间满足的等量关系是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

11 计算： $(-x)^2 \cdot (-2xy^3)^3 + (-2x^2y^4)^2 \cdot (-xy)$ 。

12 如果 $a = 5^7$, $b = 7^5$, 用字母 a 、 b 表示 35^{35} 。

13 已知 $2^{x+3} \cdot 3^{x+3} = 36^{x-2}$, 求 x 的值。

14 下框中是东东同学完成的一道作业题, 请你参考东东的方法解答下列问题。

东东的作业

计算: $4^5 \times (-0.25)^5$ 。

解: 原式 $= (-4 \times 0.25)^5 = (-1)^5 = -1$ 。

(1) 计算:

① $8^{2024} \times (-0.125)^{2024}$;

② $\left(\frac{12}{5}\right)^{11} \times \left(\frac{5}{6}\right)^{13} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{12}$ 。

(2) 如果 $3 \times 9^n \times 81^n = 3^{25}$, 求 n 的值。

11.1(4) 整式的乘法(1)

一、选择题

- 1 如果 $\square \times 3ab = -27a^2b^3$, 那么 \square 内应填的代数式是()。
- (A) $9ab^2$ (B) $-9a^2b$ (C) $-9ab^2$ (D) $9a^2b$
- 2 如果 $(x^2 + ax + 1)(-6x^3)$ 的展开式中不含 x^4 项, 那么 $a =$ ()。
- (A) -6 (B) 0 (C) $\frac{1}{6}$ (D) -1
- 3 下列各式中, 计算错误的是()。
- (A) $[(-a)^2(-b^2)]^3 = -a^6b^6$ (B) $[(-a^3)^2(-b^2)^3]^3 = -a^{18}b^{18}$
- (C) $(-a^3b)^2(-ab^2)^3 = -a^9b^8$ (D) $(-a^2b)^3(-ab^2)^3 = -a^9b^9$

二、填空题

- 4 计算: $(-5a^2b)\left(-\frac{3}{5}ab^3\right) =$ _____。
- 5 计算: $-\frac{2}{3}ab\left(6a^2b - \frac{3}{2}a + 3b^2\right) =$ _____。
- 6 用科学记数法表示: $(2 \times 10^3) \cdot (8 \times 10^5) =$ _____。
- 7 如果单项式 $-3x^3y^a$ 与 $\frac{1}{3}x^{b-3}y^3$ 是同类项, 那么这两个单项式的积为 _____。
- 8 当 $x^n = 2$ 时, 求值: $x^{5n} \cdot \left(-\frac{1}{4}x^n\right)^3 =$ _____。
- 9 计算: $(x+y)^n \cdot [2(x+y)^{10-n} - 3(x+y)^2(x-y)^n] =$ _____。
- 10 如果 M 、 N 是单项式, 且 $2x(M-3x) = 4x^2y^3 + N$, 那么 $M =$ _____, $N =$ _____。

三、解答题

- 11 计算: $(-5x^2y^3)^2 \cdot (-2x^4y^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}xy^2\right)^4$ 。
- 12 先化简: $-2a^2\left(\frac{1}{2}ab + b^2\right) - 5ab(a^2 - ab)$, 再求当 $a = -1$, $b = 1$ 时代数式的值。

13 已知： $(m-x)(-x)-(x+m)(-n)=5x+x^2-6$ 对任意的有理数 x 都成立，求 $m(n-1)+n(m+1)$ 的值。

14 阅读下列文字，并解决问题：

已知 $x^2y=3$ ，求 $2xy(x^5y^2-3x^3y-4x)$ 的值。

分析：考虑到满足 $x^2y=3$ 的 x 、 y 的可能值较多，不可以逐一代入求解，故考虑整体思想，将 $x^2y=3$ 整体代入。

解：

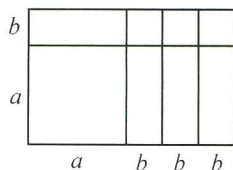
$$\begin{aligned}2xy(x^5y^2-3x^3y-4x) &= 2x^6y^3-6x^4y^2-8x^2y \\ &= 2(x^2y)^3-6(x^2y)^2-8x^2y \\ &= 2 \times 3^3-6 \times 3^2-8 \times 3 = -24\end{aligned}$$

请你用上述方法解决问题：已知 $ab=3$ ，求 $(2a^3b^2-3a^2b+4a) \cdot (-2b)$ 的值。

11.1(5) 整式的乘法(2)

一、选择题

- 1 如果 $(x+a)(x+b) = x^2 + mx + 6$, 其中 a, b 为整数, 那么整数 m 可能的取值有()个。
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
- 2 如果 $(x+a)$ 与 $(x+b)$ 的积中不含 x 的一次项, 那么下列关于 a, b 的说法正确的是()。
 (A) a, b 互为倒数 (B) a, b 互为相反数
 (C) $a=0$ 或 $b=0$ (D) $ab=0$
- 3 下面的多项式乘法运算中, 可以表示如图所示图形的面积的是()。
 (A) $(a+3b)(a+b) = a^2 + 4ab + 3b^2$
 (B) $(a+3b)(a+b) = a^2 + 3b^2$
 (C) $(b+3a)(b+a) = b^2 + 4ab + 3a^2$
 (D) $(a+3b)(a-b) = a^2 + 2ab - 3b^2$



第3题图

二、填空题

- 4 计算: $(a+3)(b-4) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 5 计算: $(3x-2y)(2x+3y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 6 如果 $(x-3)(x+2) = ax^2 + px + q$, 那么 $pq + a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7 如果 $ab = -6$, $(a+2b)(2a+b) = -4$, 那么 $a^2 + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 已知多项式 $(x-2a)$ 与 (x^2+x-1) 的乘积中不含 x^2 项, 那么常数 a 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 正方形的一组对边各增加 6 厘米, 另一组对边各减少 4 厘米, 结果得到的长方形与原正方形面积相等, 原正方形的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方厘米。
- 10 设 a, b, c, d 为互不相等的有理数, 且 $(a^2-c^2)(a^2-d^2) = 1$, $(b^2-c^2)(b^2-d^2) = 1$, 那么 $a^2b^2 - c^2d^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

11 计算: (1) $(2x-1)(2x-3) - (1-2x)(2-x)$;

(2) $(x^2+2x+4)(x-2)$;

(3) $(x+y-2)^2$ 。

12 已知 $(a+3)(b+4)=25$, $(a+4)(b+3)=24$, 求 $a-b$ 的值。

13 甲、乙两人共同计算一道整式乘法题: $(2x+a)(3x+b)$ 。甲由于把第一个多项式中的“ $+a$ ”看成了“ $-a$ ”, 得到的结果为 $6x^2-13x+6$; 乙由于漏抄了第二个多项式中 x 的系数, 得到的结果为 $2x^2-x-6$ 。

- (1) 求正确的 a 、 b 的值;
- (2) 求这道乘法题的正确结果。

14 在运算中, 我们如果能总结规律, 并加以归纳, 得出数学公式, 一定会提高解题的速度。在解答下列问题中, 请探究其中的规律。

(1) 计算后填空: $(x+2)(x+3)=$ _____;

$(x-1)(x+4)=$ _____;

$(x-2)(x-3)=$ _____。

(2) 归纳猜想后填空: $(x+a)(x+b)=x^2+(\text{_____})x+\text{_____}$ 。

(3) 运用(2)中得到的结论, 直接写出计算结果: $(x-2)(x+n)=$ _____。

习题 11.1

一、选择题

- 1 在下列计算中,正确的是()。
- (A) $x^2 \cdot x^3 = x^5$ (B) $x^3 + x^3 = 2x^6$
(C) $-(-3x)^3 = -27x^3$ (D) $(xy^3)^2 = xy^6$
- 2 $(-2x^4)^2 \cdot (-3x^3)$ 的计算结果是()。
- (A) $6x^9$ (B) $-6x^{11}$ (C) $-12x^{11}$ (D) $12x^{11}$
- 3 设 a, b 为有理数,多项式 $(x+a)(2x+b)$ 展开后 x 的一次项系数为 p ,多项式 $(2x+a)(x+b)$ 展开后 x 的一次项系数为 q 。如果 $p+q=6$,且 p, q 均为正整数,那么()。
- (A) ab 与 $\frac{a}{b}$ 的最大值相等, ab 与 $\frac{a}{b}$ 的最小值也相等
(B) ab 与 $\frac{a}{b}$ 的最大值相等, ab 与 $\frac{a}{b}$ 的最小值不相等
(C) ab 与 $\frac{a}{b}$ 的最大值不相等, ab 与 $\frac{a}{b}$ 的最小值相等
(D) ab 与 $\frac{a}{b}$ 的最大值不相等, ab 与 $\frac{a}{b}$ 的最小值也不相等

二、填空题

- 4 计算: $(-5a^2b)^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}ab^3\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 5 如果 $27 \times 3^x = 3^9$,那么 x 的值等于 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 6 已知 $x^2 + 2x = 3$,那么代数式 $5 + 2x(x+2)$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7 如果 $4a^3y^2 \cdot (-2a^2y^3)^2 = ma^7y^n$,那么 $m+n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 计算: $9(a-b)^3 \cdot \left[-\frac{1}{9}(a-b)^{m+5}\right] \cdot (b-a)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 已知 $9^{n+1} - 3^{2n} = 72$,那么 $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10 已知 $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + mx + 6$, a, b, c, m 都是整数,那么 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

11 计算:

(1) $4a^2b \cdot (-2ab) + (2a)^2$; (2) $(-2x^2)^3 + (-x) \cdot x^2 \cdot (-x)^3 - (-3x^3)^2$;

$$(3) (-2x)^2 \left(x^2 - \frac{1}{2}x + 2 \right);$$

$$(4) (x-2)(3x+1) - 3(x+1)(2x-5).$$

12 已知 $3^{x+1} \cdot 2^x - 3^x \cdot 2^{x+1} = 6^{3x+4}$, 求 x 的值。

13 如果 $(x^2 + nx + 3)(x^2 - 3x + m)$ 的乘积中不含 x^2 项和 x^3 项, 求 m 、 n 的值。

14 观察以下等式:

$$(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$$

$$(x+3)(x^2-3x+9) = x^3+27$$

$$(x+6)(x^2-6x+36) = x^3+216$$

.....

(1) 按以上等式的规律, 填空: $(a+b)(\quad) = a^3 + \quad$;

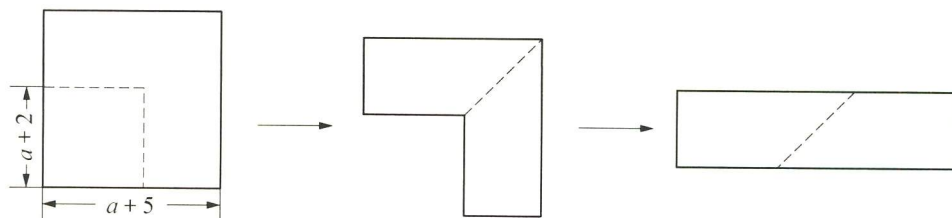
(2) 利用(1)中的公式化简:

$$(x+y)(x^2-xy-y^2) - (x+2y)(x^2-2xy+4y^2).$$

11.2(1) 乘法公式(1)——平方差公式

一、选择题

- 1 计算 $(x+7y)(x-7y)$ 的结果是()。
- (A) $49y^2 - x^2$ (B) $x^2 - 49y^2$
 (C) $-49y^2 - x^2$ (D) $x^2 + 49y^2$
- 2 下列各式中,不能用平方差计算的是()。
- (A) $(a+2b)(-a-2b)$ (B) $(a-2b)(2b+a)$
 (C) $(2b-a)(-a-2b)$ (D) $(-a+2b)(a+2b)$
- 3 如图所示,从边长为 $(a+5)$ 的正方形纸片中剪去一个边长为 $(a+2)$ 的正方形($a > 0$),剩余部分沿虚线又剪拼成一个长方形(不重叠无缝隙),那么这个长方形的面积为()。



第3题图

- (A) $2a+14$ (B) $6a+21$ (C) $2a+15$ (D) $12a+21$

二、填空题

- 4 计算: $(3m-4)(3m+4) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 5 计算: $(2m+3)(-2m+3) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 6 $(2a-5b) \cdot (\underline{\hspace{2cm}}) = 25b^2 - 4a^2$
- 7 如果 $|x+y-5| + (x-y-3)^2 = 0$, 那么 $x^2 - y^2$ 的结果是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 已知 $a^2 - b^2 = 5$, 那么 $(a+b)^2(a-b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 已知 $a^2 - 4b^2 = 12$, 且 $a - 2b = -3$, 那么 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10 一个正方形的边长增加了 3 cm, 面积相应增加了 39 cm^2 , 那么原来这个正方形的边长为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm。

三、解答题

- 11 计算: (1) $[a + (b-c)] \cdot [a - (b-c)]$;

(2) $(a - 2b + 3c)(a + 2b - 3c)$ 。

12 计算： $16(2a + 1)(2a - 1)\left(a^4 + \frac{1}{16}\right)(4a^2 + 1)$ 。

13 有一块边长为 a 米的正方形草坪，现南北各增长 3 米，东西各缩短 3 米，问：所得长方形草坪的面积比原来的面积大还是小，相差多少？

14 观察下列各式：

$$(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) = x^3 - 1$$

$$(x - 1)(x^3 + x^2 + x + 1) = x^4 - 1$$

.....

(1) 根据以上规律，可知 $(x - 1)(x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) =$ _____ ；

(2) 由此归纳出一般性规律： $(x - 1)(x^{n-1} + x^{n-2} + \cdots + x + 1) =$ _____ ；

(3) 根据上述规律，求 $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{38} + 2^{39}$ 的值。

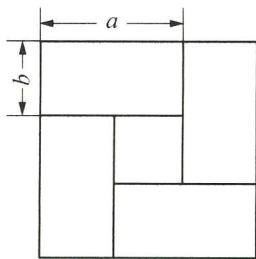
11.2(2) 乘法公式(2)——完全平方公式

一、选择题

- 1 $(-x + y)^2$ 的结果是()。
- (A) $x^2 + 2xy + y^2$ (B) $x^2 - 2xy + y^2$
 (C) $-x^2 - y^2$ (D) $x^2 - y^2$
- 2 如果 $x^2 + (k + 2)x + 9$ 是完全平方式,那么 k 的值为()。
- (A) 4 (B) ± 4 (C) -8 (D) 4 或 -8

3 如图,由 4 个形状、大小完全相同的小长方形与 1 个小正方形密铺成 1 个大正方形图案,该大正方形图案的面积为 64,小正方形的面积为 4,如果分别用 a 、 b ($a > b$) 表示小长方形的长和宽,那么下列关系式中不正确的是()。

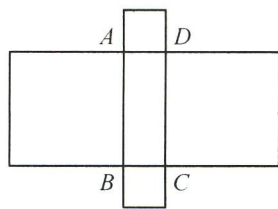
- (A) $a^2 + 2ab + b^2 = 64$ (B) $a^2 - 2ab + b^2 = 4$
 (C) $a^2 - b^2 = 16$ (D) $a^2 + b^2 = 36$



第 3 题图

二、填空题

- 4 计算: $(3m - 2)^2 =$ _____。
- 5 已知 $4x^2 - 2kx + 1$ 是完全平方式,那么常数 k 的值为 _____。
- 6 给多项式 $m^2 - 8m + 9$ 加上一个单项式,使它成为完全平方式,这个单项式可以是 _____。(写出一个即可)
- 7 如果 $a - b = 2$, $a^2 + b^2 = 16$, 那么 ab 的值等于 _____。
- 8 已知 $(x + y)^2 = 49$, $x^2 + y^2 = 30$, 那么 $(x - y)^2$ 的值为 _____。
- 9 已知 $x + y = 2$, $2x + 3y = -5$, 那么 $x^2 + 4xy + 4y^2 =$ _____。
- 10 如图,以长方形 $ABCD$ 的各边为边向外作正方形,如果四个正方形的周长之和为 24, 面积之和为 12, 那么长方形 $ABCD$ 的面积为 _____。



第 10 题图

三、解答题

- 11 计算:(1) $(2a + b - 3c)(2a - b + 3c)$;

(2) $(a - 2b + 3c)^2$ 。

12 如果 x 、 y 满足 $x + y = 3$, $xy = 2$, 求下列各式的值。

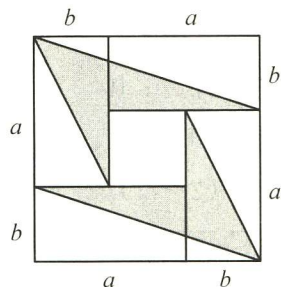
- (1) $x^2 + y^2$; (2) $(x - y)^2$; (3) $x^3y + xy^3$ 。

13 将多项式 $4x^2 + 1$ 加上一个单项式, 使它成为完全平方式, 试写出满足条件的三个单项式。

14 4 张长为 a , 宽为 b ($a > b$) 的长方形纸片, 按如图所示的方式拼成一个边长为 $(a + b)$ 的正方形, 图中空白部分的面积为 S_1 , 阴影部分的面积为 S_2 。

(1) 求 S_1 与 S_2 ;

(2) 当 $a = 6$, $b = 2$ 时, 求 S_1 与 S_2 的值。



第 14 题图

11.2(3) 乘法公式(3)

一、选择题

1 下列等式中,能成立的是()。

(A) $(a+b)^2 = a^2 + ab + b^2$

(B) $(a-3b)^2 = a^2 - 9b^2$

(C) $(1+a)^2 = a^2 + 2a + 1$

(D) $(a+4)(a-4) = a^2 - 4$

2 等式 $(-a-b)(\quad)(b^2+a^2) = a^4 - b^4$ 中,括号内应填的是()。

(A) $a-b$

(B) $-a+b$

(C) $-a-b$

(D) $a+b$

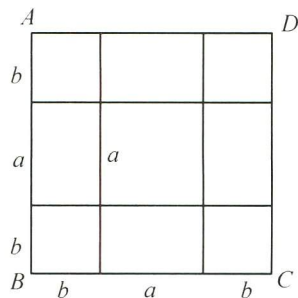
3 如图,用1块边长为 a 的大正方形,4块边长为 b 的小正方形和4块长为 a ,宽为 b 的长方形 ($a > b$),密铺成正方形 $ABCD$,已知 $ab=2$,正方形 $ABCD$ 的面积为 S ,下列说法正确的是()。

(A) 如果 $a = 2b + 1$,那么 $S = 16$

(B) 如果 $a = 2b + 2$,那么 $S = 25$

(C) 如果 $S = 25$,那么 $a = 2b + 3$

(D) 如果 $S = 16$,那么 $a = 2b + 4$



第3题图

二、填空题

4 计算: $(1-a)(1+a)(1+a^2) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5 计算: $(-3x+2y) \cdot (-3x-2y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

6 计算: $(3x+2y)^2 - (3x-2y)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

7 计算: $59.9 \times 60.1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8 计算: $10.1^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 如果代数式 $x^2 - (2-m)x + 64$ 是完全平方,那么 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

10 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\cdots(2^{64}+1) - 1$ 的个位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

11 计算:(1) $(2b-3c+4)(3c-2b+4) - 2(b-c)^2$;

(2) 用简便方法计算: $2023^2 - 2022 \times 2024$ 。

12 已知: $x^2 + y^2 + 2z^2 - 2xz + 2yz = 0$, 求 $2x + y - z$ 的值。

13 公园有一正方形草坪, 需要修整成一长方形草坪, 在修整时一边加长了 4 米, 另一边减少了 4 米, 这时得到的长方形草坪的面积与原来正方形草坪的边长减少 2 米后的正方形面积相等, 求原正方形草坪的面积。

14 观察下列各式, 再回答问题:

$$1 - \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}, \quad 1 - \frac{1}{3^2} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3}, \quad 1 - \frac{1}{4^2} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{4}, \quad \dots$$

(1) 根据上述规律填空: $1 - \frac{1}{50^2} = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}}$; $1 - \frac{1}{100^2} = \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}}$;

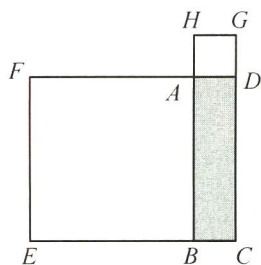
(2) 计算: $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{100^2}\right)$ 。

11.2(4) 乘法公式(4)

一、选择题

- 1 在下列计算中,错误的有()。
- ① $(3a+4)(3a-4)=9a^2-4$;② $(2a^2-b)(2a^2+b)=4a^2-b^2$;
 ③ $(3-x)(x+3)=x^2-9$;④ $(-x+y)(x+y)=-(x-y)(x+y)=-x^2-y^2$
- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个
- 2 已知 $(mx-y)^2=4x^2-4xy+ny^2$,那么 $\frac{m}{n}$ 的值为()。
- (A) 2 (B) -2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 4

3 如图,矩形 $ABCD$ 的周长是10 cm,以 AB 、 AD 为边向外作正方形 $ABEF$ 和正方形 $ADGH$,如果正方形 $ABEF$ 和 $ADGH$ 的面积之和为 17 cm^2 ,那么矩形 $ABCD$ 的面积是()。

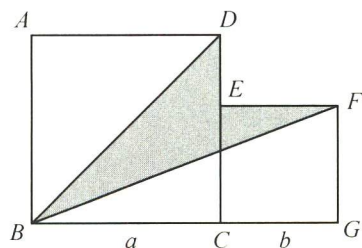


第3题图

- (A) 3 cm^2 (B) 4 cm^2
 (C) 5 cm^2 (D) 6 cm^2

二、填空题

- 4 计算: $(-a-b)(a+b)=$ _____。
- 5 计算: $(a-b-c)^2=$ _____。
- 6 已知 $a=5+4b$,那么代数式 $a^2-8ab+16b^2$ 的值是_____。
- 7 已知 $a+b=8$, $ab=12$,那么 $(a-b)^2$ 的值是_____。
- 8 如果 $4x^2+mx+9$ 是完全平方式,那么 $m=$ _____。
- 9 如果 $\frac{(13^2-1)(15^2-1)}{a}=12\times 14\times 16$,那么 $a=$ _____。
- 10 如图,两个正方形边长分别为 a 、 b ,如果 $a+b=20$, $ab=18$,那么阴影部分的面积为_____。



第10题图

三、解答题

- 11 计算:(1) $(2x-2)(x+1)-(x-1)^2-(x+1)^2$;

(2) $103\times 97\times 10\,009$ 。

12 如果 $x + y = 6$, 且 $(x + 2)(y + 2) = 23$ 。

求: (1) xy 的值; (2) $x^2 + 6xy + y^2$ 的值。

13 证明: 两个连续奇数的平方差是 8 的倍数。

14 仔细观察, 探索规律:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a - b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) = a^4 - b^4$$

...

(1) 由此猜想:

$$\textcircled{1} (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \cdots + ab^{n-2} + b^{n-1}) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{2} (2 - 1)(2^2 + 2 + 1) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\textcircled{3} 2^{n-1} + 2^{n-2} + \cdots + 2 + 1 = \underline{\hspace{2cm}};$$

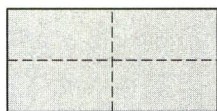
(2) 求 $2^{199} + 2^{198} + \cdots + 2^2 + 2 + 1$ 的个位数字是多少?

(3) 求 $2^9 - 2^8 + 2^7 - \cdots + 2^3 - 2^2 + 2$ 的值。

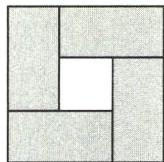
习题 11.2

一、选择题

- 1 下列能用平方差公式进行计算的式子有()。
- ① $(a+2b)(a-2b)$; ② $(a^2-1)(1+a^2)$;
 ③ $(-3y-2x)(3y+2x)$; ④ $(2a+1)(-2a-1)$
- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- 2 如果 $(y-5a)^2 = y^2 - 10y + 25b$, 那么 b 的值为()。
- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2
- 3 图①是一个长为 $2m$, 宽为 $2n$ ($m > n$) 的长方形, 用剪刀沿图中虚线(对称轴)剪开, 把它分成四块形状和大小都一样的小长方形, 然后按图②所示拼成一个正方形, 那么中间空白的部分的面积是()。
- (A) $2mn$ (B) $(m+n)^2$
 (C) $(m-n)^2$ (D) $m^2 - n^2$



第 3 题图①



第 3 题图②

二、填空题

- 4 计算: $(-2a-b)(-2a+b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 5 计算: $(2a-4b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 6 计算: $30\frac{2}{3} \times 29\frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7 如果 $x^2 + 3x + m$ 是一个完全平方式, 那么 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 已知 $(x+y)^2 = 12$, $(x-y)^2 = 4$, 那么代数式 $x^2 + 3xy + y^2$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 计算: $(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10 一个正方形的边长增加 4, 它的面积就增加 64, 这个正方形的边长是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

- 11 计算: (1) $(x-2y)(-2y-x) - (3x+4y)(-3x+4y)$;

(2) $1234^2 - 1233 \times 1235$ 。

12 已知 $x^2 + 4x - 1 = 0$, 求代数式 $(2x + 1)^2 - (x + 2)(x - 2) - x(x - 4)$ 的值。

13 如果 $y - x = 6$, 且 $(3 - x)(3 + y) = 24$ 。

(1) 求 xy 的值;

(2) 求 $-x^2 + 4xy - y^2$ 的值。

14 (1) 问题探究: 已知 $a + b = 3$, $ab = 2$, 可利用完全平方公式得: $a^2 + b^2 =$ _____;

(2) 自主推导: $(a + b + c)^2 =$ _____。

根据上面的公式计算: 已知 $a + b + c = 6$, $ab + bc + ac = 11$, 求 $a^2 + b^2 + c^2 =$ _____;

(3) 问题解决: 已知 $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, 求 $a^4 + b^4 + c^4$ 的值。

11.3(1) 同底数幂的除法

一、选择题

- 1 在等式 $a^3 \cdot a^2 \cdot (\quad) = a^{11}$ 中, 括号里填入的代数式应当是()。
- (A) a^3 (B) a^6 (C) a^7 (D) a^8
- 2 已知 $c \neq 0$, 下列 4 个算式中, 计算错误的有()。
- (1) $(-c)^4 \div (-c)^2 = -c^2$; (2) $(-c)^6 \div (-c)^3 = -c^3$;
 (3) $c^3 \div c^0 = c^3$; (4) $c^{4m} \div c^m = c^4$ 。
- (A) 4 个 (B) 3 个 (C) 2 个 (D) 1 个
- 3 如果 $6^x = 3$, $6^y = 4$, 那么 6^{x-2y} 的值为()。
- (A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{3}{16}$ (C) 13 (D) -5

二、填空题

- 4 计算: $m^6 \div m^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 5 计算: $a^3 \cdot (\underline{\hspace{2cm}}) = a^9$ 。
- 6 计算: $(-2)^4 \div (-2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7 计算: $(2a)^7 \div (2a)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 计算: $(-y^2)^4 \div y^4 \div (-y)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 如果 $5x - 3y - 2 = 0$, 那么 $2^{5x} \div 2^{3y+2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10 已知 $a^{2n-m} = 3$, $a^n = 9$, 那么 $a^m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

- 11 计算: $(m-n)^7 \div (n-m)^3 \div (m-n)^2$ 。
- 12 已知 $3^a = 5$, $3^b = 4$, $3^c = 80$ 。
- (1) 求 3^{a-b+c} 的值;
- (2) 求字母 a 、 b 、 c 之间的数量关系。
- 13 已知: $x^{3n-2} \div x^{n+1} = x^{3-n} \cdot x^{n+2}$, 求 n 的值。
- 14 已知 $8^m \div 4^n = 16$, 求 $(-3)^{2n-3m+6}$ 的值。

11.3(2) 单项式除以单项式

一、选择题

- 1 下列计算中正确的是()。
- (A) $4x^3y \div 2x^2y = 2x$ (B) $-12x^4y^3 \div 2x^2y = 6x^2y^2$
 (C) $-16x^2yz \div \frac{1}{4}x^2y = -4z$ (D) $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^2 \div 2x^2y = \frac{1}{4}x^2y$
- 2 如果一个单项式与 $-5ab$ 的积为 $-\frac{5}{8}a^2bc$, 那么这个单项式为()。
- (A) $\frac{1}{8}a^2c$ (B) $\frac{1}{8}ac$ (C) $\frac{25}{8}a^3b^2c$ (D) $\frac{25}{8}ac$
- 3 如果一个三角形的面积是 $8(a^2b)^3$, 它的一边长是 $(2ab)^2$, 那么这条边上的高为()。
- (A) $2a^4b$ (B) $4a^4b$ (C) $2a^3b$ (D) $4a^3b$

二、填空题

- 4 计算: $6m^6 \div 2m^2 =$ _____。
- 5 计算: $2x^2y^3 \div xy^2 =$ _____。
- 6 计算: $(6 \times 10^6) \div (3 \times 10^2) =$ _____。
- 7 如果 $-2ab^2 \cdot M = 8a^3b^2$, 那么 $M =$ _____。
- 8 计算: $a^{3m+2n} \div (a^2)^{m+n} =$ _____。
- 9 如果 n 是正整数, 且 $x^{2n} = 5$, 那么 $(2x^{3n})^2 \div (4x^{2n}) =$ _____。
- 10 已知 $8a^3b^m \div (6a^nb)^2 = \frac{2}{9}b^2$, 那么 $m =$ _____, $n =$ _____。

三、解答题

- 11 计算: $(-64x^4y^3) \div (-2xy)^3$ 。
- 12 计算: $32(x^3y^2z)^3 \div (-8x^5y^4z^2) \div (xy)^2$ 。
- 13 计算: $(-2x^2y)^3 \div (-3y)^2 \div \left(\frac{2}{3}xy\right)$ 。
- 14 不论 x 、 y 取何非零有理数, 等式 $m(x^ay^b)^3 \div (2x^3y^2)^2 = \frac{1}{8}x^3y^2$ 恒成立, 求 a 、 b 、 m 的值。

11.3(3) 整式除以单项式

一、选择题

- 1 计算 $(15x^2y - 10xy^2) \div (-5xy)$ 的结果是()。
- (A) $-3x + 2y$ (B) $3x - 2y$
 (C) $-3x + 2$ (D) $-3x - 2$
- 2 如果矩形的面积为 $2a^2 - 4ab + 2a$, 长为 $2a$, 那么它的宽为()。
- (A) $2a^2 - 4ab$ (B) $a - 2b$
 (C) $a - 2b + 1$ (D) $2a - 2b + 1$
- 3 在下列运算中, 正确的是()。
- (A) $(am + bm + cm) \div n = am \div n + bm \div n + cm \div n = \frac{am}{n} + \frac{bm}{n} + \frac{cm}{n}$
 (B) $(-a^3b - 14a^2 + 7a) \div 7a = -7a^2b - 2a$
 (C) $(36x^4y^3 - 24x^3y^2 + 3x^2y^2) \div (-6x^2y) = -6x^2y + 4x^5y^3 - \frac{1}{2}x^4y^3$
 (D) $(6a^{m+2}b^n - 4a^{m+1}b^{n+1} + 2a^mb^{n+2}) \div (-2a^mb^n) = -3a^2 + 2ab - b^{n+1}$

二、填空题

- 4 计算: $(8a^4 + 6a) \div 2a =$ _____。
- 5 计算: $(14m^3 - 7m^2 + m) \div (-m) =$ _____。
- 6 计算: $[4(x - y)^5 - 6(x - y)^4] \div 2(x - y)^2 =$ _____。
- 7 计算: $(9x^3y^2 - 6x^2y + 3xy^2) \div (-3xy) =$ _____。
- 8 已知 $-5x$ 与一个整式的积是 $25x^2 + 15x^3y - 20x^4$, 那么这个整式为_____。
- 9 如果 $(ax^4 - bx^3 + cx^2) \div \left(-\frac{1}{2}x^2\right) = 4x^2 - 2x - 1$, 那么 $a + b + c =$ _____。
- 10 已知 $A = 2x$, B 是多项式, 在计算 $B + A$ 时, 某同学把 $B + A$ 看成 $B \div A$ 结果得 $x^2 + \frac{1}{2}x$, 那么 $B + A =$ _____。

三、解答题

- 11 计算: $(12a^3b^2c^3 - 6a^2b + 3ab^2) \div 3ab$ 。

12 计算： $(12x^3y^4 + \frac{1}{2}x^2y^2 - 15x^2y^3) \div (-6xy^2)$ 。

13 已知多项式 $2x^3 - 4x^2 - 1$ 除以一个多项式 A , 商式为 $2x$, 余式为 $x - 1$, 求这个多项式。

14 因为 $(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$, 所以 $(x^2 + x - 6) \div (x - 2) = x + 3$, 即 $x^2 + x - 6$ 能被 $x - 2$ 整除。所以 $x - 2$ 是 $x^2 + x - 6$ 的一个因式, 且当 $x = 2$ 时, $x^2 + x - 6 = 0$ 。

(1) 由 $(x + 2)(x + 3) = x^2 + 5x + 6$, 得 $x^2 + 5x + 6$ 能被_____或_____整除, 且当 $x =$ _____时, $x^2 + 5x + 6 = 0$;

(2) 根据以上材料, 已知多项式 $x^2 + mx - 14$ 能被 $x + 2$ 整除, 试求 m 的值。

习题 11.3

一、选择题

- 1 在下列各式中,计算正确的是()。
- (A) $(-2)^0 = 2$ (B) $(3xy)^2 \div xy = 3xy$
 (C) $10a^4b^3 \div 5a^2b = 2a^2b^2$ (D) $(-bc)^4 \div (-bc)^2 = -b^2c^2$
- 2 小明作业本发下来时,不小心被同学沾了墨水:
 $(24x^4y^3 - \blacksquare + 6x^2y^2) \div (-6x^2y) = -4x^2y^2 + 3xy - y$,你帮小明还原一下被墨水污染的地方,应该是()。
- (A) $-18x^3y^2$ (B) $18x^3y^2$ (C) $-2x^3y^2$ (D) $2x^3y^2$
- 3 计算下列各式: ① $(a^3)^2 \div a^5 = 1$; ② $(-x^4)^2 \div x^4 = x^4$; ③ $(x-3)^0 = 1(x \neq 3)$;
 ④ $(-a^3b)^5 \div \frac{1}{2}a^5b^2 = 2a^4b$,正确的有()。
- (A) 4个 (B) 3个 (C) 2个 (D) 1个

二、填空题

- 4 计算: $m^6 \div (-m)^2 =$ _____。
- 5 计算: $28x^4y^2 \div 7x^3y^2 =$ _____。
- 6 计算: $(4x^3 - 8x^2) \div 8x =$ _____。
- 7 如果 $x^m = 5$, $x^n = 10$,那么 $x^{2m-n} =$ _____。
- 8 已知 $3^{2m} = 12$, $3^{2n} = 18$,那么 9^{m-n+1} 的值是_____。
- 9 如果一个三角形的面积为 $4a^3b^4$,一条边长为 $2ab^2$,那么这条边上的高为_____。
- 10 定义新的运算: $a @ b = a \div b^2$,那么 $(6x^2y^4 + 2xy^2) @ (-y) =$ _____。

三、解答题

- 11 先化简,再求值: $[(ab+1)(ab-2) - 2a^2b^2 + 2] \div \left(-\frac{1}{2}ab\right)$,其中 $a = \frac{3}{2}$, $b = -\frac{4}{3}$ 。

- 12 已知一个多项式与单项式 $-7x^5y^4$ 的积为 $21x^5y^7 - 28x^7y^4 + 7y(2x^3y^2)^2$,求这个多项式。

13 已知 $4 \times 16^m \times 64^m = 4^{21}$, 求 $(-m^2)^3 \div (m^3 \cdot m^2)$ 的值。

14 小明在学习了多项式除以单项式后, 对单项式除以多项式的运算充满了好奇, 于是他类比整式乘法的探究过程对单项式除以多项式进行研究, 研究过程如下:

步骤 1: 小明举了一个单项式除以多项式的例子: $2x \div (16x^3 - 8x^2 + 4x)$ 。

步骤 2: 小明首先类比多项式除以单项式的法则尝试进行运算:

$$\begin{aligned} & 2x \div (16x^3 - 8x^2 + 4x) \\ &= 2x \div 16x^3 - 2x \div 8x^2 + 2x \div 4x \\ &= \frac{1}{8x^2} - \frac{1}{4x} + \frac{1}{2}。 \end{aligned}$$

步骤 3: 接下来, 小明给 x 取了一个特殊值对结论进行验证。

当 $x=1$ 时, $2x \div (16x^3 - 8x^2 + 4x) = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{1}{8x^2} - \frac{1}{4x} + \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}$, 由此发现这种

类比方法是 的(填“正确”或“错误”)。

步骤 4: 小明对算式又进行了观察, 他发现 $2x \div (16x^3 - 8x^2 + 4x)$ 与学过的 $(16x^3 - 8x^2 + 4x) \div 2x$ 只是被除式和除式调换了位置, 类比学过的有理数除法的经验, 在这两个数均不为 0 的前提下, 如果被除数和除数互换, 那么其结果互为 。

于是小明对 $(16x^3 - 8x^2 + 4x) \div 2x$ 进行计算, 请补全小明的计算过程。

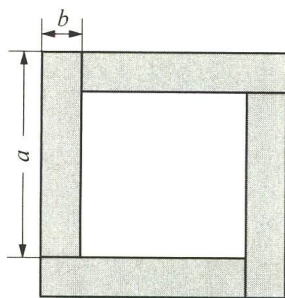
$$(16x^3 - 8x^2 + 4x) \div 2x =$$

_____。
所以 $2x \div (16x^3 - 8x^2 + 4x) = \underline{\hspace{2cm}}$, 小明对这个结果取了 10 组数据进行验证, 发现结果均一致。

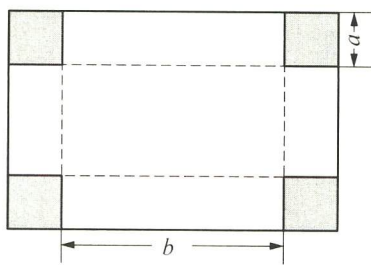
单元练习十一

一、选择题

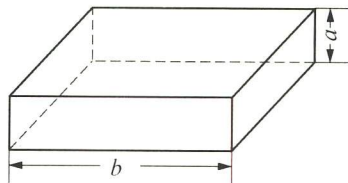
- 1 x^7 可以表示为()。
- (A) $x^3 + x^4$ (B) $x^9 - x^2$ (C) $x^3 \cdot x^4$ (D) $(x^3)^4$
- 2 在下列运算中,正确的是()。
- (A) $2a + 3b = 5ab$ (B) $(-ab)^2 = a^2b$
 (C) $a^2 \cdot a^4 = a^8$ (D) $2a^6 \div a^3 = 2a^3$
- 3 如果整式 $4x^2 + M + 1$ 是完全平方式,那么下列不满足要求的是()。
- (A) $M = 4x$ (B) $M = -4x$ (C) $M = 4x^4$ (D) $M = 0$
- 4 如图,用 4 个相同的长方形围成一个大正方形,如果长方形的长和宽分别为 a 、 b ,那么下面四个代数式,不能表示大正方形面积的是()。
- (A) $a^2 + b^2$ (B) $(a + b)^2$
 (C) $a(a + b) + b(a + b)$ (D) $(a - b)^2 + 4ab$
- 5 已知 $(x - 2021)^2 + (x - 2025)^2 = 34$,那么 $(x - 2023)^2 =$ ()。
- (A) 5 (B) 9
 (C) 13 (D) 17
- 6 如图①,将一张长方形纸板四角各切去一个同样的正方形,制成如图②的无盖纸盒,如果该纸盒的容积为 $4a^2b$,那么图②中纸盒底部长方形的周长为()。



第 4 题图



第 6 题图①



第 6 题图②

- (A) $4ab$ (B) $8ab$ (C) $4a + b$ (D) $8a + 2b$

二、填空题

- 7 计算: $20m^6 \div 5m^2 =$ _____。
- 8 计算: $-3x \cdot (2x^2y - xy) =$ _____。
- 9 计算: $(-2 + 3a)^2 =$ _____。
- 10 计算: $(1 + 2a)(1 - 2a)(1 + 4a^2) =$ _____。
- 11 已知 $(2x + 1)^{x+3} = 1$,那么 $x =$ _____。
- 12 如果 $2^x = 3$, $2^y = 5$,那么 $2^{2x+y} =$ _____。

13 如果 $M=(a+2)(a-4)$, $N=2(a+1)(a-2)$, 那么 M _____ N (用“>”“<”号填空)。

14 已知正数 x, y , 满足 $(x+y)^2=25$, $xy=4$, 那么 $x^2+y^2=$

_____。

15 图中三角形的面积为_____。

16 已知 $3a-4b=-2$, 那么代数式 $a(9-b)+b(a-12)=$

_____。

17 如果 $a+b=4$, $a-b=1$, 那么 $(a+2)^2-(b-2)^2$ 的值为

_____。

18 将关于 x 的多项式 x^2+2x+3 与 $2x+b$ 相乘, 如果积中不含一次项, 那么 $b=$ _____。

19 已知 $k^a=4$, $k^b=6$, $k^c=9$, $2^{b+c} \cdot 3^{b+c}=6^{a-2}$, 那么 $9^a \div 27^b=$ _____。

20 小明在计算 $\frac{20\ 232\ 024^2}{20\ 232\ 023^2+20\ 232\ 025^2-2}$ 时, 找不到计算器, 去向小华借, 小华看了看题

说根本不用计算器, 而且很快说出了答案。你知道答案是多少吗? 请将答案填在横线上:

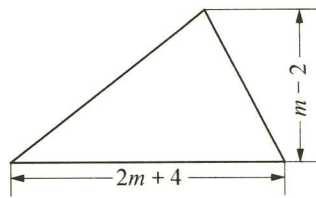
_____。

三、简答题

21 计算: $(-3a^2)^3 - a \cdot a^5 + (4a^3)^2$ 。

22 计算: $(2a+3b)^2 - (2a+b)(3a-2b)$ 。

23 计算: $(12m^6n^6p^5) \div (-3m^2n^4p) \div (-2m^3n^2p^4)$ 。



第 15 题图

24 计算： $(-36m^3n + 48m^2n^2 - 12mn) \div (-12mn)$ 。

四、解答题

25 先化简,再求值:

$(x+y)(x-y) - (4x^3y - 8xy^3) \div 2xy$, 其中 $x = -1, y = 2$ 。

26 已知 $x^2 - 4x = 2$, 求代数式 $(2x - 3)^2 - (x + y)(x - y) - y^2$ 的值。

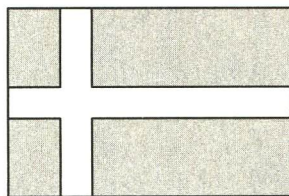
27 已知 $x^{2a+b} \cdot x^{3a-b} \cdot (x^a)^2 = x^{14}$, 求 $-a^{100} + 2^{101}$ 的值。

28 已知有理数 m, n 满足 $(m+n)^2 = 9, (m-n)^2 = 1$, 求下列各式的值。

(1) mn ; (2) $m^2 + n^2 - mn$ 。

29 如图,学校有一块长为 $(2a+b)$ 米,宽为 $(2a-b)$ 米的长方形地块,其中有两条宽为 b 米的通道,学校计划将除通道外其余部分进行绿化。

- (1) 用含有 a 、 b 的式子表示绿化的总面积;
 (2) 如果 $a=5$, $b=2$, 请你计算出绿化的总面积。



第 29 题图

30 两个多项式相除,可以把这两个多项式都按照同一字母降幂排列,然后再仿照两个多位数相除的计算方法,用竖式进行计算。例如 $(7x+2+6x^2) \div (2x+1)$, 仿照 $672 \div 21$ 计算如下:

$$\begin{array}{r}
 \overline{) 6 \ 7 \ 2} \\
 \underline{6 \ 3} \\
 \ 4 \ 2 \\
 \ \underline{4 \ 2} \\
 \ 0
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \overline{) 6x^2+7x+2} \\
 \underline{6x^2+3x} \\
 \ 4x+2 \\
 \ \underline{4x+2} \\
 \ 0
 \end{array}$$

因此 $(7x+2+6x^2) \div (2x+1) = 3x+2$ 。

- (1) 阅读上述材料后,试判断 $x^3 - x^2 - 5x - 3$ 能否被 $x+1$ 整除,说明理由;
 (2) 利用上述方法解决:如果多项式 $2x^4 - 3x^3 + ax^2 + 7x + b$ 能被 $x^2 + x - 2$ 整除,求 $\frac{a}{b}$ 的值。

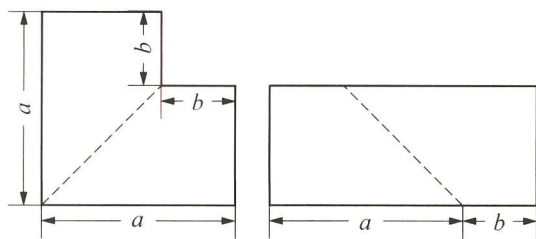
第 12 章 因式分解

12.1 因式分解

一、选择题

- 1 下列等式从左到右的变形中是因式分解的是()。
- (A) $2(a-b) = 2a - 2b$ (B) $x^2 - 2x + 1 = x(x-2) + 1$
 (C) $(m+1)(m-1) = m^2 - 1$ (D) $6a^2 - 8a^3 = 2a^2(3-4a)$
- 2 对于 ① $x - 3xy = x(1-3y)$, ② $(x+3)(x-1) = x^2 + 2x - 3$ 从左到右的变形, 表述正确的是()。
- (A) 都是因式分解 (B) 都是整式乘法
 (C) ①是因式分解, ②是整式乘法 (D) ①是整式乘法, ②是因式分解

3 如图①, 将边长为 a 的大正方形剪去一个边长为 b 的小正方形, 并沿图中的虚线剪开, 拼接得到图②, 根据图形的面积两位同学各写出一个等式, 甲同学: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, 乙同学: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, 则()。



第 3 题图①

第 3 题图②

- (A) 甲乙都正确
 (B) 甲乙都错误
 (C) 甲正确, 乙错误
 (D) 甲错误, 乙正确

二、填空题

- 4 因为 $2xy(x-2y) =$ _____, 所以因式分解 $2x^2y - 4xy^2 =$ _____。
- 5 因为 $(a+3)(b-5) =$ _____, 所以因式分解 $ab - 5a + 3b - 15 =$ _____。
- 6 因为 $(3a+5)(3a-5) =$ _____, 所以因式分解 $9a^2 - 25 =$ _____。
- 7 因为 $(x-2y)^2 =$ _____, 所以因式分解 $x^2 - 4xy + 4y^2 =$ _____。
- 8 如果 $x^2 + x - 12 = (x-3)(x+n)$, 那么 n 的值为 _____。
- 9 甲、乙两位同学因式分解 $x^2 + bx + c$ 时, 甲同学看错了 b 的值, 分解结果为 $(x-2)(x+2)$, 乙同学看错了 c 的值, 分解结果为 $(x+7)(x-4)$, 那么 c^b 的值为 _____。

三、解答题

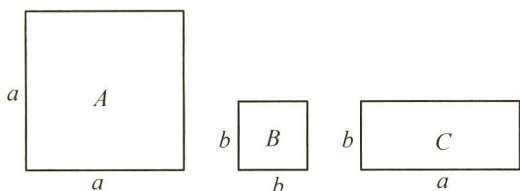
- 10 检验下列因式分解是否正确, 如果不正确, 请写出正确的解题过程。
 (1) $-3ab^3 + 2a^2b^2 - ab = -ab(3b^2 - 2ab)$;

(2) $-16 + 25x^2 = (-4 + 5x)(-4 - 5x)$ 。

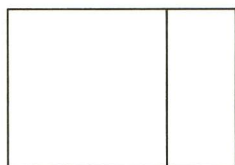
11 已知多项式 $(x + 2)(2x - 1) - (x + 2)$ 可以因式分解成 $2(x + m)(x + n)$, 其中 $m > n$, 求 $m - n$ 的值。

12 阅读与理解

如图①, A、B、C 是三种不同型号的卡片, 其中 A 型卡片是边长为 a 的正方形, B 型卡片是边长为 b 的正方形, C 型卡片是长为 a , 宽为 b 的长方形。



第 12 题图①



第 12 题图②



第 12 题图③

(1) 小杰同学用 1 张 A 型卡片和 1 张 C 型卡片拼成一个新的长方形(如图②), 说明 $a^2 + ab$ 可以分解为_____。

(2) 小杰同学用 1 张 A 型卡片、2 张 B 型卡片和 3 张 C 型卡片再次拼得一个长方形, 在图③框中画出示意图, 并把长方形面积的表达式因式分解的结果写在横线上: $a^2 + 3ab + 2b^2 =$ _____。

(3) 尝试应用: 请你仿照小杰同学的探究方法, 尝试用 1 张 A 型卡片, 4 张 B 型卡片和若干张 C 型卡片拼成一个长方形或者正方形, 请你设计两种不同的拼法并在图④、图⑤框中分别画出示意图, 并写出相应因式分解的结果。



第 12 题图④



第 12 题图⑤

12.2(1) 因式分解的方法(1)——提取公因式法

一、选择题

- 1 把多项式 $4x^2y + 6xy^2 - 2xy$ 因式分解时,应提取的公因式为()。
(A) $2x$ (B) $2y$ (C) $2x^2y^2$ (D) $2xy$
- 2 多项式 $m^2(a-2) + m(2-a)$ 因式分解的结果是()。
(A) $(a-2)(m^2-m)$ (B) $m(a-2)(m+1)$
(C) $m(a-2)(m-1)$ (D) 以上都不对
- 3 如果 $(m+n)^3 - mn(m+n) = (m+n) \cdot A$, 那么 A 代表的多项式为()。
(A) $m^2 + n^2$ (B) $m^2 - mn + n^2$
(C) $m^2 - 3mn + n^2$ (D) $m^2 + mn + n^2$

二、填空题

- 4 因式分解: $2x^2 - 4xy + 2x = 2x(\quad)$ 。
- 5 因式分解: $-4x^2y + 6xy^2 - 2xy = \quad(2x - 3y + 1)$ 。
- 6 因式分解: $m(x-y) - n(x-y) = (x-y)(\quad)$ 。
- 7 因式分解: $2(a-b)^3 - 4(b-a)^2 = 2(a-b)^2(\quad)$ 。
- 8 因式分解: $4b(x-y+z) + 10b^2(y-x-z) = \quad$ 。
- 9 已知 $x^2 + 2x = 1$, 且 $2ax^2 + 4ax - 12 = 0$, 那么 $a^2 + 2a$ 的值为 \quad 。

三、解答题

10 因式分解: $9a^2 - 6ab + 3a$ 。

11 因式分解: $(x-3)(3x-2) + 7(3-x)$ 。

12 在提取公因式一课中,老师写了这样一道题目:将多项式 $3(x-y)^3 - (y-x)^2$ 因式分解。并请甲、乙两位同学在黑板上演算。

甲: $3(x-y)^3 - (y-x)^2 = 3(x-y)^3 + (x-y)^2 = (x-y)^2[3(x-y) + 1] = (x-y)^2(3x - 3y + 1)$

乙: $3(x-y)^3 - (y-x)^2 = 3(x-y)^3 - (x-y)^2 = (x-y)^2(3x - 3y)$

他们的计算正确吗? 如果错误,请写出正确答案。

13 已知 $x+y=1$, $xy=-\frac{1}{2}$, 利用因式分解的方法求 $x(x+y)(x-y) - x(x+y)^2$ 的值。

14 阅读下列因式分解的过程,再回答问题:

$$\begin{aligned} & 1+x+x(x+1)+x(x+1)^2 \\ &= (1+x)[1+x+x(x+1)] \\ &= (1+x)^2(1+x) \\ &= (1+x)^3 \end{aligned}$$

- (1) 上述因式分解的方法是 _____, 共应用了 _____ 次;
- (2) 如果按上述方法把 $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^{2024}$ 因式分解, 那么需应用上述方法 _____ 次, 结果是 _____;
- (3) 因式分解: $1+x+x(x+1)+x(x+1)^2+\cdots+x(x+1)^n$ (n 为正整数)。

12.2(2) 因式分解的方法(2)——平方差公式法

一、选择题

- 1 因式分解： $1 - 4y^2 = (\quad)$ 。
(A) $(1 - 2y)(1 + 2y)$ (B) $(2 - y)(2 + y)$
(C) $(1 - 2y)(2 + y)$ (D) $(2 - y)(1 + 2y)$
- 2 课堂上，老师在黑板上布置了如下框中所示的题目，小聪马上发现了其中有一道题目错了，那么错的题目是()。

用平方差公式分解下列各式。

(1) $a^2 - b^2$; (2) $49x^2 - y^2z^2$; (3) $-x^2 - y^2$; (4) $16m^2n^2 - 25p^2$ 。

- (A) 第(1)道题 (B) 第(2)道题 (C) 第(3)道题 (D) 第(4)道题

3 日常生活中如取款、上网等，我们一般都需要设置密码，有一种“用因式分解法”产生的密码方便记忆，保密性也不错。操作举例：多项式 $x^4 - y^4$ 因式分解的结果是 $(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$ ，当 $x = 9$ ， $y = 9$ 时，各个因式的值是： $x - y = 0$ ， $x + y = 18$ ， $x^2 + y^2 = 162$ 。于是就可以把“018162”作为其中一个六位数的密码。对于多项式 $9x^4 - x^2y^2$ ，当 $x = 8$ ， $y = 11$ 时，用上述方法产生的密码不可能是()。

- (A) 643 513 (B) 643 153 (C) 641 335 (D) 356 413

二、填空题

- 4 因式分解： $x^2 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 5 因式分解： $64 - a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 6 因式分解： $-0.16x^2 + 0.25y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7 因式分解： $3x^3 - 27x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 如果 $4x^4 - (y - z)^2$ 因式分解时有一个因式是 $2x^2 + y - z$ ，那么另一个因式是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 因式分解： $x^4 - 16 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10 如果 $4^{96} - 1$ 可以被 60 到 70 之间的两个整数整除，那么这两个整数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

- 11 因式分解： $2x - 8x^3$ 。

12 因式分解： $(4a + b)^2 - 4(a + b)^2$ 。

13 请你从下列各式中，任选两式作差，并将得到的式子进行因式分解。（写出一种情况即可）

$$81a^4, 36a^2b^2(x-y)^2, 16b^4$$

14 如果一个正整数能表示为两个连续偶数的平方差，那么称这个正整数为“神秘数”。如 $4 = 2^2 - 0^2$ ， $12 = 4^2 - 2^2$ ， $20 = 6^2 - 4^2$ ，因此 4、12、20 都是“神秘数”。

(1) 28 和 2012 这两个数是“神秘数”吗？为什么？

(2) 设两个连续的偶数为 $2k$ 和 $2k + 2$ (k 为非负整数)，由这两个连续偶数构造的“神秘数”是 4 的倍数吗？为什么？

(3) 两个连续奇数的平方差是“神秘数”吗？为什么？

12.2(3) 因式分解的方法(3)——完全平方公式法

一、选择题

- 1 下列多项式中,能用完全平方公式进行因式分解的是()。
- (A) $m^2 + mn + n^2$ (B) $x^2 + 2xy + \frac{1}{4}y^2$
 (C) $4x^2 - 4xy + y^2$ (D) $4m^2 + mn + n^2$
- 2 $4x^2 + 1$ 再加上一项,不能成为 $(a + b)^2$ 的形式的是()。
- (A) $4x$ (B) $-4x$ (C) $4x^4$ (D) $16x^4$
- 3 小敏同学粗心大意,在因式分解时,把等式 $x^4 - \square = (x^2 + 4)(x + 2)(x - \triangle)$ 中的两个数字弄污了,那么式子中 \square 、 \triangle 对应的一组数字是()。
- (A) 8, 1 (B) 16, 2 (C) 24, 3 (D) 64, 8

二、填空题

- 4 因式分解: $x^2 + x + \frac{1}{4} =$ _____。
- 5 因式分解: $4x^2 - 4x + 1 =$ _____。
- 6 因式分解: $x^2y^2 - 6xy + 9 =$ _____。
- 7 因式分解: $(x + y)^2 - 8(x + y) + 16 =$ _____。
- 8 因式分解: $(x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) + 1 =$ _____。
- 9 如果关于 a 、 b 的多项式 $25a^2 + kab + 16b^2$ 是一个完全平方式,那么 k 的值是_____。
- 10 阅读并解决问题:对于二次三项式 $x^2 + 2ax + a^2$,可以用公式法将它分解成 $(x + a)^2$ 的形式,但对于二次三项式 $x^2 + 2ax - 3a^2$ 就不能直接运用公式了。此时,我们可以这样来处理:
 $x^2 + 2ax - 3a^2 = (x^2 + 2ax + a^2) - a^2 - 3a^2 = (x + a)^2 - 4a^2$
 $= (x + a + 2a)(x + a - 2a) = (x + 3a)(x - a)$

像这样,先添一个适当的项,使式中出现完全平方式,再减去这个项,使整个式子的值不变的方法叫做“配方法”。利用配方法因式分解: $a^2 - 8a + 12 =$ _____。

三、解答题

- 11 因式分解: $4x^2 + y^2 - 4xy$ 。
- 12 因式分解: $a^2 - 2a(b + c) + (b + c)^2$ 。

13 因式分解： $2ax^4 - 16ax^2 + 32a$ 。

14 请你从下列各式中，任选两式进行加(或减)法运算，使所得的整式可以利用公式法因式分解，并进行因式分解。(写出一种情况即可)

$$x^2 + 2xy, y^2 + 2xy, x^2$$

15 请回答下列问题：

(1) 将下列各式因式分解的结果直接写在横线上：

$$x^2 + 4x + 4 = \underline{\hspace{2cm}}; 16x^2 + 8x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}; 9x^2 - 12x + 4 = \underline{\hspace{2cm}};$$

(2) 观察以上三个多项式的系数，有 $4^2 = 4 \times 1 \times 4$ ， $8^2 = 4 \times 16 \times 1$ ， $(-12)^2 = 4 \times 9 \times 4$ ，于是小明猜测：如果多项式 $ax^2 + bx + c (a > 0)$ 是完全平方式，那么系数 a 、 b 、 c 一定存在某种联系：

① 请你用数学式子表示 a 、 b 、 c 之间的关系： $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

② 解决问题：如果多项式 $x^2 - 2(m - 3)x + (10 - 6m)$ 是一个完全平方式，求 m 的值。

12.2(4) 因式分解的方法(4)——十字相乘法

一、选择题

- 1 下列各式中,可用十字相乘法因式分解的是()。
- (A) $x^2 - 3x + 2$ (B) $x^2 - 2x + 4$
(C) $x^2 - 3x - 2$ (D) $x^2 + x + 1$
- 2 如果 $x^2 + ax + b = (x + 1)(x - 3)$, 那么 a 、 b 的值分别为()。
- (A) $-2, -3$ (B) $2, 3$ (C) $-2, 3$ (D) $2, -3$
- 3 因式分解 $x^2 + bx + c$, 甲同学看错了 b 的值, 分解结果为 $(x + 6)(x - 2)$, 乙同学看错了 c 的值, 分解结果为 $(x - 8)(x + 4)$, 那么 $x^2 + bx + c$ 因式分解正确的结果为()。
- (A) $(x + 3)(x - 4)$ (B) $(x + 4)(x - 3)$
(C) $(x + 6)(x - 2)$ (D) $(x + 2)(x - 6)$

二、填空题

- 4 因式分解: $x^2 + x - 12 =$ _____。
- 5 因式分解: $x^2 - 5x + 6 =$ _____。
- 6 因式分解: $x^2 - 10x + 24 =$ _____。
- 7 因式分解: $x^2 - 8xy + 7y^2 =$ _____。
- 8 因式分解: $2x^2y^2 - 14xy + 20 =$ _____。
- 9 已知 $x^2 - px - 24 = (x - 12)(x + q)$, 那么 $p =$ _____, $q =$ _____。
- 10 已知 A 、 B 、 C 均为整式, 如果 $A \cdot B = C$, 那么称 A 能整除 C , 例如 $(x + 3)(x - 2) = x^2 + x - 6$, 可知 $x - 2$ 能整除 $x^2 + x - 6$ 。已知 $x - 3$ 能整除 $x^2 + x - k$, 那么 k 的值为_____。

三、解答题

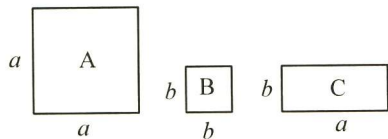
11 因式分解: $x(x - 7) + 12$ 。

12 因式分解: $a^2b^2 - 5abc - 36c^2$ 。

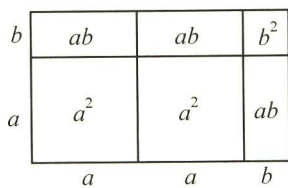
13 因式分解： $(x - y)^2 + 5(x - y) - 50$ 。

14 因式分解： $5a^2b^2 + 23ab - 10$ 。

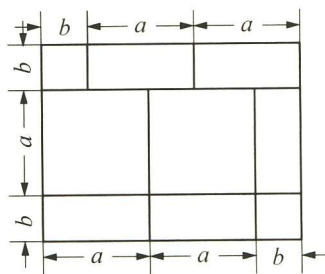
15 如图①，现有若干张边长为 a 的正方形 A 型纸片，边长为 b 的正方形 B 型纸片和长为 a 、宽为 b 的长方形 C 型纸片，小明用了部分纸片拼出图②，他根据几何图形的面积关系可以得到一个等式： $2a^2 + 3ab + b^2 = (2a + b)(a + b)$ 。



第 15 题图①



第 15 题图②



第 15 题图③

(1) 小明又拼出图③，请根据图③写出一个等式：_____。

(2) 小明接着用 x 张 A 型纸片、 y 张 B 型纸片、 z 张 C 型纸片拼出了一个面积为 $(2a + 3b)(a + 5b)$ 的大长方形，那么 $x + y + z =$ _____。

(3) 最后小明又选取了 2 张 A 型纸片、6 张 B 型纸片、7 张 C 型纸片拼成了一个长方形，求此长方形的周长(用含 a 、 b 的代数式表示)。

12.2(5) 因式分解的方法(5)——分组分解

一、选择题

- 1 把 $a^2 - b^2 - 2b - 1$ 因式分解,下列分组正确的是()。
- (A) $(a^2 - b^2) - (2b + 1)$ (B) $a^2 - (b^2 + 2b + 1)$
(C) $(a^2 - 2b) - (b^2 + 1)$ (D) $(a^2 - 1) - (b^2 + 2b)$
- 2 把 $x^2 - xy + 4y - 4x$ 因式分解,下列分组方法不正确的是()。
- (A) $(x^2 - xy) + (4y - 4x)$ (B) $(x^2 - 4x) + (4y - xy)$
(C) $(x^2 + 4y) - (xy + 4x)$ (D) $(x^2 - 4x) - (xy - 4y)$

二、填空题

- 3 因式分解: $ab + b^2 - ac - bc = (\underline{\hspace{2cm}}) - (ac + bc) = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$ 。
- 4 因式分解: $ax^2 + ax - b - bx = (ax^2 - bx) + (\underline{\hspace{2cm}}) = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$ 。
- 5 因式分解: $2ax + 4bx - ay - 2by = (\underline{\hspace{2cm}}) + (\underline{\hspace{2cm}}) = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$ 。
- 6 因式分解: $x^2 - a^2 - 2ab - b^2 = (\underline{\hspace{2cm}}) - (\underline{\hspace{2cm}}) = (\underline{\hspace{2cm}})(\underline{\hspace{2cm}})$ 。
- 7 因式分解: $x^2 - a^2 - ab - bx = \underline{\hspace{4cm}}$ 。
- 8 如果 a 、 b 是正整数,且 $a + ab + b = 90$,那么 $a + b$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

- 9 因式分解: $3ax + 4by + 4ay + 3bx$ 。
- 10 因式分解: $x^2 - 2xy - a^2 + y^2$ 。
- 11 因式分解: $7x^2 - 3y + xy - 21x$ 。

12 因式分解： $4a^2 - 4(ab + 4) + b^2$ 。

13 因式分解： $x^2 - 4xy + 4y^2 - 2x + 4y - 3$ 。

14 阅读理解：

“添项”“拆项”是因式分解中常用的方法，比如多项式 $a^2 - 1$ 可以用如下的方法因式分解：

① $a^2 - 1 = a^2 - a + a - 1 = a(a - 1) + (a - 1) = (a + 1)(a - 1)$ ；

又比如多项式 $a^3 - 1$ 可以这样因式分解：

② $a^3 - 1 = a^3 - a^2 + a^2 - a + a - 1 = a^2(a - 1) + a(a - 1) + (a - 1) = (a - 1)(a^2 + a + 1)$ 。

仿照以上方法，因式分解多项式 $a^5 - 1$ 。

习题 12.1—12.2

一、选择题

- 1 因式分解 $b^2(x-2)+b(2-x)$ 正确的结果是()。
- (A) $(x-2)(b^2+b)$ (B) $b(x-2)(b+1)$
(C) $(x-2)(b^2-b)$ (D) $b(x-2)(b-1)$
- 2 已知整式 x^2+5x-6 可以因式分解为 $(x+a)(x+b)$, 那么 a, b 的值为()。
- (A) $a=-2, b=3$ (B) $a=2, b=-3$
(C) $a=-1, b=6$ (D) $a=1, b=-6$
- 3 多项式 $x^2-4xy-2y+x+4y^2$ 因式分解后有一个因式是 $x-2y$, 另一个因式是()。
- (A) $x+2y$ (B) $x-2y$ (C) $x-2y+1$ (D) $x+2y-1$

二、填空题

- 4 因式分解: $x(x-4)-12=$ _____。
- 5 因式分解: $-3m^2+12m-12=$ _____。
- 6 因式分解: $a^2(a+b)-9(a+b)=$ _____。
- 7 已知 $3x^2+px+q=(3x+4)(x-2)$, 那么 $pq=$ _____。
- 8 小明的爸爸在看完足球比赛后, 给小明出了这样一道题: 如果一个长、宽分别为 a, b 的长方形足球场地的周长为 320, 面积为 6000, 那么 a^2b+ab^2 的值为_____。
- 9 观察下列等式: $1 \times 2 + 2 = 4 = 2^2$; $2 \times 3 + 3 = 9 = 3^2$; $3 \times 4 + 4 = 16 = 4^2$; $4 \times 5 + 5 = 25 = 5^2$; …… 第 n 个式子为_____。(用含 n 的等式表示)
- 10 一个正整数等于两个不相等的正整数的和与这两个不相等的正整数的积之和, 称这个整数为“可拆分”整数, 反之则称“不可拆分”整数。例如: $11=1+5+1 \times 5$, 11 是一个“可拆分”整数, 最大的“不可拆分”的两位正整数是_____。

三、解答题

- 11 因式分解: b^2-4a^2-1+4a 。
- 12 因式分解: $(x^2+y^2)^2-4x^2y^2$ 。

13 阅读材料:

因式分解: $4x - 16x^3$	
小乐的做法: 原式 = $16x^3 - 4x$ = $4x(4x^2 - 1)$ = $4x(2x + 1)(2x - 1)$	① ② ③
小阳的做法: 原式 = $4x(1 - 4x^2)$	

请根据上述材料回答下列问题:

- (1) 小乐的解题过程是从第_____步出现错误的, 错误的原因是_____。
小阳的结果是否正确? _____(填“正确”或“错误”)。如果错误, 错误的原因是_____。
- (2) 如果都不正确, 请你写出正确的解题过程。

14 下面是某同学对多项式 $(x^2 - 4x + 2)(x^2 - 4x + 6) + 4$ 进行因式分解的过程:

解: 设 $x^2 - 4x = y$

$$\text{原式} = (y + 2)(y + 6) + 4 \quad (\text{第一步})$$

$$= y^2 + 8y + 16 \quad (\text{第二步})$$

$$= (y + 4)^2 \quad (\text{第三步})$$

$$= (x^2 - 4x + 4)^2 \quad (\text{第四步})$$

回答下列问题:

- (1) 该同学第二步到第三步运用了()进行因式分解。
(A) 提取公因式 (B) 平方差公式
(C) 两数和的完全平方公式 (D) 两数差的完全平方公式
- (2) 该同学完成因式分解了吗? 如果没完成, 请直接写出最后的结果。
- (3) 模仿以上方法尝试对多项式 $(x^2 + 4x)^2 - 8(x^2 + 4x + 6)$ 进行因式分解。

单元练习十二

一、选择题

- 1 下列从左到右的等式变形中,是因式分解的是()。
- (A) $x^2 - 9 + 6x = (x + 3)(x - 3) + 6x$ (B) $x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$
(C) $(x + 5)(x - 2) = x^2 + 3x - 10$ (D) $6ab = 2a \cdot 3b$
- 2 用提取公因式法因式分解 $12ab^3c + 8a^3b$ 时,公因式是()。
- (A) $4ab^2$ (B) $4abc$
(C) $2ab^2$ (D) $4ab$
- 3 已知 $4x^4 - (y - z)^2$ 因式分解时有一个因式是 $2x^2 + y - z$,那么另一个因式是()。
- (A) $2x^2 - y + z$ (B) $2x^2 - y - z$
(C) $2x^2 + y - z$ (D) $2x^2 + y + z$
- 4 下列各式中,是完全平方式的是()。
- (A) $-a^2 + 2a - 1$ (B) $a^2 + 2a + 4$
(C) $a^2 + 2a - 1$ (D) $2a^2 + 4a + 1$
- 5 一次课堂练习,小明做了如下 4 道因式分解题,小明因式分解的结果错误的一题是()。
- (A) $x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$ (B) $x^2y - xy^2 = xy(x - y)$
(C) $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$ (D) $x^3 - x = x(x^2 - 1)$
- 6 观察等式: $2 + 2^2 = 2^3 - 2$; $2 + 2^2 + 2^3 = 2^4 - 2$; $2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = 2^5 - 2$;…… 已知按一定规律排列的一组数: $2^{100}, 2^{101}, 2^{102}, \dots, 2^{199}, 2^{200}$, 设 $2^{100} = S$, 那么用含 S 的式子表示这组数的和是()。
- (A) $2S^2 - S$ (B) $2S^2 + S$
(C) $2S^2 - 2S$ (D) $2S^2 - 2S - 2$

二、填空题

- 7 因式分解: $12xyz - 9x^2y^2 =$ _____。
- 8 因式分解: $3x^2 - 27 =$ _____。
- 9 因式分解: $x^2 + 4x - 21 =$ _____。
- 10 因式分解: $4x^2 + 20xy + 25y^2 =$ _____。
- 11 因式分解: $m(x - y)^2 - n(y - x)^2 =$ _____。
- 12 因式分解: $x^2 + xy - x - y =$ _____。
- 13 已知 $x^2 + y^2 - 2x + 1 = 0$, 那么 xy 的值为 _____。
- 14 计算: $2022^2 - 2023 \times 2021 =$ _____。
- 15 已知 $9x^2 + mx + 16$ 是完全平方式,那么 m 的值为 _____。
- 16 已知长方形的面积为 $x^2 - 4xy - 21y^2 (x > 7y > 0)$, 其中一条边长为 $x - 7y$, 则这个长方形的周长是 _____。
- 17 甲、乙两位同学分解因式 $x^2 + bx + c$ 时,甲同学看错了 b 的值,分解结果为 $(x + 1)(x + 9)$,

乙同学看错了 c 的值,分解结果为 $(x+2)(x+4)$,那么该题正确的结果为_____。

18 在学习有关整式的知识时,我们发现一个有趣的现象:对于关于 x 的多项式 $x^2 - 2x + 3$,由于 $x^2 - 2x + 3 = (x-1)^2 + 2$,所以当 $x-1$ 取任意一对互为相反数的数时,多项式 $x^2 - 2x + 3$ 的值是相等的。例如,当 $x-1 = \pm 1$,即 $x=2$ 或 0 时, $x^2 - 2x + 3$ 的值均为 3 ,当 $x-1 = \pm 2$,即 $x=3$ 或 -1 时, $x^2 - 2x + 3$ 的值均为 6 。于是定义:对于关于 x 的多项式,如果当 $x-t$ 取任意一对互为相反数的数时,该多项式的值相等,就称该多项式关于 $x=t$ 对称,例如 $x^2 - 2x + 3$ 关于 $x=1$ 对称。请结合上述的思考过程,解决问题:

(1) 多项式 $x^2 - 4x + 6$ 关于 $x =$ _____ 对称;

(2) 已知关于 x 的多项式 $x^2 + 2mx + 3$ 关于 $x=3$ 对称,那么 $m =$ _____。

三、简答题

19 因式分解: $(x-2)(x+3) - 6x$ 。

20 因式分解: $x^2 - 4 + 4y - y^2$ 。

21 因式分解: $9(x-y)^3 - 6(x-y)^2 + (x-y)$ 。

22 因式分解: $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12$ 。

23 因式分解： $(a^4 + 1)^2 - 4a^4$ 。

四、解答题

24 已知 $x + y = 1$, $xy = -\frac{1}{2}$, 利用因式分解的方法求 $x(x + y)(x - y) - x(x + y)^2$ 的值。

25 已知 $A = 4a^2 + 6ab + 2b^2$, $B = 2a^2 + 6ab + 4b^2$, 请你对 A 与 B 进行加法和减法运算, 并将结果因式分解。

26 已知 $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 13 = 0$, 求 x 、 y 的值。

27 阅读材料:对于任何数,我们规定符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的意义是 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 。

(1) 按照这个规定请你计算 $\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{vmatrix}$ 的值;

(2) 按照这个规定请你化简 $\begin{vmatrix} 5-x & x+2 \\ x+2 & 3x-1 \end{vmatrix}$, 并将结果因式分解。

28 阅读材料:因为 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$, 这就说明多项式 $x^2 + 2x - 3$ 有一个因式为 $x - 1$, 我们把 $x = 1$ 代入此多项式发现 $x = 1$ 能使多项式 $x^2 + 2x - 3$ 的值为 0。

利用上述阅读材料,回答下列问题:

(1) 已知 $x - 3$ 是多项式 $x^2 + kx + 12$ 的一个因式,求 k 的值;

(2) 已知 $x - 3$ 和 $x - 4$ 是多项式 $x^3 + mx^2 + 12x + n$ 的两个因式,求 m 、 n 的值;

(3) 在(2)的条件下,把多项式 $x^3 + mx^2 + 12x + n$ 因式分解。

第 13 章 分式

13.1(1) 分式的意义

一、选择题

- 1 已知分式 $\frac{a^2-16}{a^2-4a}$ 的值为 0, 那么 a 的值为()。
- (A) 4 和 -4 (B) 4 (C) -4 (D) 4 和 0
- 2 如果分式 $\frac{x+1}{|x|-3}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是()。
- (A) $x \neq 0$ (B) $x \neq 1$ (C) $x \neq \pm 3$ (D) $x = \pm 3$
- 3 下列关于分式的判断, 正确的是()。
- (A) 当 $x=2$ 时, $\frac{x+1}{x-2}$ 的值为 0
- (B) 无论 x 为何值, $\frac{3}{x^2+1}$ 的值总为正数
- (C) 无论 x 为何值, $\frac{3}{x+1}$ 的值不可能为整数
- (D) 当 $x \neq 3$ 时, $\frac{x-3}{x}$ 有意义
- 4 根据下列表格信息, y 表示的分式可能为()。

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	0	*	*	无意义	*	...

- (A) $\frac{x+2}{x-1}$ (B) $\frac{x-2}{x+1}$ (C) $\frac{x+2}{x+1}$ (D) $\frac{x-2}{x-1}$

二、填空题

- 5 将式子表示成分式: $(a^2+b^2) \div a =$ _____。
- 6 当 $x=-1, y=2$ 时, $\frac{x^2-2xy}{y+2}$ 的值为_____。
- 7 使式子 $\frac{x+3}{x-3} \div \frac{x+5}{x-4}$ 有意义, 那么 x 需满足的条件是_____。
- 8 有一段坡路, 小明上学时骑自行车上坡的速度为 a 千米/时, 放学时骑自行车下坡的速度为 b 千米/时, 那么他在这段路上、下坡的平均速度为_____千米/时。
- 9 当 $x =$ _____ 时, 分式 $\frac{x^2-2x}{x^2+2x-3}$ 的值为 1。
- 10 当 $x=1$ 时, 分式 $\frac{x+2b}{x-a}$ 无意义; 当 $x=4$, 分式的值为 0, 那么 $a+b$ 的值为_____。

11 两位同学分别说出了某个分式的一些特点,甲:分式的值不可能为0;乙:当 $x = -2$ 时,分式的值为1,请你写出满足上述特点的一个分式_____。

三、解答题

12 已知 $x = 2y$,求 $\frac{x^2 - 2xy + 3y^2}{4x^2 + 3y^2}$ 的值。

13 已知分式 $\frac{6x^2 - 5x - 6}{3x + 2}$ 的值为0,求 x 的值。

14 m 取什么整数时,分式 $\frac{2m + 7}{m - 1}$ 的值为正整数。

15 小玲在电脑中设置了一个程序,输入数 a ,加 \ast 键,再输入数 b ,就可以运算 $a \ast b = (a - 2b) \div (2a - b)$ 。

(1) 求 $(-4) \ast \frac{1}{4}$ 的值;

(2) 小华在运用程序时,屏幕显示:“该操作无法进行”,请你猜猜看,小华输入的数据有什么特征?

13.1(2) 分式的基本性质

一、选择题

- 1 已知 $\frac{a+b}{ab} = \frac{A}{a^2b}$, 那么 A 是()。
- (A) a (B) $a+b$ (C) a^2-ab (D) a^2+ab
- 2 如果将分式 $\frac{x^2+y^2}{x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大到原来的 3 倍, 那么分式的值()。
- (A) 扩大到原来的 3 倍 (B) 扩大到原来的 9 倍
- (C) 缩小到原来的 $\frac{1}{3}$ (D) 不变
- 3 分式 $\frac{x}{3a}$ 、 $\frac{x+1}{1-x^2}$ 、 $\frac{x^2-4}{6x+12}$ 、 $\frac{4x-1}{4x}$ 、 $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$ 中, 最简分式的个数为()。
- (A) 4 个 (B) 3 个 (C) 2 个 (D) 1 个
- 4 等式 ① $\frac{-(a-b)}{c} = -\frac{a-b}{c}$, ② $\frac{-x+y}{-x} = \frac{x-y}{x}$, ③ $\frac{-a+b}{c} = -\frac{a+b}{c}$, ④ $\frac{-m-n}{m} = -\frac{m-n}{m}$ 中, 成立的是()。
- (A) ①② (B) ③④ (C) ①③ (D) ②④

二、填空题

- 5 在下列各题的括号里填上使等式成立的分子或分母。
- (1) $\frac{2x^2y}{xy^3} = \frac{(\quad)}{y^2}$; (2) $\frac{-2x}{1-2x} = \frac{(\quad)}{2x^2-x}$;
- (3) $\frac{a^2+ab-2b^2}{a^2-b^2} = \frac{(\quad)}{a+b}$; (4) $\frac{1+\frac{a}{b}}{1-\frac{a}{b}} = \frac{(\quad)}{b-a}$;
- (5) $\frac{3x^2-xy}{9x^2-6xy+y^2} = \frac{x}{(\quad)} = \frac{(\quad)}{9x^2-y^2}$ 。
- 6 约分: $\frac{(2a-a^2)(a^2+4a+3)}{(a^2-a)(a^2+a-6)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 7 如果 $\frac{a}{b} = 2$, 那么 $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 8 如果分式 $\frac{2m+4}{m^2-4}$ 的值为正整数, 那么整数 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 9 当 $1 < x < 2$ 时, 分式 $\frac{|x-2|}{x-2} + \frac{|x-1|}{x-1}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- 10 如果一个分式的分子或分母可以因式分解, 且这个分式不可以约分, 那么我们称这个分式为“和谐分式”, 下列分式 ① $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$; ② $\frac{x+y}{x^2-y^2}$; ③ $\frac{x-2y}{x^2-y^2}$; ④ $\frac{x-2}{x^2+2}$, 其中属于“和谐分式”

的是_____。

三、解答题

11 约分:

$$(1) \frac{-15xy^2z^{15}}{5xyz^5};$$

$$(2) \frac{a^2 + 6a - 7}{a^2 - 4a + 3};$$

$$(3) \frac{a^{n+2} - a^2b^n}{a^{2n+1} - ab^{2n}};$$

$$(4) \frac{-(x+y)(x-y)^2}{(y+x)(y^2-x^2)};$$

$$(5) \frac{a^2 + b^2 - c^2 + 2ab}{a^2 - b^2 - c^2 - 2bc}。$$

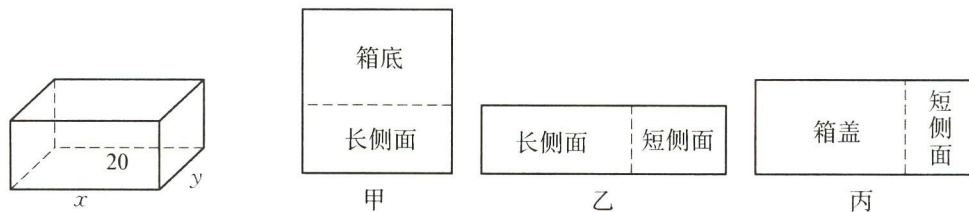
12 在学习“分式的基本性质”时,小明和小丽都遇到了“当 x 取何值时, $\frac{x+2}{x^2-4}$ 有意义”。小明

的做法是:先化简 $\frac{x+2}{x^2-4} = \frac{x+2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{x-2}$,要使 $\frac{1}{x-2}$ 有意义,必须 $x-2 \neq 0$,即 $x \neq 2$;

小丽的做法是:要使 $\frac{x+2}{x^2-4}$ 有意义,只需 $x^2-4 \neq 0$,即 $x^2 \neq 4$,所以 $x \neq 2$ 且 $x \neq -2$ 。

你赞同谁的看法?说明理由。

13 如图,用甲、乙、丙三块木板做一个长、宽、高分别为 x 厘米、 y 厘米和 20 厘米的长方体木箱。其中甲块木板锯成的两块刚好能做箱底和一个长侧面,乙块木板刚好能做一个长侧面和一个短侧面,丙块木板刚好能做一个箱盖和剩下的一个短侧面(厚度忽略不计, $x > y$)。



第 13 题图

- (1) 用含 x 、 y 的代数式表示这三块木板的面积。
- (2) 已知甲块木板的面积比丙块木板的面积大 300 平方厘米,乙块木板的面积为 1500 平方厘米,求木箱的体积。
- (3) 如果购买一块长为 100 cm、宽为 $(x+y)$ cm 的长方形木板做这个木箱,木板的利用率为 80%,试求 $\frac{xy}{x+y}$ 的值。

习题 13.1

一、选择题

- 1 下列分式中,与 $-\frac{1+a}{a-3}$ 的值相等的是()。
- (A) $-\frac{a+1}{3+a}$ (B) $\frac{a-1}{a-3}$
 (C) $\frac{-1-a}{3-a}$ (D) $\frac{-1-a}{a-3}$
- 2 如果分式 $\frac{|x|-3}{x^2-2x-3}$ 的值为零,那么 x 的值为()。
- (A) 3 (B) -3 (C) -1 或 3 (D) -3 或 3
- 3 如果分式 $\frac{A}{2x+y}$ 中的 x 和 y 都扩大为原来的 3 倍后,分式的值不变,那么 A 可能是()。
- (A) $3x+2y$ (B) $3x+3$ (C) $2xy$ (D) 3
- 4 有下列结论:①无论 a 取何值, $\frac{a}{a^2+1}$ 都有意义;②当 $a=-1$ 时,分式 $\frac{a+1}{a^2-1}$ 的值为 0;
 ③如果分式 $\frac{x^2+1}{x-1}$ 的值为负数,那么 $x < 1$;④如果 $\frac{x+1}{x+2} \div \frac{x+1}{x}$ 有意义,那么 $x \neq -2$ 且 $x \neq 0$ 。其中正确的个数是()。
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

二、填空题

- 5 如果分式 $\frac{x-3}{2x+1}$ 的值为 -1,那么 x 的值是_____。
- 6 化简: $\frac{x^2+x-12}{x^2-16} =$ _____。
- 7 当 $a-4b=0$ 时,分式 $\frac{a^2+b^2}{ab}$ 的值为_____。
- 8 不改变分式的值,把分式的分子和分母各项系数都化为整数: $\frac{0.4a - \frac{1}{2}b}{\frac{1}{5}a + 0.3b} =$ _____。
- 9 已知分式 $\frac{2x+n}{x-m}$,当 $x=-2$ 时,分式无意义;当 $x=2$ 时,分式的值为零,那么 $m+n =$ _____。
- 10 有一组按规律排列的分式: $\frac{b^2}{a}, -\frac{b^5}{a^2}, \frac{b^8}{a^3}, -\frac{b^{11}}{a^4}, \dots (ab \neq 0)$ 。那么第 2024 个式子是_____。

三、解答题

11 从三个代数式 $4x^2 - y^2$ 、 $2xy + y^2$ 、 $4x^2 + 4xy + y^2$ 中任选两个作为分子和分母,构造分式,并化简该分式。(写出三种情况)

12 如果分式 $\frac{a^2 - 4}{1 + \frac{1 + 3a}{2a}}$ 有意义,求 a 的取值范围。

13 已知 x 为整数,求能使分式 $\frac{x^2 - x}{x + 1}$ 的值为整数的所有 x 之和。

14 如果 a 、 b 为有理数且满足 $a \neq -1$, $b \neq -1$, 已知分式 $M = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b}$, $N =$

$$\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b}.$$

(1) 如果 $ab = 1$, 求证: $M = N$;

(2) 如果 $a + b = 0$, 求证: $MN \leq 0$ 。

13.2(1) 分式的乘除

一、选择题

1 计算 $\frac{4a^2}{3b} \cdot \left(-\frac{b^2}{2a}\right)$ 的结果是()。

- (A) $\frac{4a^2 - b^2}{6ab}$ (B) $\frac{2}{3}ab$ (C) $-\frac{2}{3}ab$ (D) $-2ab$

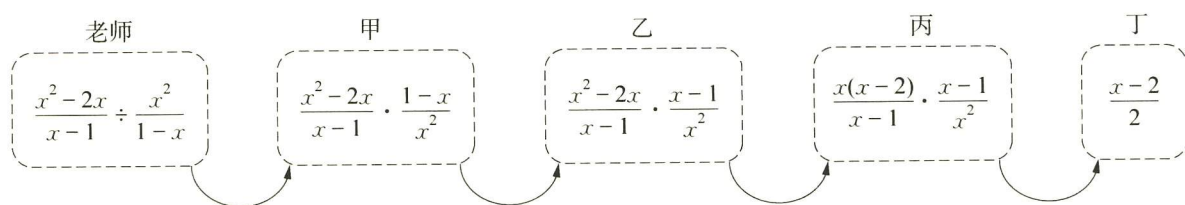
2 下列运算结果为 $x - 1$ 的是()。

- (A) $\frac{x^2 - 1}{x}$ (B) $\frac{x^2 - 1}{x} \cdot \frac{x}{x + 1}$ (C) $\frac{x + 1}{x} \div \frac{x}{x - 1}$ (D) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

3 下列等式中,成立的是()。

- (A) $\frac{-x - y}{x} = -\frac{x - y}{x}$ (B) $x \div \frac{y}{x - y} = \frac{x}{y} \div (x - y)$
 (C) $(a + b) \div \frac{a - b}{ab} = \frac{a^2 - b^2}{ab}$ (D) $\frac{x^2 - y^2}{x - y} \div \frac{x + y}{x - y} = x - y$

4 老师设计了接力游戏,用合作的方式完成分式化简。规则是:每人只能看到前一人给的式子,并进行一步计算,再将结果传递给下一人,最后完成化简。过程如图所示,接力中,自己负责的一步出现错误的是()。



第4题图

- (A) 只有乙 (B) 甲和丁 (C) 乙和丙 (D) 乙和丁

二、填空题

5 计算: $\left(-\frac{3ax^3}{4pm^3}\right)^2 =$ _____。

6 已知分式 $\frac{a^2 - 1}{a}$ 乘以一个分式后结果为 $-\frac{(1 - a)^2}{a^2}$, 那么这个分式为_____。

7 计算: $\frac{3a - 3b}{10ab} \cdot \frac{50a^2b^2}{a^2 - b^2} =$ _____。

8 计算: $\left(\frac{a + b}{a - b}\right)^2 \cdot \frac{2a - 2b}{3a + 3b} =$ _____。

9 当 $x = 8, y = 11$ 时,分式 $\frac{x - y}{x^4 - y^4} \div \frac{1}{x^2 + y^2}$ 的值为_____。

10 已知分式 $\frac{x^2 - y^2}{a^2x - a^2y} \div \frac{(x + y)^2}{ax + ay}$ 的值等于 5, 那么 a 的值为_____。

三、解答题

11 计算： $\left(-\frac{x}{y^2}\right)^2 \cdot \left[-\left(\frac{y}{x}\right)^2\right]^3 \div \left(\frac{-y}{x}\right)^3$ 。

12 计算： $\frac{2x-6}{x^2-4x+4} \div \frac{12-4x}{x^2+x-6} \cdot \frac{1}{x+3}$ 。

13 先化简,再求值： $\frac{x^2+2x-3}{x^2+3x-10} \cdot \frac{x^2+8x+15}{x-1} \div \frac{x+3}{2-x}$,其中 $x = -2$ 。

14 先阅读下列解题过程,思考后回答问题。

计算： $a^2 \div b \cdot \frac{1}{b} \div c \cdot \frac{1}{c} \div d \cdot \frac{1}{d}$ 。

解：原式 $= a^2 \div 1 \div 1 \div 1 = a^2$ 。

判断上述解题过程是否正确？如果不正确,请指出错误原因,并给出正确的解题过程。

15 阅读材料:

已知 $\frac{x^2+1}{x}=3$, 求 $\frac{x^2}{x^4+1}$ 的值。

解: 由 $\frac{x^2+1}{x}=3$, 得 $x+\frac{1}{x}=3$, 由此可得 $\frac{x^4+1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=7$,

所以 $\frac{x^2}{x^4+1}=\frac{1}{7}$ 。

请仿照材料中的解法, 求解问题:

已知 $\frac{x^2+x+1}{x}=a$, 用含 a 的代数式表示 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$ 的值。

13.2(2) 分式的加减

一、选择题

1 计算 $\frac{a+3b}{3ab} - \frac{a+9b}{3ab}$ 的结果是()。

- (A) $\frac{2}{a}$ (B) $-\frac{2}{a}$ (C) $\frac{4}{a}$ (D) $-\frac{4}{a}$

2 分式 $\frac{3a}{a^2-b^2}$ 的分母经过通分后变成 $2(a-b)^2(a+b)$, 那么分子应变为()。

- (A) $6a(a-b)^2(a+b)$ (B) $2(a-b)$
(C) $6a(a-b)$ (D) $6a(a+b)$

3 学完分式的运算后, 老师出了一道题: 化简 $\frac{x+3}{x+2} + \frac{2-x}{x^2-4}$, 以下三位同学的解答中正确的是()。

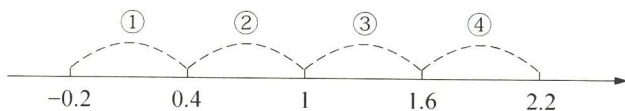
小明的解答: 原式 $= \frac{(x+3)(x-2)}{x^2-4} - \frac{x-2}{x^2-4} = \frac{x^2+x-6-x-2}{x^2-4} = \frac{x^2-8}{x^2-4}$;

小亮的解答: 原式 $= (x+3)(x-2) + (2-x) = x^2+x-6+2-x = x^2-4$;

小芳的解答: 原式 $= \frac{x+3}{x+2} - \frac{x-2}{(x+2)(x-2)} = \frac{x+3}{x+2} - \frac{1}{x+2} = \frac{x+3-1}{x+2} = 1$ 。

- (A) 小明 (B) 小亮 (C) 小芳 (D) 都不正确

4 如图, 如果 x 为正整数, 那么表示 $\frac{(x+2)^2}{x^2+4x+4} - \frac{1}{x+1}$ 的值所对应的点落在()。



第4题图

- (A) 段① (B) 段② (C) 段③ (D) 段④

二、填空题

5 计算: $\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} =$ _____。

6 计算: $\frac{1}{2a-b} - \frac{1}{2a+b} =$ _____。

7 计算: $\frac{x^2}{x+y} - x + y =$ _____。

8 已知 $2x^2 - 3xy + y^2 = 0$ (x, y 都不为 0), 那么 $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} =$ _____。

9 研究 15、12、10 这三个数的倒数发现: $\frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10} - \frac{1}{12}$ 。我们称 15、12、10 这三个数为
一组调和数。现有一组调和数: x 、5、3 ($x > 5$), 那么 x 的值为_____。

10 请仿照例子解题： $\frac{M}{x+1} + \frac{N}{x-1} = \frac{1-3x}{x^2-1}$ 恒成立，求 M 、 N 的值。

解：因为 $\frac{M}{x+1} + \frac{N}{x-1} = \frac{1-3x}{x^2-1}$ ，所以 $\frac{M(x-1) + N(x+1)}{(x+1)(x-1)} = \frac{1-3x}{x^2-1}$ ，

则 $\frac{Mx - M + Nx + N}{(x+1)(x-1)} = \frac{1-3x}{x^2-1}$ ，即 $\frac{(M+N)x - M + N}{(x+1)(x-1)} = \frac{-3x + 1}{x^2-1}$ ，

故 $\begin{cases} M + N = -3, \\ -M + N = 1, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} M = -2, \\ N = -1. \end{cases}$

请你按照上面的方法解题：已知 $\frac{M}{x+2} - \frac{N}{x-2} = \frac{x-8}{x^2-4}$ 恒成立，那么 $M = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $N =$

$\underline{\hspace{2cm}}$ 。

三、解答题

11 计算： $\frac{x^2+1}{x^2-5x+6} + \frac{1-2x}{x^2-5x+6} - \frac{5}{x^2-5x+6}$ 。

12 计算： $-\frac{1}{x+3} - \frac{6}{9-x^2} - \frac{x-1}{6+2x}$ 。

13 计算： $\left(\frac{y^2-4}{y^2-y-6} + \frac{y+2}{y-3}\right) \cdot \frac{y-3}{y+1}$ 。

14 先化简,再求值: $\left(a - 1 - \frac{3}{a+1}\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a+1}$, 其中 $a = \frac{2}{3}$ 。

15 对于正数 x , 规定: $f(x) = \frac{x}{x+1}$ 。

例如: $f(1) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$, $f(2) = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1} = \frac{1}{3}$ 。

(1) 填空: $f(3) =$ _____; $f\left(\frac{1}{3}\right) =$ _____; $f(4) + f\left(\frac{1}{4}\right) =$ _____;

(2) 猜想: $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) =$ _____, 并证明你的结论;

(3) 求值: $f\left(\frac{1}{2024}\right) + f\left(\frac{1}{2023}\right) + \cdots + f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) + f(2) + \cdots + f(2023) + f(2024)$ 。

13.2(3) 整数指数幂

一、选择题

1 如果 $(x-1)^0 + \left(\frac{x}{x-3}\right)^{-2}$ 有意义,那么 x 的取值范围是()。

- (A) $x \neq 1$ (B) $x \neq 1$ 且 $x \neq 3$
 (C) $x \neq 1$ 且 $x \neq 3$ 且 $x \neq 0$ (D) $x \neq 1$ 且 $x \neq 0$

2 下列运算中正确的是()。

- (A) $a^2 \cdot (a^{-3})^2 = a^{-3}$ (B) $(a-2)^{-2} = \frac{1}{a^2-4}$
 (C) $a^2 \div a^{-6} = a^{-4}$ (D) $(a^{-2})^{-3} \div a^{-2} = a^8$

3 将 -4^{-2} 、 -0.2^2 、 $\left(-2\frac{2}{3}\right)^0$ 、 $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$ 按值的大小顺序排列是()。

- (A) $-0.2^2 < -4^{-2} < \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} < \left(-2\frac{2}{3}\right)^0$
 (B) $-0.2^2 < -4^{-2} < \left(-2\frac{2}{3}\right)^0 < \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$
 (C) $-4^{-2} < -0.2^2 < \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} < \left(-2\frac{2}{3}\right)^0$
 (D) $-4^{-2} < -0.2^2 < \left(-2\frac{2}{3}\right)^0 < \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

二、填空题

4 把下列各式表示成不含分母的形式:

- (1) $\frac{3}{x^2y^3} =$ _____; (2) $\frac{y+1}{2x^3} =$ _____;
 (3) $\frac{(x-y)^3}{4(x+y)^5} =$ _____; (4) $\frac{2x-y}{x^5y} =$ _____。

5 把下列各式化为不含负指数幂的形式:

- (1) $5x^{-2} =$ _____; (2) $\frac{3^{-2}xy^{-4}}{5a^{-3}b^{-5}} =$ _____;
 (3) $(x^{-1}y^{-1})^{-1} =$ _____; (4) $\frac{-3x(x+y)^{-2}}{y^{-2}} =$ _____。

6 计算: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} + \left(\frac{6}{7}\right)^0 =$ _____。

7 计算: $a^2b^{-3} \cdot (a^{-1}b)^3 \div (ab)^{-1} =$ _____。

8 计算: $\frac{x^{-1}-y^{-1}}{x^{-1}+y^{-1}} =$ _____。

9 如果 $10^{-2\alpha} = 4$, $10^{-\beta} = -\frac{1}{8}$,那么 $10^{6\alpha+2\beta} =$ _____。

⑩ 对于整数 a, b , 定义运算: $a \blacktriangle b = \begin{cases} a^b, & a > b, a \neq 0, \\ a^{-b}, & a \leq b, a \neq 0. \end{cases}$ 例如 $2 \blacktriangle 3 = 2^{-3} = \frac{1}{8}$, $4 \blacktriangle 2 = 4^2 =$

16. 照此定义, 计算: $[2 \blacktriangle (-4)] \times [(-4) \blacktriangle (-2)] =$ _____。

三、解答题

⑪ 计算: $(-2)^{-3} - 2^{-3} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ 。

⑫ 计算: $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2^3 \times 0.125 + \pi^0 + 1 - 11$ 。

⑬ 计算: $(x^{-2} - y^{-2}) \div (x^{-1} + y^{-1}) + \frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ 。

⑭ 定义一种运算: $a @ b = \frac{a^{-1}}{b^2} + ab$, 计算: $(xy) @ (x^{-1}y)$ 。

15 阅读材料:求 $1 + 2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-2024}$ 的值。

解:设 $S = 1 + 2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-2024}$,①

那么 $2S = 2 + 1 + 2^{-1} + \dots + 2^{-2023}$ 。②

② - ①, 得 $S = 2 - 2^{-2024}$,

即原式 $= 2 - 2^{-2024}$ 。

请你仿照计算:

(1) $1 + 3^{-1} + 3^{-2} + \dots + 3^{-2024}$;

(2) $1 + 3^{-1} + 3^{-2} + \dots + 3^{-n}$ (n 为大于 1 的正整数)。

习题 13.2

一、选择题

1 计算 $\left(-\frac{3ax^2}{2y}\right)^3$ 的结果是()。

(A) $-\frac{27a^3x^6}{8y^3}$

(B) $\frac{27a^3x^6}{8y^3}$

(C) $-\frac{9a^3x^6}{6y^3}$

(D) $\frac{9a^3x^6}{6y^3}$

2 已知 $a = -3^{-2}$, $b = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$, $c = (-0.3)^0$, 那么 a 、 b 、 c 的大小关系是()。

(A) $a < b < c$

(B) $b < c < a$

(C) $c < b < a$

(D) $a < c < b$

3 计算 ① $\frac{x^2-y^2}{4xy} - \frac{x^2+y^2}{4xy}$, ② $\frac{x^2+y^2}{x-y} + \frac{2xy}{y-x}$, ③ $\frac{a}{b^2} \div \frac{2a^2}{b^2}$, ④ $\frac{3a^2-3b^2}{10ab} \cdot \frac{50a^2b^2}{a-b}$ 所得的结果中, 是整式的是()。

(A) ①②

(B) ②③

(C) ②④

(D) ③④

4 下列各式中, 正确的是()。

(A) $\left(\frac{x+y}{xy}\right)^2 = \frac{x^2+y^2}{x^2y^2}$

(B) $\frac{x}{x^2-y^2} - \frac{y}{y^2-x^2} = \frac{x-y}{x^2-y^2}$

(C) $\frac{a}{x-y} - \frac{b-a}{y-x} = \frac{b}{x-y}$

(D) $(a+b) \div \frac{a-b}{ab} = \frac{a^2-b^2}{ab}$

二、填空题

5 把 $\left(\frac{2a^{-1}b}{3c^{-2}}\right)^{-2}$ 化成只含有正整数指数幂的形式为:_____。

6 计算: $-2^2 \div (\pi-3)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + (-1)^{-2} =$ _____。

7 计算: $1 - \frac{1}{a} + \frac{2}{a-1} =$ _____。

8 计算: $\frac{(x^2-y^2)^2}{(x^2+y^2)^3} \div \left(\frac{x+y}{x^2+y^2}\right)^3 =$ _____。

9 已知 x 为整数, 且 $\frac{2}{x+3} + \frac{2}{3-x} + \frac{2x+18}{x^2-9}$ 的值为整数, 那么所有符合条件的 x 的值为_____。

10 阅读理解: 符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 称为二阶行列式, 规定它的运算法则为 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 那么二阶

行列式 $\begin{vmatrix} a^2-a & 1 \\ a & \frac{1}{a^2-1} \end{vmatrix} =$ _____。

三、解答题

11 计算： $(y - x^{-1}) \div (x - y^{-1})$ 。(结果不含负整数指数幂)

12 先化简,再求值： $\left(\frac{a-2}{a^2+2a} - \frac{a-1}{a^2+4a+4}\right) \div \frac{a-4}{a+2}$,其中 a 满足 $a^2 + 2a - 1 = 0$ 。

13 已知分式 $\frac{6x^2+2x+4}{x(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-1} + \frac{C}{x+2}$, 求 A 、 B 、 C 的值。

14 定义:如果两个分式的差为 2,那么称这两个分式是“友好分式组”。

(1) 有下列 3 组分式: ① $\frac{3a}{a+1}$ 与 $\frac{a}{a+1}$; ② $\frac{3a}{a-1}$ 与 $\frac{a+2}{a-1}$; ③ $\frac{a}{2a+1}$ 与 $\frac{5a+2}{2a+1}$ 。

其中是“友好分式组”的有_____。(填序号)

(2) 如果正数 a 、 b 互为倒数,求证:分式 $\frac{3a^2}{a^2+b}$ 与 $\frac{a-2b^2}{a+b^2}$ 是“友好分式组”。

(3) 如果 a 、 b 均为非零有理数,且分式 $\frac{3a^2}{a^2-4b^2}$ 与 $\frac{a}{a+2b}$ 是“友好分式组”,求分式 $\frac{a^2-2b^2}{ab}$ 的值。

13.3(1) 分式方程(1)

一、选择题

1 下列方程中,分式方程有()。

① $\frac{x+1}{3}=1$; ② $\frac{3}{x+1}=4$; ③ $\frac{x^2-1}{x+1}=1$; ④ $\frac{x}{2}+\frac{x-1}{3}=2$; ⑤ $\frac{x+1}{\pi}+2=x$ 。

(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

2 $x=-1$ 是下列哪个分式方程的解? ()。

(A) $\frac{2}{x+1}=\frac{1}{x}$ (B) $\frac{2}{x+1}-\frac{1}{x+2}=0$

(C) $\frac{x+1}{x^2-1}=0$ (D) $\frac{2}{x-1}+\frac{1}{x+2}=0$

3 方程 $\frac{(x-2)(x+3)}{x^2-4}=0$ 的根为()。

(A) -3 (B) 2 (C) 2或-3 (D) -2或3

4 如果关于 x 的分式方程 $\frac{k-1}{x^2-1}-\frac{1}{x^2-x}=\frac{k-5}{x^2+x}$ 有增根 $x=-1$, 那么 k 的值为()。

(A) 1 (B) 3 (C) 6 (D) 9

二、填空题

5 分式 $\frac{3-x}{2-x}$ 的值比分式 $\frac{1}{x-2}$ 的值大 3, 那么 $x =$ _____。

6 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{x-2}=2$ 与 $\frac{x}{x+a}=-\frac{3}{2}$ 的解相等, 那么 a 的值为_____。

7 如果关于 x 的方程 $\frac{m}{2-x}-\frac{1-x}{x-2}=0$ 无解, 那么 m 的值为_____。

8 对于非零有理数 a, b , 规定 $a \oplus b = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$, 已知 $(2x-1) \oplus 2 = 1$, 那么 x 的值为_____。

三、解答题

9 解方程: $\frac{2}{x} + \frac{6}{x+1} = \frac{15}{x(x+1)}$ 。

10 观察下列分式方程的求解过程, 请找出各步变形中的错误。

解分式方程: $1 - \frac{x-3}{2x+2} = \frac{3x}{x+1}$ 。

解: 去分母, 得 $2x+2 - (x-3) = 3x$ 。 步骤 1

去括号,得	$2x + 2 - x - 3 = 3x。$	步骤 2
移项,得	$2x - x - 3x = 2 - 3。$	步骤 3
合并同类项,得	$-2x = -1。$	步骤 4
解得	$x = \frac{1}{2}。$	步骤 5
所以原分式方程的解为	$x = \frac{1}{2}。$	步骤 6

11 解方程: $\frac{x}{3+x} - \frac{x}{2-x} = 2。$

12 已知关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x} = \frac{k}{x^2+x}$ 有增根,求 k 的值。

13 解方程: $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+7} = \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+6}。$

14 阅读下列材料

在学习“分式方程及其解法”课程时,老师提出一个问题,如果关于 x 的分式方程 $\frac{a}{x-4}=1$ 的解为正数,求 a 的取值范围。

(1) 经过独立思考分析后,小明和小聪开始交流解题思路如下:

小明说:解这个关于 x 的分式方程,得到方程的解为 $x=a+4$,由题意得 $a+4>0$,所以 $a>-4$,问题解决。

小聪说:你考虑得不全面……

请回答:_____的说法是正确的,并说明正确的理由:_____。

(2) 完成下列问题:

① 关于 x 的方程 $\frac{1-m}{x-1}-2=\frac{2}{1-x}$ 的解是非负数,求 m 的取值范围。

② 关于 x 的方程 $\frac{3-2x}{x-3}+\frac{nx-2}{x-3}=-1$ 无解,直接写出 n 的值。

13.3(2) 分式方程(2)

一、选择题

1 随着 5G 网络技术的发展,市场对 5G 产品的需求越来越大,为满足市场需求,某大型 5G 产品生产厂家更新技术后,加快了生产速度,现在平均每天比更新技术前多生产 30 万件产品,现在生产 500 万件产品所需时间与更新技术前生产 400 万件产品所需时间相同,设更新技术前每天生产 x 万件产品,那么根据题意可列方程()。

(A) $\frac{400}{x-30} = \frac{500}{x}$

(B) $\frac{400}{x} = \frac{500}{x+30}$

(C) $\frac{400}{x} = \frac{500}{x-30}$

(D) $\frac{400}{x+30} = \frac{500}{x}$

2 “某学校改造过程中整修门口 1500 米的道路,但是在实际施工时,……求实际每天整修道路多少米?”在这个题目中,如果设实际每天整修道路 x 米,那么可列方程为 $\frac{1500}{x-5} - \frac{1500}{x} = 10$,

则题目中用“……”表示的条件应该是()。

(A) 每天比原计划多修 5 米,结果延期 10 天完成

(B) 每天比原计划多修 5 米,结果提前 10 天完成

(C) 每天比原计划少修 5 米,结果延期 10 天完成

(D) 每天比原计划少修 5 米,结果提前 10 天完成

3 某校七年级学生去距学校 15 千米的博物馆参观,一部分学生骑自行车先走,过了 30 分钟后,其余学生乘汽车出发,结果他们同时到达,已知汽车的速度是骑自行车学生速度的 2 倍,求骑自行车学生的速度。设骑自行车学生的速度为 x 千米/时,根据题意可列方程()。

(A) $\frac{15}{2x} + 30 = \frac{15}{x}$

(B) $\frac{15}{2x} - 30 = \frac{15}{x}$

(C) $\frac{15}{2x} + \frac{1}{2} = \frac{15}{x}$

(D) $\frac{15}{2x} - \frac{1}{2} = \frac{15}{x}$

二、填空题

4 一艘轮船在静水中的最大航速为 30 千米/时,它以最大航速沿江顺流航行 90 千米所用的时间,与以最大航速逆流航行 60 千米所用的时间相等,求江水的流速为多少。设江水的流速为 x 千米/时,根据题意可列方程_____。

5 某质检部门分别抽取甲、乙两厂相同数量的产品进行质量检查,测得甲厂有合格的产品 48 件,乙厂有合格的产品 45 件,甲厂的合格率比乙厂的合格率高 5%,那么甲厂的合格率是_____。

三、解答题

6 下列是学习“分式方程”时,老师板书的问题和两名同学所列的方程。

例:有甲、乙两个工程队,甲队修路 400 米与乙队修路 600 米所用的时间相等。乙队每天比甲队多修 20 米,求甲队每天修路的长度。

冰冰: $\frac{400}{x} = \frac{600}{x+20}$

庆庆: $\frac{600}{y} - \frac{400}{y} = 20$

根据以上信息,解答下列问题:

- (1) 冰冰同学所列方程中的 x 表示 _____ ,
庆庆同学所列方程中的 y 表示 _____ ;
- (2) 从两个方程中任选一个,并写出它的等量关系;
- (3) 利用(2)中你所选择的方程进行解答。



7 甲、乙两车同时从相距 90 千米的 A 地出发去往 B 地,甲比乙晚出发 30 分钟,结果乙比甲晚到 30 分钟,已知甲车平均速度是乙车平均速度的 1.5 倍,求甲车的平均速度。

8 某公司投资某个项目,现有甲、乙两个工程队有能力承包这个项目,公司调查发现:乙队单独完成工程的时间是甲队的 2 倍;如果甲队先做 9 天,剩下的工程再由甲、乙两队合做 14 天可以完成;已知甲队每天的施工费用为 3000 元,乙队每天的施工费用为 1600 元。

- (1) 求甲、乙两队单独完成这项工程各需多少天。
- (2) 如果工程预算的施工费用为 9.1 万元,拟安排甲、乙两队合作完成这项工程,那么工程预算的施工费用是否够用? 如果不够用,需追加预算多少元? 请给出你的判断并说明理由。

9 如图,某公司会计欲查询乙商品的进价,发现进货单已被墨水污染。

进货单

商品	进价(元/件)	数量(件)	总金额(元)
甲			7200
乙			3200

商店采购员李阿姨和仓库保管员王师傅对采购情况回忆如下:

李阿姨:我记得甲商品进价比乙商品进价每件高 50%。

王师傅:甲商品比乙商品的数量多 40 件。

请你求出乙商品的进价,并帮助他们补全进货单。

习题 13.3

一、选择题

- 1 下列方程不是分式方程的是()。
- (A) $\frac{1}{x} + x = 2 + 3x$ (B) $\frac{x}{2x+3} = \frac{4}{5}$
 (C) $\frac{x}{\pi} - \frac{x+1}{3} = 4$ (D) $\frac{1}{x-5} - \frac{4}{2x+3} = 1$
- 2 解分式方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{x+2}{1-x} = 3$, 去分母后变形为()。
- (A) $2 + (x+2) = 3(x-1)$ (B) $2 - x + 2 = 3(x-1)$
 (C) $2 - (x+2) = 3(x-1)$ (D) $2 - (x+2) = 3(1-x)$
- 3 关于 x 的分式方程 $\frac{x-a}{b-x} = \frac{c}{d}$ 有一个解, 那么必须满足条件()。
- (A) $a \neq -b, c \neq d$ (B) $a \neq b, c \neq -d$
 (C) $a \neq -b, c \neq -d$ (D) $a \neq b, c \neq d$
- 4 为了进一步丰富文体活动, 学校准备购进一批篮球和足球。已知每个篮球的价格比每个足球的价格多 20 元, 用 1500 元购进篮球的数量比 800 元购进足球的数量多 5 个。如果设每个足球的价格为 x 元, 那么可列方程()。
- (A) $\frac{1500}{x+20} - \frac{800}{x} = 5$ (B) $\frac{1500}{x-20} - \frac{800}{x} = 5$
 (C) $\frac{800}{x} - \frac{1500}{x+20} = 5$ (D) $\frac{800}{x} - \frac{1500}{x-20} = 5$

二、填空题

- 5 已知分式 $\frac{x}{2x-3}$ 的值比分式 $\frac{2}{3-2x}$ 的值大 4, 那么 $x =$ _____。
- 6 已知分式 $\frac{2}{3-x}$ 与分式 $\frac{3}{x+1}$ 的值互为相反数, 那么 $x =$ _____。
- 7 对于非零的两个有理数 a, b , 我们给出一种新的运算, 规定: $a \otimes b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, 如果 $1 \otimes (x+1) = 1$, 那么 x 的值为_____。
- 8 当 $m =$ _____ 时, 关于 x 的方程 $\frac{x}{x-2} - 3 = \frac{m}{x-2}$ 会产生增根。
- 9 某公司经销品牌新能源汽车, 2022 年的销售总额为 8000 万元, 2023 年的销售总额为 7000 万元, 2023 年每辆车的销售价格比 2022 年降低 2 万元, 如果 2023 年销售数量与 2022 年相同, 设 2023 年每辆车的销售价格为 x 万元, 根据题意列方程为_____。
- 10 对于两个不相等的有理数 a, b , 我们规定符号 $\min\{a, b\}$ 表示 a, b 中较小的值, 如: $\min\{2, 4\} = 2$ 。按照这个规定, 方程 $\min\left\{\frac{1}{x}, -\frac{1}{x}\right\} = \frac{3}{x} - 1 (x \neq 0)$ 的解为_____。

三、解答题

11 观察下列分式方程的求解过程,回答所提出的问题。

解分式方程: $\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$ 。

解:去分母,得 $3(x+2) - 2(x-2) = 8$ 。 步骤 1

去括号,得 $3x + 6 - 2x + 4 = 8$ 。 步骤 2

移项,得 $x = 8 - 10$ 。 步骤 3

解得 $x = -2$ 。 步骤 4

所以原分式方程的解为 $x = -2$ 。 步骤 5

(1) 上述过程中,步骤_____是错误的,错误的原因是_____。

(2) 订正错误,写出正确答案。

12 解方程: $\frac{2}{2x-5} - \frac{1}{x-5} = \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x-3}$ 。

13 某县要修筑一条长为 6000 米的乡村旅游公路,准备承包给甲、乙两个工程队来合作完成,已知甲队每天筑路的长度是乙队的 2 倍,前期两队各完成了 400 米时,甲比乙少用了 5 天。

(1) 求甲、乙两个工程队每天各筑路多少米。

(2) 如果甲队每天的工程费用为 1.5 万元,乙队每天的工程费用为 0.9 万元,要使完成全部工程的总费用等于 120 万元,那么要安排甲队筑路多少天?

14 已知关于 x 的方程 $\frac{3}{x} + \frac{a}{x-1} = \frac{bx+b}{x^2-x}$ 。

(1) 当 $a=6, b=1$ 时,求分式方程的解。

(2) 已知 $a=6, b$ 为何值时,分式方程无解?

单元练习十三

一、选择题

- 1 如果分式 $\frac{x-2}{2x+y}$ 的值为零,那么 y 的值不能等于()。
- (A) 2 (B) -2 (C) 4 (D) -4
- 2 下列分式中,与 $-\frac{1-a}{a-3}$ 的值相等的是()。
- (A) $-\frac{a+1}{3+a}$ (B) $\frac{a-1}{a-3}$ (C) $\frac{-1-a}{3-a}$ (D) $\frac{-1-a}{a-3}$
- 3 已知 $a=(-2)^{-2}$, $b=(-2)^0$, $c=\left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$,那么 a 、 b 、 c 的大小关系是()。
- (A) $a > c > b$ (B) $b > a > c$ (C) $a > b > c$ (D) $c > a > b$
- 4 老师在黑板上写了一个式子的正确计算结果,随后用手遮住了原式子的一部分:

$$\left(\text{手} - \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}\right) \div \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x-1},$$

那么被遮住的部分是()。

- (A) $\frac{x-1}{2x+1}$ (B) $\frac{2x-1}{x-1}$ (C) $\frac{x-1}{2x-1}$ (D) $\frac{2x+1}{x-1}$
- 5 随着快递业务的增加,某快递公司为快递员更换了快捷的交通工具,公司投递快件的能力由每周 3000 件提高到 4200 件,平均每人每周比原来多投递 80 件,如果快递公司的快递员人数不变,求原来平均每人每周投递快件多少件。设原来平均每人每周投递快件 x 件,根据题意可列方程为()。
- (A) $\frac{3000}{x} = \frac{4200}{x-80}$ (B) $\frac{3000}{x} + 80 = \frac{4200}{x}$
- (C) $\frac{4200}{x} = \frac{3000}{x} - 80$ (D) $\frac{3000}{x} = \frac{4200}{x+80}$
- 6 对于两个不相等的有理数 a 、 b ,我们规定符号 $\max\{a, b\}$ 表示 a 、 b 中较大的值,如 $\max\{2, 4\} = 4$,按照这个规定,方程 $\max\left\{\frac{1}{x}, -\frac{1}{x}\right\} = \frac{3}{x} - 1$ 的解为()。
- (A) $x = 4$ (B) $x = 2$ (C) $x = 4$ 或 2 (D) 无解

二、填空题

- 7 如果分式 $\frac{x+2}{(x-1)^2}$ 的值大于零,那么 x 的取值范围是_____。
- 8 计算: $\frac{1}{x} \div \frac{x^2-2x+1}{x^2-x} =$ _____。
- 9 计算: $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x^2-5x+6} =$ _____。

- ⑩ 已知 $a = 2b$, 那么 $\frac{a^2 - b^2}{ab}$ 的值为_____。
- ⑪ 已知 $\frac{x}{y} = 2$, 那么 $\frac{2x^2 - 3xy + 2y^2}{x^2 + 2xy + y^2}$ 的值为_____。
- ⑫ 利用负指数幂将式子化成没有分母的形式: $\left(-\frac{3^{-1}a^{-2}b^3}{2a^2b^{-2}}\right)^{-1} =$ _____。
- ⑬ 已知 x 为整数, 且分式 $\frac{2x+2}{1-x^2}$ 的值是正整数, 那么 x 的值是_____。
- ⑭ 已知 $x^2 - 4x + 1 = 0$, 那么 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 的值是_____。
- ⑮ 对于非零常数 a, b , 规定 $a@b = \frac{1}{b} - \frac{1}{a}$, 如果 $2@(2x-1) = 3$, 那么 x 的值是_____。
- ⑯ 当 $m =$ _____ 时, 关于 x 的方程 $\frac{2}{x-2} + \frac{mx}{x^2-4} = \frac{3}{x+2}$ 会产生增根。
- ⑰ 已知关于 x 的方程 $\frac{2x+m}{x-1} = 3$ 的解是正数, 那么 m 的取值范围为_____。
- ⑱ 当 $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 2$ 时, 那么代数式 $\frac{-2y^2 + xy - 2x^2}{3x^2 + xy + 3y^2} =$ _____。
- ⑲ 一根蜡烛在凸透镜前成一实像, 物距 u , 像距 v 和凸透镜的焦距 f 满足关系式: $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$, 如果焦距为 6 厘米, 像距为 8 厘米, 那么物距为_____。
- ⑳ 如果分式 $\frac{1}{2m-1}$ 的值为正数, 求 m 的取值范围。

某同学根据分式与除法的关系, 及除法运算法则, 同号相除得正, 得 $2m-1 > 0$, 求得 $m > \frac{1}{2}$,

根据以上材料, ① 如果 $\frac{m-3}{-5} < 0$, 那么 m 的取值范围为_____。

② 如果 $\frac{m^2+2}{2m+3} > 0$, 那么 m 的取值范围为_____。

三、简答题

21 计算: $\left(-2\frac{1}{3}\right)^{-1} \times \left(-\frac{6}{7}\right)^{-2} + \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^0$ 。

22 计算： $\left(-\frac{1}{2a}\right) \div \left(\frac{2a}{b}\right)^2 \cdot \frac{3b^2}{a^2} \div (-2a^2b)^3$ 。

23 计算： $\frac{2}{2x+3} - \frac{3}{2x-3} + \frac{2x+15}{4x^2-9}$ 。

24 计算： $\frac{1}{2m} - \frac{1}{m-n} \cdot \left(\frac{m-n}{2m} - m+n\right)$ 。

25 解方程： $\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1}$ 。

四、解答题

26 先化简,再求值: $(x - \frac{x}{x+1}) \cdot \frac{x+1}{x^2+3x+2} \div \frac{x^2-2x}{x^2-4}$, 其中 $x = -\frac{1}{2}$ 。

27 观察下面的变形规律,解答问题:

$$\textcircled{1} 1 \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}; \textcircled{2} \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \textcircled{3} \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \textcircled{4} \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}; \dots$$

(1) 如果 n 为正整数,猜想第 n 组等式为: _____。

(2) 验证(1)中所得到的等式。

(3) 利用规律化简: $\frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \dots$
 $+ \frac{1}{(x+2023)(x+2024)}。$

(4) 化简: $\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \dots$
 $+ \frac{1}{(x+2022)(x+2024)}。$ (直接写出答案)

28 为了创建全国卫生城市,某社区要清理一个卫生死角内的垃圾,租用甲、乙两车运送,两车各运 12 次可完成,需支付运费 4800 元。已知甲、乙两车单独运完此堆垃圾,乙车所运次数是甲车的 2 倍,且乙车每次运费比甲车少 200 元。

(1) 求甲、乙两车单独运完此堆垃圾各需运多少次。

(2) 如果单独租用一台车,租用哪台车合算?

29 阅读理解

材料 1: 为了研究分式的值与其分母 x 的数量变化关系, 小明制作了表格, 并得到如下数据:

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	...
$\frac{1}{x}$...	-0.25	$-0.\dot{3}$	-0.5	-1	无意义	1	0.5	$0.\dot{3}$	0.25	...

从表格数据观察, 当 $x > 0$ 时, 随着 x 的增大, $\frac{1}{x}$ 的值随之减小, 当 x 无限增大, 那么 $\frac{1}{x}$ 无限接近于 0; 当 $x < 0$ 时, 随着 x 的增大, $\frac{1}{x}$ 的值随之减小。

材料 2: 在分子、分母都是整式的情况下, 如果分子的次数低于分母的次数, 称这样的分式为真分式; 如果分子的次数不低于分母的次数, 称这样的分式为假分式。

任何一个假分式都可以化为一个整式与一个真分式的和。

例如: $\frac{x+1}{x-4} = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{x-4}{x-4} + \frac{5}{x-4} = 1 + \frac{5}{x-4}$ 。

根据上述材料完成下列问题:

(1) 当 $x > 0$ 时, 随着 x 的增大, $1 + \frac{1}{x}$ 的值_____ (填“增大”或“减小”); 当 $x < 0$ 时, 随着

x 的增大, $\frac{x+2}{x}$ 的值_____ (填“增大”或“减小”)。

(2) 当 $x > 1$ 时, 随着 x 的增大, $\frac{3x+1}{x-1}$ 的值无限接近一个数, 请求出这个数。

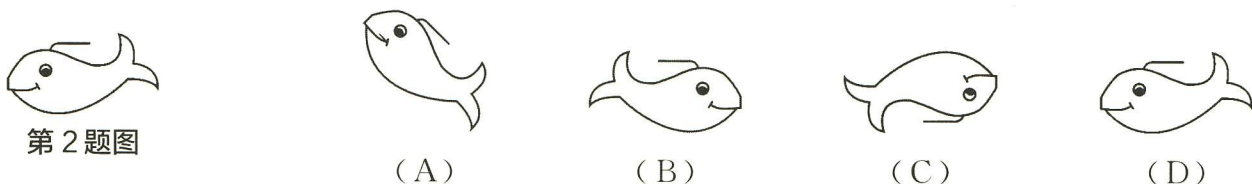
(3) 当 $0 < x < 2$ 时, 请直接写出代数式 $\frac{2x-1}{x-3}$ 的取值范围。

第 14 章 图形的运动

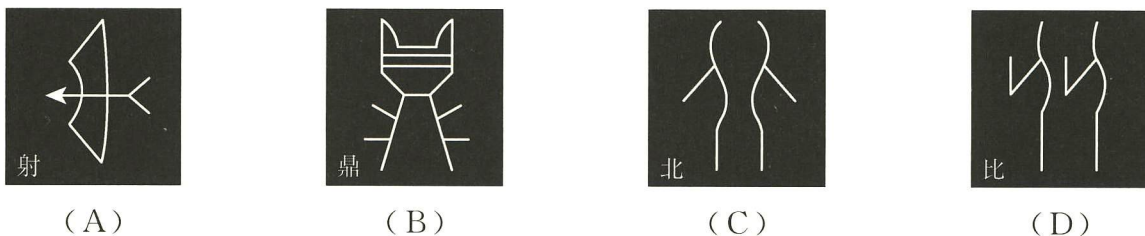
14.1(1) 平移(1)

一、选择题

- 1 下列生活中的现象是平移的是()。
- (A) 钟摆的运动
(B) 汽车雨刷的运动
(C) 过安检时传送带上行李箱的运动
(D) 骑自行车时前后轮的转动
- 2 小华读到：“子非鱼，安知鱼之乐？”后，兴高采烈地利用电脑画出了下图鱼的图案，那么由图中所示的图案通过平移后得到的图案是()。

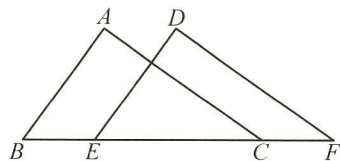
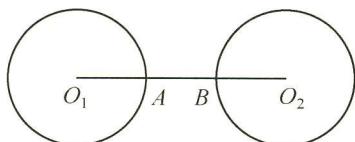
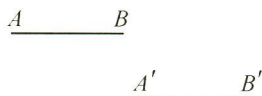


- 3 甲骨文是我国古代的一种文字，是汉字的早期形式，下列甲骨文中，能用平移来分析其形成过程的是()。



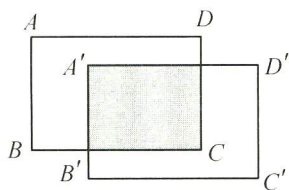
二、填空题

- 4 如图，线段 AB 经过平移后得到线段 $A'B'$ ，如果 $AB=4\text{ cm}$ ， $AA'=5\text{ cm}$ ，那么线段 AB 沿_____方向平移了_____距离。

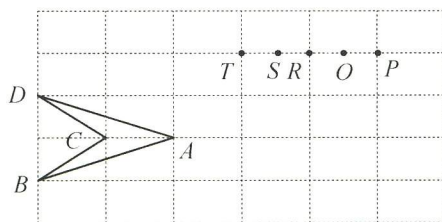


- 5 如图，圆 O_1 与圆 O_2 大小相同，如果 $O_1A = AB = BO_2 = 2\text{ cm}$ ，那么 $\odot O_1$ 向右平移_____可以和 $\odot O_2$ 重合。
- 6 如图，将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 2 cm 后得到 $\triangle DEF$ ，如果 $EC = 5\text{ cm}$ ，那么 $EF =$ _____ cm 。

7 如图,在长方形 $ABCD$ 中, $AD=6\text{ cm}$, $AB=4\text{ cm}$,如果将长方形 $ABCD$ 先向右平移 2 cm ,再向下平移 1 cm ,得到长方形 $A'B'C'D'$,那么阴影部分的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{ cm}^2$ 。



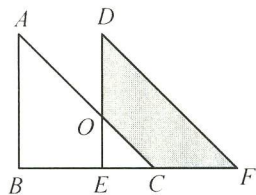
第 7 题图



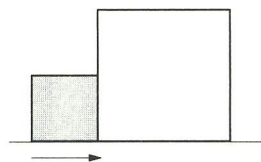
第 8 题图

8 如图,箭头 $ABCD$ 在网格中平移,当点 A 移到点 P 的位置时,点 C 移到的位置为点 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

9 如图,将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 沿着射线 BC 的方向平移到 $\text{Rt}\triangle DEF$,边 DE 与边 AC 相交于点 O ,如果 $AB=10$, $DO=6$,平移的距离为 6 ,那么阴影部分的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



第 9 题图

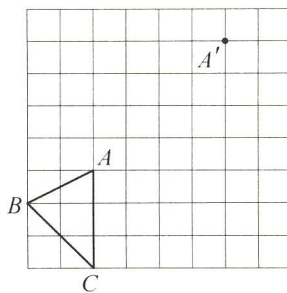


第 10 题图

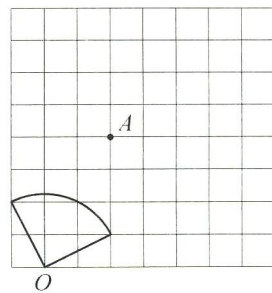
10 大正方形的边长为 4 厘米,小正方形的边长为 2 厘米,起始状态如图所示,如果大正方形固定不动,把小正方形向右平移,那么当两个正方形重叠部分的面积为 2 平方厘米时,小正方形平移的距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 厘米。

三、解答题

11 (1) 如图①,平移 $\triangle ABC$,使得点 A 移动到点 A' ,画出平移后的图形,并写出平移的距离;
 (2) 如图②,平移扇形,使得点 O 与点 A 重合,画出平移后的图形。

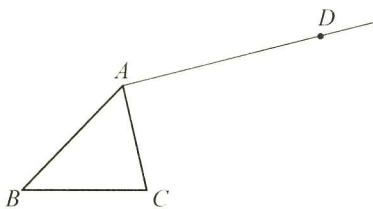


第 11 题图①



第 11 题图②

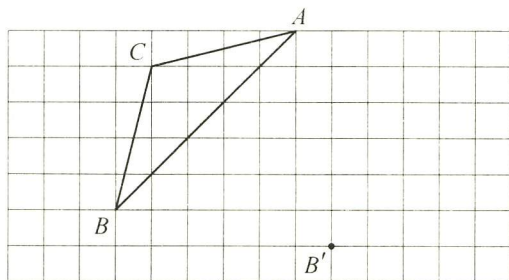
- 12 (1) 画出 $\triangle ABC$ 沿射线 AD 的方向平移2厘米后的图形；
 (2) 在线段 AB 上任取一点 P ，画出点 P 经上述平移后的对应点位置。



第 12 题图

- 13 如图，在边长为1个单位长度的正方形网格中， $\triangle ABC$ 经过平移后得到 $\triangle A'B'C'$ ，图中标出了点 B 的对应点 B' 。

- (1) 画出 $\triangle A'B'C'$ ；
 (2) 求线段 AC 扫过的图形的面积。



第 13 题图

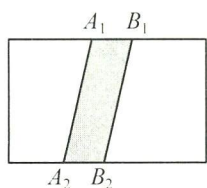
14 下图中四个长方形的水平方向的边长均为 a , 竖直方向的边长均为 b 。

【情境操作】 在图①中, 将线段 A_1A_2 向右平移 1 个单位长度到 B_1B_2 , 得到封闭图形 $A_1A_2B_2B_1$ (即阴影部分); 在图②中, 将折线 $A_1A_2A_3$ 向右平移 1 个单位长度到 $B_1B_2B_3$, 得到封闭图形 $A_1A_2A_3B_3B_2B_1$ (即阴影部分)。

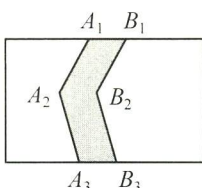
【问题提出】 图①中空白部分的面积 $S_1 =$ _____, 图②中空白部分的面积 $S_2 =$ _____;

【问题研究】 在图③中, 请你画一条有两个拐点的折线, 同样向右平移 1 个单位长度, 从而得到一个封闭图形, 并表示出阴影部分, 那么空白部分的面积 $S_3 =$ _____;

【问题解决】 如图④, 在一块长方形草地上, 有一条弯曲的柏油小路 (小路任何地方的水平宽度都是 1 个单位长度), 请你猜想空白部分表示的草地面积是多少, 并说明你的猜想是正确的。



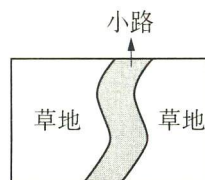
第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③



第 14 题图④

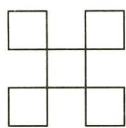
14.1(2) 平移(2)

一、选择题

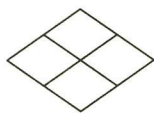
1 下列图形中,不能通过其中一个四边形平移得到的是()。



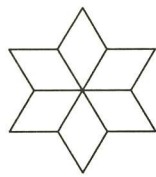
(A)



(B)



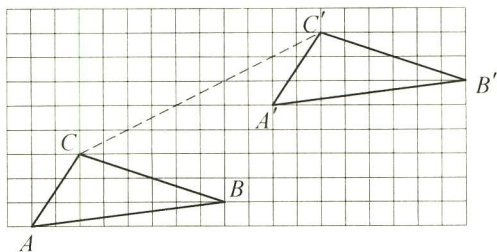
(C)



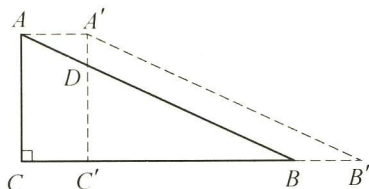
(D)

2 如图, $\triangle A'B'C'$ 是由 $\triangle ABC$ 平移得到的, 下列说法错误的是()。

- (A) 将 $\triangle ABC$ 先向右平移 10 个单位, 再向上平移 5 个单位就得到 $\triangle A'B'C'$
- (B) 将 $\triangle ABC$ 先向上平移 5 个单位, 再向右平移 10 个单位就得到 $\triangle A'B'C'$
- (C) 将 $\triangle ABC$ 沿着射线 CC' 的方向, 平移线段 CC' 的长, 就得到 $\triangle A'B'C'$
- (D) 将 $\triangle ABC$ 沿着射线 $C'C$ 的方向, 平移线段 $C'C$ 的长, 就得到 $\triangle A'B'C'$



第 2 题图



第 3 题图

3 如图, 将 $\triangle ABC$ 沿一条直角边 CB 所在的直线向右平移 m ($m > 0$) 个单位得到 $\triangle A'B'C'$, 有以下几种说法:

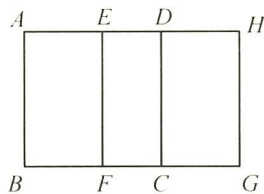
- ① $AC \parallel A'C'$ 且 $AC = A'C'$;
- ② $AA' \parallel BB'$ 且 $AA' = BB'$;
- ③ $S_{\text{四边形}ACC'D} = S_{\text{四边形}A'DBB'}$;
- ④ 如果 $AC = 5$, $m = 2$, 那么边 AB 边扫过的图形的面积为 5。

其中正确的有()个。

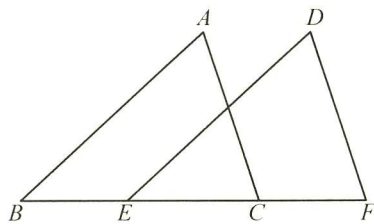
- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

二、填空题

4 如图, 已知边长为 7 的正方形 $ABCD$ 沿 BC 方向平移 4 个单位得到正方形 $EFGH$, 那么 AH 长为_____。



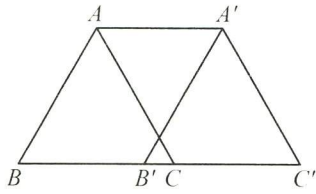
第 4 题图



第 5 题图

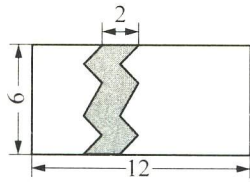
5 如图, $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移得到 $\triangle DEF$, 如果 $BF = 13$, $EF = 9$, 那么 EC 的长是_____。

6 如图,将周长为 12 cm 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 5 cm,得到 $\triangle A'B'C'$,则四边形 $AA'C'B$ 的周长是_____ cm。

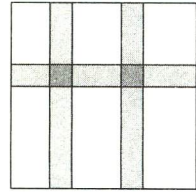


第 6 题图

7 如图,已知长方形的两边长分别为 12 cm、6 cm,那么阴影部分的面积(阴影部分间距均匀)是_____。



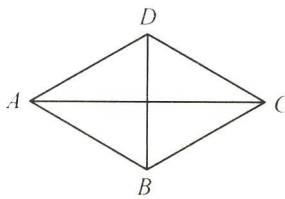
第 7 题图



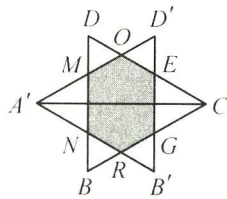
第 8 题图

8 如图,一块正方形土地边长为 8 米,在该地上修建 3 条宽为 1 米的小路,其余部分种上花草,那么种植花草的面积是_____平方米。

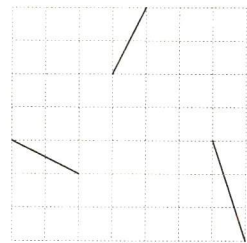
9 如图①, $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 都是边长为 1 的等边三角形,将 $\triangle ABD$ 沿 AC 方向平移到 $\triangle A'B'D'$ 的位置,得到图②,那么阴影部分的周长为_____。



第 9 题图①



第 9 题图②

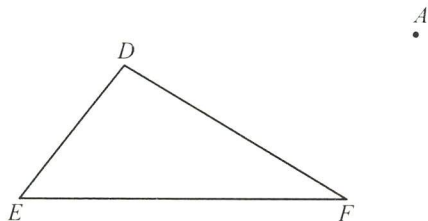


第 10 题图

10 如图,将网格中的三条线段沿水平或竖直方向平移一个单位,叫做线段走了 1 步。平移这些线段,使它们首尾相接形成一个三角形,那么最少需要走_____步。

三、解答题

11 如图, $\triangle DEF$ 是由 $\triangle ABC$ 平移得到的,点 A 的对应点是点 D ,请画出 $\triangle ABC$ 。(不写作法)



第 11 题图

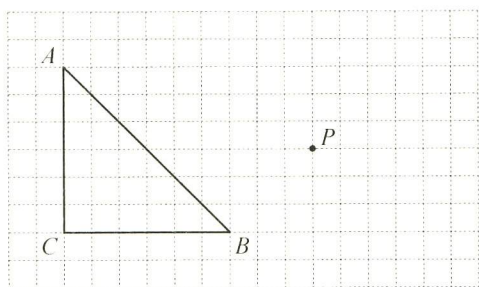
12 如图,方格纸中每个小格子的边长均为 1 个单位长度, $\triangle ABC$ 的三个顶点和点 P 都在方格纸的格点上。

(1) 如果将 $\triangle ABC$ 平移,使点 P 恰好落在平移后得到的 $\triangle A'B'C'$ 的内部,那么符合要求的格点三角形能画出 _____ 个,请在方格纸中画出符合要求的一个三角形;

(2) 在(1)的所有情况中,如果连接对应点 BB' 、 CC' ,那么这两条线段可能 _____ (填字号);

① 平行 ② 在同一直线上

(3) 直线 l 将 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两个三角形,在图中画出符合条件的一条直线 l 。

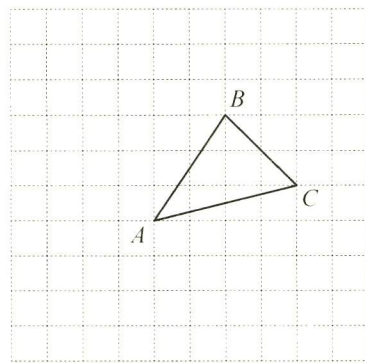


第 12 题图

13 阅读与理解:图形在方格(小正方形方格的边长为 1 个单位)上沿着网格线平移,如果沿水平方向平移的数量为 x (向右为正,向左为负,平移 $|x|$ 个单位),沿竖直方向平移的数量为 y (向上为正,向下为负,平移 $|y|$ 个单位),那么有序数对 (x, y) 叫做这一平移的“平移量”。例如在如图所示的 $\triangle ABC$ 中,点 A 按“平移量” $(2, 3)$ 可平移到点 B 。

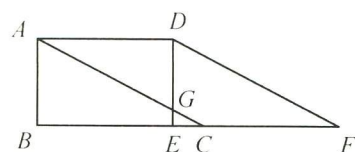
(1) 填空:点 B 可看作点 C 按“平移量” _____ 平移得到;

(2) 已知将 $\triangle ABC$ 按“平移量” $(-1, 1)$ 平移得到 $\triangle A'B'C'$,请在图中画出 $\triangle A'B'C'$;



第 13 题图

14 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB=a$, $BC=2a$, $\angle B=90^\circ$,将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 b 个单位得 $\triangle DEF$ (其中点 A 、点 B 、点 C 的对应点分别是点 D 、点 E 、点 F), DE 交 AC 于点 G , $\triangle ADG$ 的面积比 $\triangle CEG$ 的面积大8,求代数式 $a(a-b)$ 的值。



第 14 题图

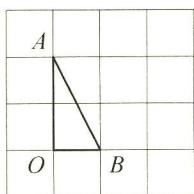
14.2 旋 转

一、选择题

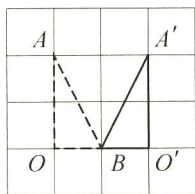
1 下列生活中的现象是旋转的是()。

- (A) 飞驰的动车
- (B) 匀速转动的摩天轮
- (C) 运动员投掷标枪
- (D) 乘坐升降电梯

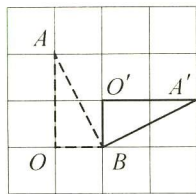
2 如图,如果将方格纸中的 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 后得到 $\text{Rt}\triangle A'O'B$,那么下列四个图形中正确的是()。



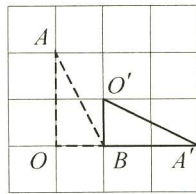
第 2 题图



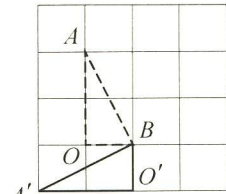
(A)



(B)

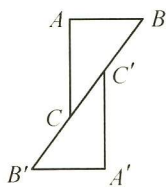


(C)

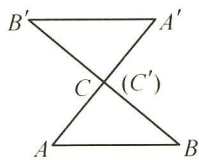


(D)

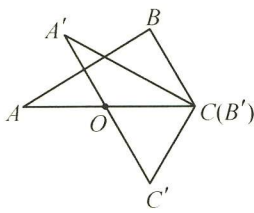
3 下列四个图中, $\triangle ABC$ 经过旋转之后不能得到 $\triangle A'B'C'$ 的是()。



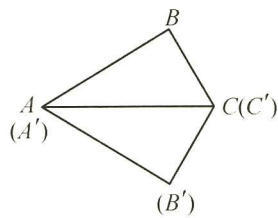
(A)



(B)



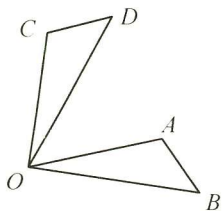
(C)



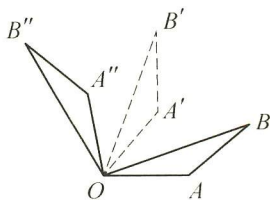
(D)

二、填空题

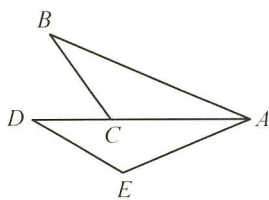
4 如图,将 $\triangle AOB$ 绕点 O 逆时针旋转 70° 后得到 $\triangle COD$,如果 $\angle AOB = 15^\circ$,那么 $\angle AOD =$ _____。



第 4 题图



第 5 题图

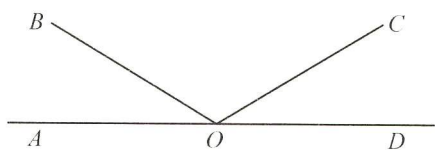


第 6 题图

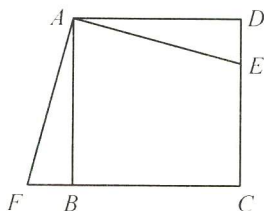
5 如图,将 $\triangle OAB$ 绕着点 O 逆时针连续旋转两次得到 $\triangle OA''B''$,每次旋转的角度都是 50° ,如果 $\angle B''OA = 120^\circ$,那么 $\angle AOB =$ _____。

6 如图,将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADE$,点 B 的对应点 D 落在边 AC 的延长线上,如果 $AB = 8$, $AE = 5$,那么线段 CD 的长为 _____。

- 7 如图,已知 $\angle AOB = 35^\circ$, 如果将 $\angle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转到 $\angle COD$ 的位置时,点 A 、 O 、 D 恰好在同一直线上,那么旋转角的大小为_____度。



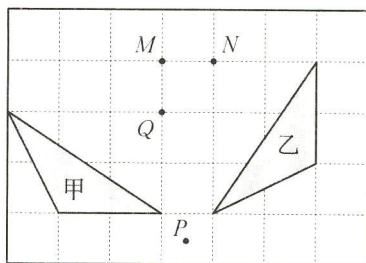
第 7 题图



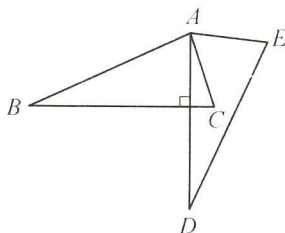
第 8 题图

- 8 如图,四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $\triangle ABF$ 是 $\triangle ADE$ 逆时针旋转后得到的图形,那么线段 AD 扫过的面积是_____。(结果保留 π)

- 9 如图,在方格纸中,三角形甲经过旋转得到三角形乙,那么旋转中心是点_____。



第 9 题图

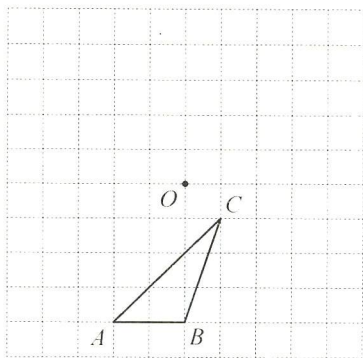


第 10 题图

- 10 如图,将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转一定角度后得到 $\triangle ADE$, 如果 $\angle CAE = 60^\circ$, $\angle E = 65^\circ$, $AD \perp BC$, 那么 $\angle BAC =$ _____。

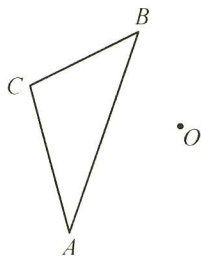
三、解答题

- 11 如图,分别画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 顺时针旋转 90° 和 180° 后的图形。



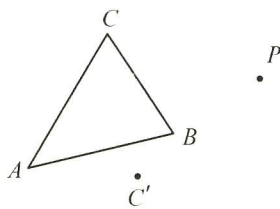
第 11 题图

12 画出 $\triangle ABC$ 绕点 O 顺时针旋转 120° 后的图形。



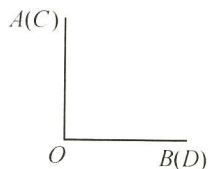
第 12 题图

13 如图所示,小明在黑板上画 $\triangle ABC$ 绕点 P 旋转得到的旋转图时,他已将点 C 的对应点 C' 画出,你能帮他完成作图吗?

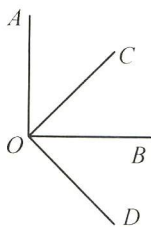


第 13 题图

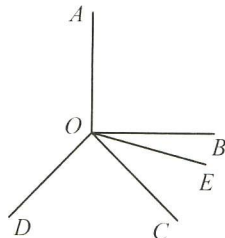
14 【问题情境】利用旋转开展数学活动,探究角在旋转过程中的变化。



第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③

【问题发现】如图①, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$ 且两个角重合。

如图②, 将 $\angle COD$ 绕着顶点 O 顺时针旋转 45° , 此时 OB 平分_____ ; $\angle BOC$ 的余角有_____。

【问题解决】

如图③, 将 $\angle COD$ 绕着顶点 O 顺时针继续旋转, 如果 $\angle BOC = 45^\circ$, 射线 OE 在 $\angle BOC$ 内部, 且 $\angle BOC = 3\angle BOE$ 。请探究并回答下列问题:

- ① 求 $\angle DOE$ 的度数;
- ② $\angle BOC$ 的补角有哪些? 请说明理由。

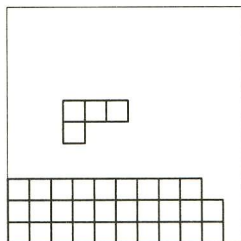
习题 14.1—14.2

一、选择题

1 下列现象:①地下水位逐年下降;②传送带的移动;③方向盘的转动;④水龙头开关的转动;⑤钟摆的运动;⑥荡秋千运动,是旋转的有()。

- (A) 2个 (B) 3个 (C) 4个 (D) 5个

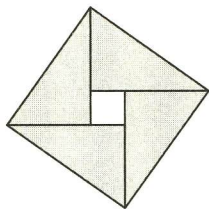
2 在俄罗斯方块游戏中,出现的图案可进行顺时针、逆时针旋转或向左、向右平移,如图是已拼好的图案,现又出现一个形如“L”的方块正向下运动,你必须进行()操作,才能拼成一个长方形。



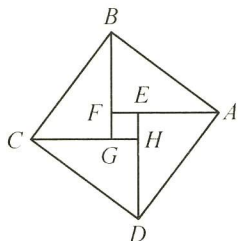
第 2 题图

- (A) 顺时针旋转 90° , 向右平移
 (B) 逆时针旋转 90° , 向右平移
 (C) 顺时针旋转 90° , 向左平移
 (D) 逆时针旋转 90° , 向左平移

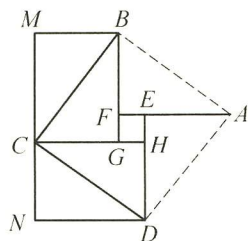
3 如图①是中国数学会的会徽,它是由四个相同的直角三角形拼成的正方形。将会徽抽象为图②,已知 $BF=a$, $AF=b$, $AB=c$, 将图②进行图形运动得到图③,那么下面的说法不正确的是()。



第 3 题图①



第 3 题图②



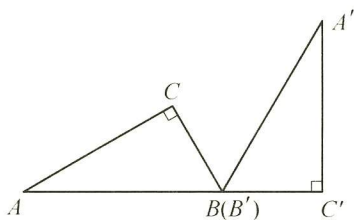
第 3 题图③

- (A) $\triangle BMC$ 可由 $\triangle BFA$ 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到
 (B) $\triangle BMC$ 可由 $\triangle AED$ 沿 HC 方向平移距离 a , 再沿 CM 方向平移距离 b 得到
 (C) $\triangle DCN$ 可以看作由 $\triangle DAE$ 绕点 D 逆时针旋转 90° 得到
 (D) 如果正方形 $ABCD$ 与六边形 $MNDEFB$ 的面积相等,那么 $c^2 = 2ab + (b-a)^2$

二、填空题

4 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle ABC=60^\circ$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转一个角度到 $\triangle A'B'C'$ 的位置,使得点 A 、 B 、 C' 在同一直线上,那么这个旋转的角度是_____。

5 在如图所示的四个图案中,旋转 90° 后能与本身重合的图案有_____个。

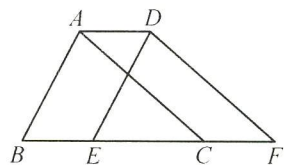


第 4 题图

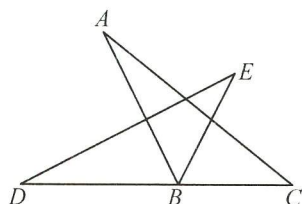


第 5 题图

- 6 如图,将周长为 8 的 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移得到 $\triangle DEF$,如果四边形 $ABFD$ 的周长为 13,那么平移的距离为_____。



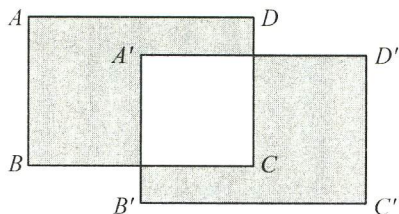
第 6 题图



第 7 题图

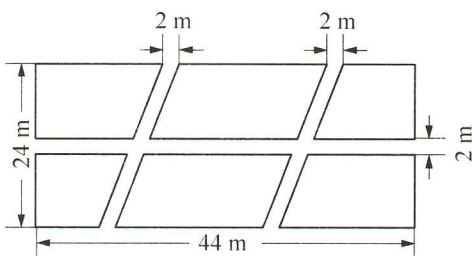
- 7 如图,将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转得到 $\triangle DBE$,且点 D 、 B 、 C 在同一条直线上,如果 BE 恰好平分 $\angle ABC$,那么旋转角的大小为_____。

- 8 如图,将长 6 cm、宽 4 cm 的长方形 $ABCD$ 先向右平移 3 cm,再向下平移 1 cm,得到长方形 $A'B'C'D'$,那么图中阴影部分的面积为_____ cm^2 。

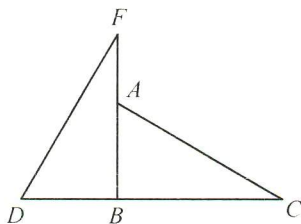


第 8 题图

- 9 如图,长方形草坪的两边长分别为 44 m、24 m,现有三条宽度均为 2 m 的小路将草坪分为六块,那么分成的六块草坪的总面积是_____ m^2 。



第 9 题图

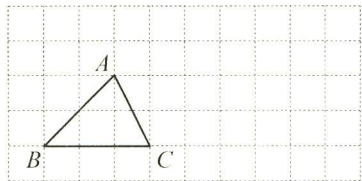


第 10 题图

- 10 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBF$ 是形状、大小完全相同的两个直角三角形,点 B 、 C 、 D 在同一条直线上,点 B 、 A 、 F 也在同一条直线上, $\triangle ABC$ 的位置不动,将 $\triangle DBF$ 绕点 B 顺时针旋转 x° ($0 < x < 180$),点 F 的对应点为点 F_1 ,点 D 的对应点为点 D_1 ,如果 $\angle F_1BC = \frac{1}{3} \angle ABF_1$,那么 $\angle D_1BC =$ _____。

三、解答题

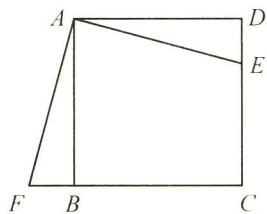
11 在 10×5 的正方形网格中, 每个小正方形的边长均为单位 1, 将 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位, 得到 $\triangle A'B'C'$, 再把 $\triangle A'B'C'$ 绕点 A' 逆时针旋转 90° 得到 $\triangle A''B''C''$, 请你画出 $\triangle A'B'C'$ 和 $\triangle A''B''C''$. (不要求写画法)



第 11 题图

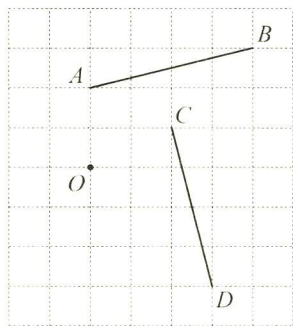
12 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, 点 E 是边 CD 上一点, 且 $DE = \frac{1}{4}$, $\triangle ABF$ 是由 $\triangle ADE$ 按顺时针方向旋转得到的。

- (1) 旋转中心是_____;
- (2) 旋转了_____度;
- (3) 如果连接 EF , 那么 $\triangle AEF$ 是怎样的三角形?
- (4) $\triangle AEF$ 的面积是_____。



第 12 题图

13 如图, 有线段 AB 和线段 CD 在正方形网格中, 小杰认为绕着点 O 旋转可以使线段 AB 和 CD 重合; 小明认为要利用旋转和平移的知识, 进行两种变换可以使线段 AB 和 CD 重合。请你判断他们的说法是否正确, 并说明理由。

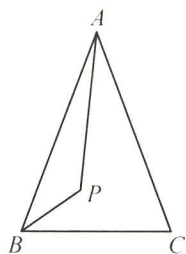


第 13 题图

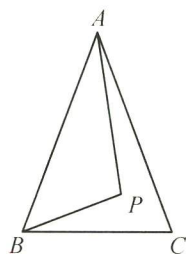
14 在等腰三角形 ABC 中, 已知 $AB=AC$, $\angle BAC=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 60^\circ$), 点 P 是 $\triangle ABC$ 内一动点, 连接 AP 、 BP , 将 $\triangle APB$ 绕点 A 逆时针旋转 α , 使边 AB 与边 AC 重合, 得到 $\triangle ADC$, 射线 BP 与射线 CD 交于点 M (点 M 与点 D 不重合)。

(1) 依题意补全图①和图②;

(2) 探究 $\angle ADM$ 与 $\angle APM$ 的数量关系, 并说明理由。



第 14 题图①

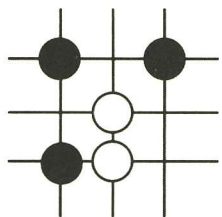


第 14 题图②

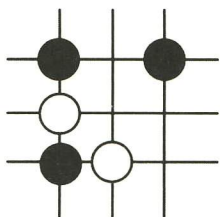
14.3(1) 图形的翻折与轴对称图形

一、选择题

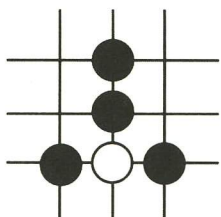
1 围棋起源于中国,古代称之为“弈”,至今已有四千多年的历史,下列由黑白棋子摆成的图案是轴对称图形的是()。



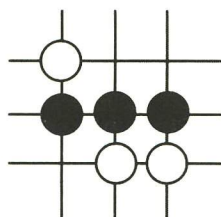
(A)



(B)

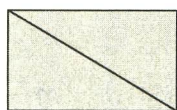


(C)

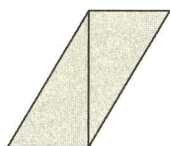


(D)

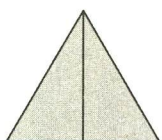
2 小华将一张如图所示的矩形纸片沿对角线剪开,他利用所得的两个直角三角形通过图形变换构成了下列四个图形,这四个图形中不是轴对称图形的是()。



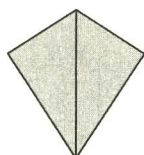
第2题图



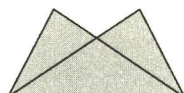
(A)



(B)

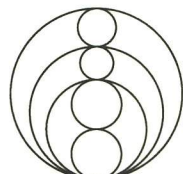
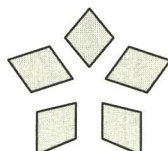
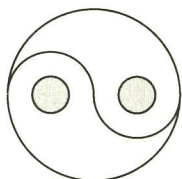


(C)



(D)

3 下列图形是轴对称图形的有()。



(A) 2个

(B) 3个

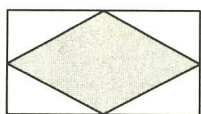
(C) 4个

(D) 5个

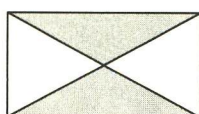
二、填空题

4 如果正三角形有 n 条对称轴,那么 $n =$ _____。

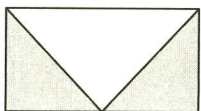
5 如图,是小明设计的4个图案,其中是轴对称图形的有_____。(填序号)



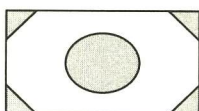
①



②



③

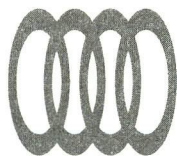


④

6 观察下列图形：



①



②



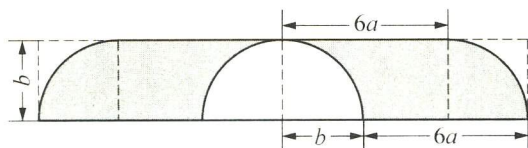
③

第 6 题图

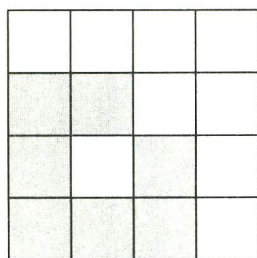
其中，轴对称图形是_____，对称轴仅 1 条的图形是_____，对称轴不止 1 条的图形是_____。（只要填写序号即可）

7 在①线段，②角，③等腰三角形，④平行四边形，⑤矩形，⑥菱形，⑦正方形，⑧圆中，是轴对称图形的有_____（填序号）。

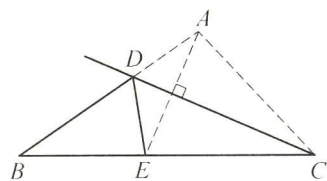
8 如图，为迎接国庆节，市区广场上设置了一个轴对称的平面造型，其正中间为一个半径为 b 的半圆，摆放花草，其余部分为展板区。已知 $a = 0.5$ 米， $b = 2$ 米，那么展板的面积为_____。



第 8 题图



第 9 题图



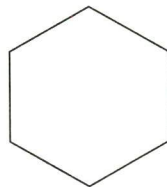
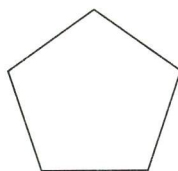
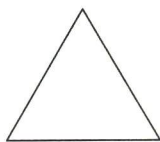
第 10 题图

9 如图，有 7 个涂色的小正方形，再将方格内空白的一个小正方形涂色，使得到的新图案成为一个轴对称图形的涂法有_____种。

10 如图，在 $\triangle ABC$ 中，沿着过点 C 的直线折叠这个三角形，使顶点 A 落在 BC 边上的点 E 处，折痕为 CD 。连接 DE ，如果 $BC = 9$ cm， $\frac{S_{\triangle DBE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{1}{6}$ ，那么边 $AC =$ _____。

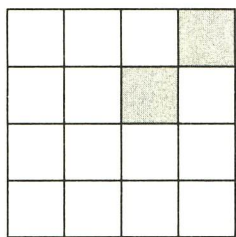
三、解答题

11 画出下列图形的所有对称轴。

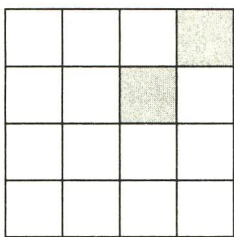


第 11 题图

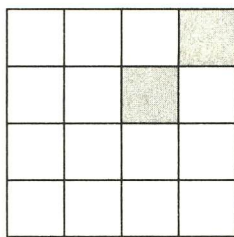
- 12 分别在图①中描涂 2 个小方块,在图②中描涂 3 个小方块,在图③中描涂 4 个小方块,在图④中描涂 5 个小方块,使图中的涂色图案成为轴对称图形。



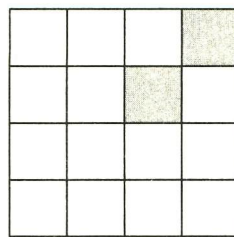
第 12 题图①



第 12 题图②

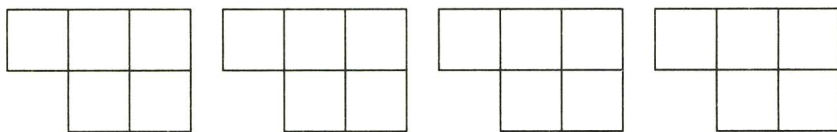


第 12 题图③



第 12 题图④

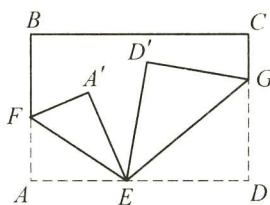
- 13 在下列各图中分别补一个小正方形,使其成为不同的轴对称图形。



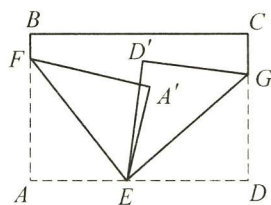
第 13 题图

- 14 如图,在长方形 $ABCD$ 中,点 E 、 F 、 G 分别在边 AD 、 AB 、 CD 上。将 $\angle AEF$ 沿 EF 翻折,使点 A 落在点 A' 处,将 $\angle DEG$ 沿 EG 翻折,使点 D 落在点 D' 处,设 $\angle A'ED' = \alpha$ 。

- (1) 如图①,求 $\angle FEG$ 的度数(用含 α 的代数式表示);
 (2) 如图②,求 $\angle FEG$ 的度数(用含 α 的代数式表示)。



第 14 题图①

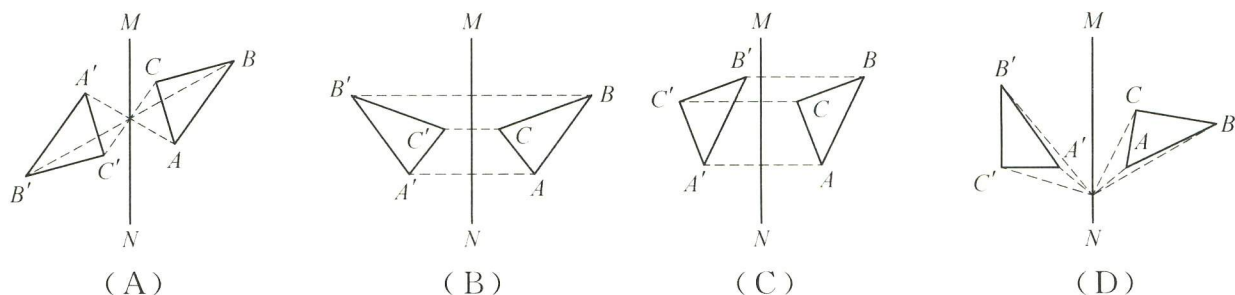


第 14 题图②

14.3(2) 轴对称

一、选择题

1 下列图形中, $\triangle A'B'C'$ 与 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 成轴对称的是()。

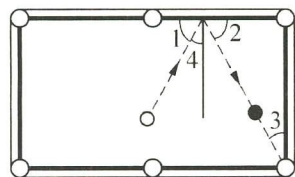


2 下列说法中, 错误的是()。

- (A) 轴对称是对两个图形而言的, 是两个图形的一种关系
- (B) 轴对称图形是对一个图形而言, 是一个图形自身的特征
- (C) 关于某直线成轴对称的两个图形必能完全重合
- (D) 能够完全重合的两个图形必是轴对称图形

3 如图所示, $\angle 2 = 60^\circ$, 为了使白球反弹后能将黑球直接撞入袋中, 那么击打白球时必须保证 $\angle 1$ 为()。

- (A) 30°
- (B) 45°
- (C) 60°
- (D) 70°

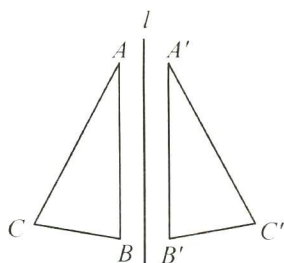


第3题图

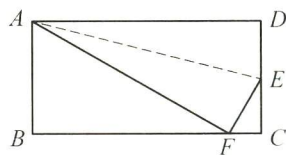
二、填空题

4 如图所示, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 l 成轴对称, 已知 $\angle ABC = 80^\circ$, $A'C' = 10$, 那么 $\angle A'B'C' =$ _____, $AC =$ _____。

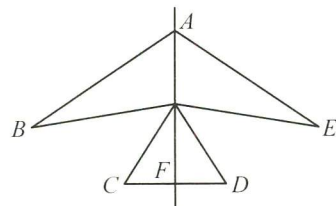
5 如图, 矩形 $ABCD$ 沿 AE 折叠, 使点 D 落在 BC 边上的点 F 处, 如果 $\angle BAF = 60^\circ$, 那么 $\angle DAE =$ _____。



第4题图



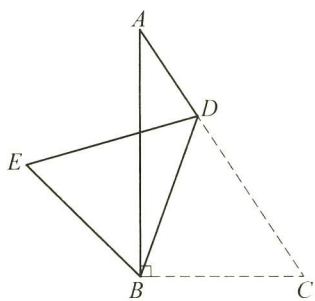
第5题图



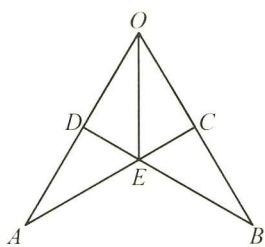
第6题图

6 如图是一个燕子形风筝的图案, 已知它是轴对称图形, 对称轴为直线 AF , 那么 $\angle AFC =$ _____ $^\circ$, CF _____ DF (填“=”或“>”或“<”)。

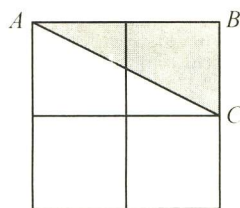
- 7 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 点 D 为 AC 边上一动点, 将 $\triangle CBD$ 沿着直线 BD 翻折得到 $\triangle EBD$, 如果 $\angle ABD = 18^\circ$, 那么 $\angle ABE =$ _____。



第 7 题图



第 8 题图

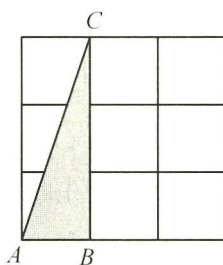


第 9 题图

- 8 如图, 已知 OE 是 $\angle AOB$ 的平分线, $\angle ACO = \angle BDO = 90^\circ$, 那么关于直线 OE 对称的三角形共有 _____ 对。

- 9 如图, 在 2×2 的正方形格纸中, 有一个以格点为顶点的 $\triangle ABC$, 请你找出格纸中所有与 $\triangle ABC$ 成轴对称且也是以格点为顶点的三角形, 这样的三角形共有 _____ 个。

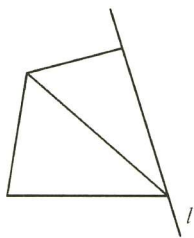
- 10 在网格中, 格线的交点称为格点, 以格点为顶点的三角形称为格点三角形。如图, $\triangle ABC$ 为格点三角形, 在图中最多能画出 _____ 个格点三角形与 $\triangle ABC$ 成轴对称。



第 10 题图

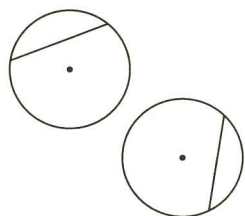
三、解答题

- 11 请将以下的图形补成以 l 为对称轴的轴对称图形。

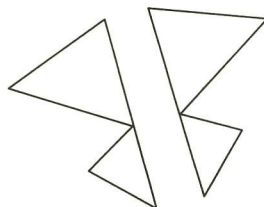


第 11 题图

- 12 如图, 已知图①与图②两个图形均关于直线 l 成轴对称, 请分别画出它们的对称轴 l 。

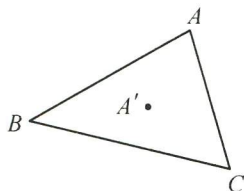


第 12 题图①



第 12 题图②

- 13 如图,已知 $\triangle ABC$ 及点 A 的对称点 A' ,在图中画出对称轴及 $\triangle ABC$ 关于这条对称轴对称的 $\triangle A'B'C'$ 。



第 13 题图

- 14 某校七年级开展了“万物‘筝’春·逐梦远方”的风筝节比赛,要求同学们自制风筝积极参与。如何设计与制作风筝呢?请你阅读“勤学小组”的项目实施过程,帮助他们解决项目实施过程中遇到的问题。

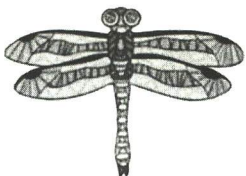
【项目主题】设计与制作风筝。

【项目实施】任务一:了解风筝

“勤学小组”的同学查阅了有关风筝的历史、种类、结构、制作等方面的资料,同时还收集到如下图的风筝图案,其中_____不是轴对称图形的风筝图案。



(A)



(B)



(C)



(D)

任务二:设计风筝

设计风筝时,主要要完成风筝面与风筝骨架的设计。“勤学小组”的同学设计好了风筝面,接下来在正方形网格中进行风筝骨架的设计,在图①中请你帮助他们以直线 l 为对称轴画出风筝骨架的另一半。

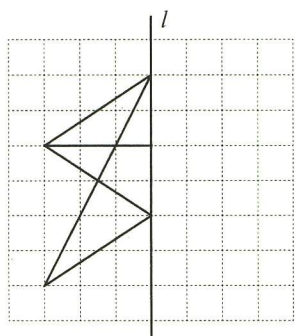
任务三:制作风筝

传统风筝的技艺概括为四个字:扎、糊、绘、放,简称“四艺”。“勤学小组”的同学准备用竹条扎制如图②所示的风筝骨架,已知该图形是轴对称图形, AD 所在的直线是该图形的对称轴, $BD = 30\text{ cm}$,那么竹条 BC 的长为_____cm。

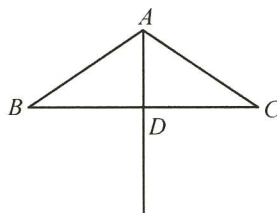
任务四:放飞风筝

同学们拿着自己设计与制作的风筝进行了试飞,并根据试飞结果对风筝进行了修改完善。

【项目反思】同学们对项目学习的整个过程进行了反思,并编写了“简易风筝制作说明书”。请你写出一条在项目实施的过程中用到的数学知识_____。



第 14 题图①

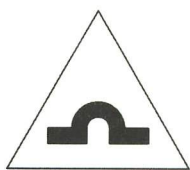


第 14 题图②

14.4 中心对称

一、选择题

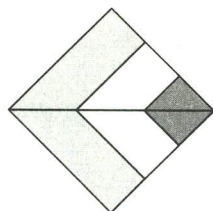
1 下列图形中,中心对称图形是()。



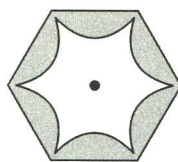
(A)



(B)



(C)



(D)

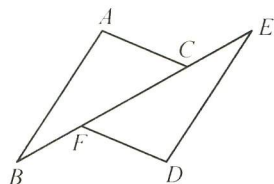
2 如图,已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 成中心对称,那么对称中心是()。

(A) 点C

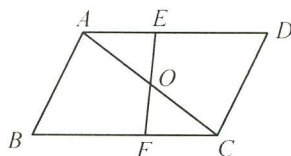
(B) 点D

(C) 线段BC的中点

(D) 线段FC的中点



第2题图



第3题图

3 如图,已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDA$ 关于点O对称,过O任作直线EF分别交AD、BC于点E、F,下面的说法:①点E和点F,点B和点D关于点O成中心对称;②直线BD必经过点O;③四边形DEOC与四边形BFOA的面积必相等;④ $\triangle AOE$ 与 $\triangle COF$ 成中心对称,其中正确的个数有()。

(A) 1个

(B) 2个

(C) 3个

(D) 4个

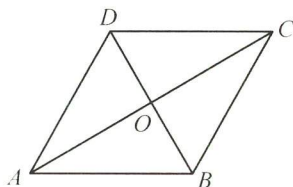
二、填空题

4 有下列图形:①线段;②三角形;③平行四边形;④正方形;⑤圆,其中是中心对称图形的是_____ (填序号)。

5 如图,点C是线段AB的中点,点B是线段CD的中点,线段AB的对称中心是点_____,点C关于点B成中心对称的对称点是点_____。



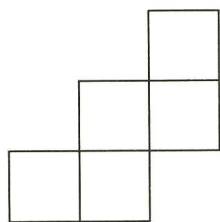
第5题图



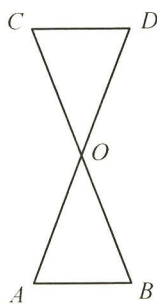
第6题图

6 如图,在平行四边形ABCD中,关于O点成中心对称的三角形有_____对。

7 如图,是由五个形状、大小都相同的正方形组成的图形,如果去掉其中一个正方形,使得剩下的图形是一个中心对称图形,那么有_____种不同的方法。



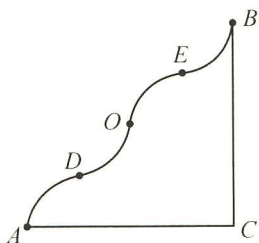
第 7 题图



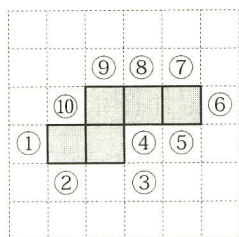
第 8 题图

8 如图,已知 $\triangle AOB$ 与 $\triangle DOC$ 成中心对称, $\triangle AOB$ 的面积是 12, $AB = 3$, 那么 $\triangle DOC$ 中 CD 边上的高是_____。

9 如图, $AC \perp BC$, 曲线 AD 和曲线 OD 关于点 D 成中心对称, 曲线 OE 和曲线 BE 关于点 E 成中心对称, 曲线 ADO 和曲线 BEO 关于点 O 成中心对称。如果 $AC = BC = 4$, 那么图中封闭图形的面积是_____。



第 9 题图

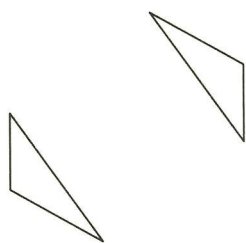


第 10 题图

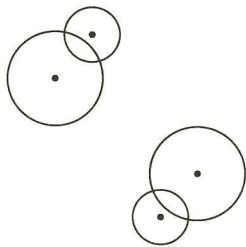
10 如图,在方格纸中,选择标有序号的一个小正方形涂色,与图中涂色部分构成中心对称图形,涂色的小正方形的序号可以为_____。

三、解答题

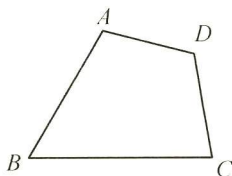
11 (1) 图①和图②中的两个图形关于点 O 成中心对称, 请你画出对称中心 O ;
 (2) 在图③中, 画出以点 D 为对称中心, 并且与四边形 $ABCD$ 成中心对称的四边形; 在图④中, 画出以四边形 $ABCD$ 外一点 O 为对称中心, 并且与四边形 $ABCD$ 成中心对称的四边形。



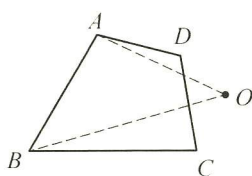
第 11 题图①



第 11 题图②

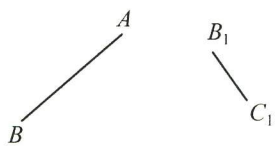


第 11 题图③



第 11 题图④

- 12 已知, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于点 O 成中心对称, 其中点 A 与点 A_1 对应, 点 B 与点 B_1 对应, 点 C 与点 C_1 分别对应, 请补画出这两个三角形。



第 12 题图

- 13 图①是一个 L 形图, 现需解决如何画一条直线将其分为面积相等的两部分的问题。

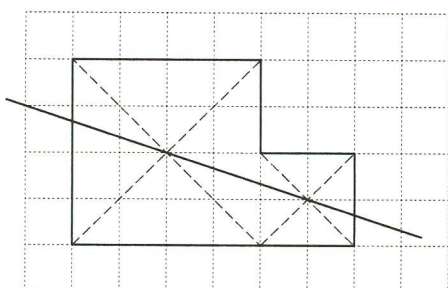
(1) 【分析问题】本题主要通过寻找分割线, 深化对中心对称图形的认识: 中心对称图形绕其对称中心旋转_____后能与原图形重合, 因此过其_____的任意一条直线必将其分割为全等的两部分。

(2) 【操作发现】如图②, 该图形可以看成由左、右两个正方形构成, 分别确定两个正方形的对称中心, 然后连线即可得到符合要求的分割线。类似的, 该图形还可以看成由上、下两个长方形构成, 分别确定两个长方形的对称中心, 然后连线也可得到符合要求的分割线。请按此要求在图③上画出分割线(保留作图痕迹, 不写画法)。

(3) 【深度探究】由于本题的分割线不唯一, 如果采取把图形右上角补上一个小正方形, 让 L 形先变为长方形后, 再分别找正方形和长方形的对称中心, ……请再按此要求在图④上画出分割线(保留作图痕迹, 不写画法)。



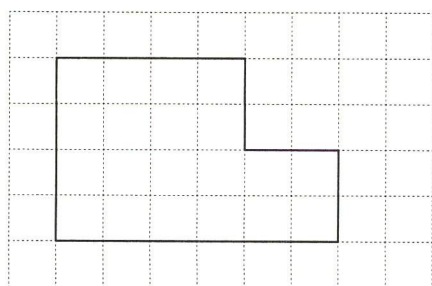
第 13 题图①



第 13 题图②



第 13 题图③

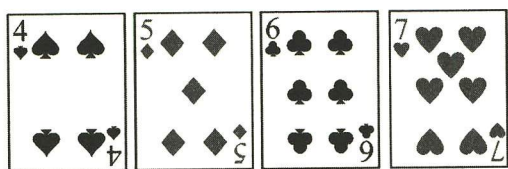


第 13 题图④

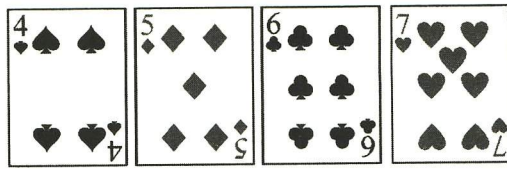
习题 14.3—14.4

一、选择题

1 如图①, 4 张扑克牌放在桌子上, 小敏把其中两张旋转 180° 后得到图②, 那么她所旋转的牌是左边的()。



第 1 题图①

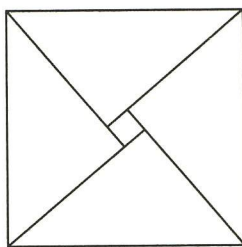


第 1 题图②

(A) 第一张、第二张 (B) 第二张、第三张 (C) 第三张、第四张 (D) 第四张、第一张

2 如图是我国古代数学家赵爽所著的《勾股圆方图注》中所画的图形, 它是由四个相同的直角三角形拼成的, 下面关于此图形的说法正确的是()。

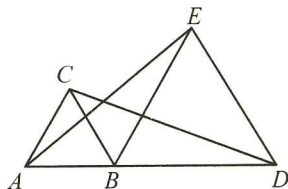
- (A) 它是轴对称图形, 但不是中心对称图形
 (B) 它是中心对称图形, 但不是轴对称图形
 (C) 它既是轴对称图形, 又是中心对称图形
 (D) 它既不是轴对称图形, 又不是中心对称图形



第 2 题图

3 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 是等边三角形, 点 A 、 B 、 D 在同一条直线上, 且 $AB < BD$, 连接 AE 、 CD , 那么下列关于图形变换的说法正确的是()。

- (A) $\triangle BDE$ 可看作是 $\triangle ABC$ 沿 AB 方向平移所得
 (B) $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 关于过点 B 且垂直于 AB 的直线成轴对称
 (C) $\triangle BCD$ 可看作是由 $\triangle ABE$ 绕点 B 顺时针方向旋转 60° 所得
 (D) $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 关于点 B 成中心对称

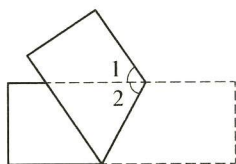


第 3 题图

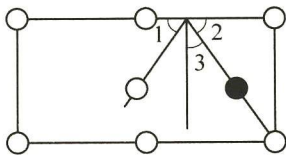
二、填空题

4 如图, 将长方形纸条折叠, 如果 $\angle 1 = 58^\circ$, 那么 $\angle 2 = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。

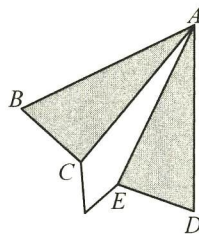
5 数学在我们的生活中无处不在, 就连小小的台球桌上都有数学问题, 如图, $\angle 1 = \angle 2$, 如果 $\angle 3 = 35^\circ$, 为了使白球反弹后能将黑球直接撞入袋中, 那么击打白球时, 必须保证 $\angle 1 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



第 4 题图



第 5 题图



第 6 题图

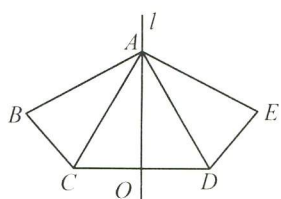
6 如图, 这是纸飞机的示意图, 在折纸的过程中, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 成轴对称, 如果 $\angle BAC =$

25° , $\angle CAE = 15^\circ$, 那么 $\angle BAD =$ _____ $^\circ$ 。

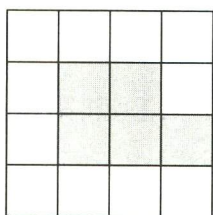
7 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle AED$ 关于直线 l 对称, 连接 CD 交直线 l 于点 O , 如果 $AB = AC = 2$, $OC = BC = 1$, 那么四边形 $ABCD$ 的周长为 _____。

8 如图, 在 4×4 方格中有五个涂色正方形, 请你添加一个涂色正方形到空白方格中, 使它与其余五个涂色正方形组成的新图形是一个轴对称图形, 这样的添法共有 _____ 种。

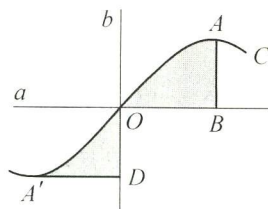
9 如图, 直线 a 、 b 垂直相交于点 O , 曲线 C 关于点 O 成中心对称, 点 A 的对称点是点 A' , $AB \perp a$ 于点 B , $A'D \perp b$ 于点 D 。如果 $OB = 4$, $OD = 3$, 那么阴影部分的面积为 _____。



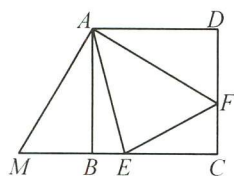
第 7 题图



第 8 题图



第 9 题图

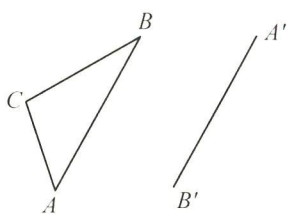


第 10 题图

10 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $\triangle ADF$ 绕着点 A 顺时针旋转 90° 后得到 $\triangle ABM$, 点 M 、 B 、 E 、 C 在一条直线上, 且 $\triangle AEM$ 与 $\triangle AEF$ 恰好关于 AE 所在直线成轴对称。已知 $EF = 5$, 正方形边长为 6, 那么 $\triangle EFC$ 的面积是 _____。

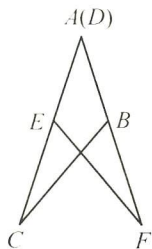
三、解答题

11 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 边 AB 的中心对称线段为 $A'B'$, 先确定对称中心 O , 再画全 $\triangle ABC$ 关于点 O 的中心对称的图形 $\triangle A'B'C'$ 。

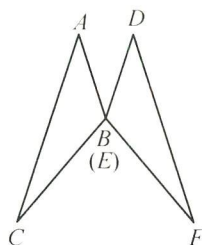


第 11 题图

12 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 l 成轴对称, 请在下面两个图中分别作出直线 l 。

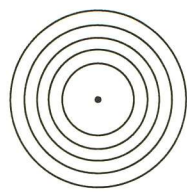


第 12 题图①

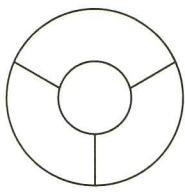


第 12 题图②

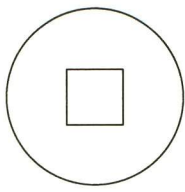
13 下列图案中都有圆,它们美丽和谐,是因为圆具有特殊的对称性。



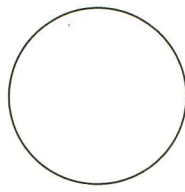
一石激起千层浪
图a



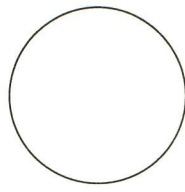
方向盘
图b



铜钱
图c



图d



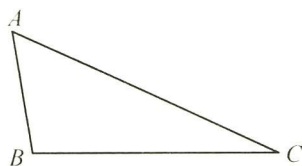
图e

第 13 题图

- (1) 图 a、b、c 中是轴对称图形的有 _____, 是中心对称图形的有 _____。
- (2) 请你在图 d、e 两个圆中, 按要求分别画出与图 a、b、c 不重复的图案(尽可能准确些, 美观些), d 是轴对称图形但不是中心对称图形; e 既是轴对称图形又是中心对称图形。

14 如图, 将三角形纸片 ABC 折叠, 使点 A 与点 C 重合, 折痕分别与边 AC 、 BC 交于点 D 、 E , 点 B 关于直线 DE 的对称点为点 F 。

- (1) 画出直线 DE 和点 F ;
- (2) 连接 EF 、 FC , 如果 $\angle FEC = 48^\circ$, 求 $\angle DEC$ 的度数;
- (3) 连接 AE 、 BD 、 DF , 如果 $\frac{BE}{EC} = \frac{2}{5}$, 且 $\triangle DEF$ 的面积为 4, 求 $\triangle ABC$ 的面积。

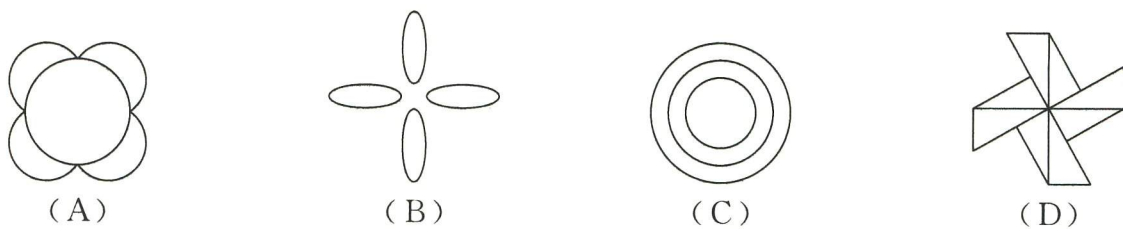


第 14 题图

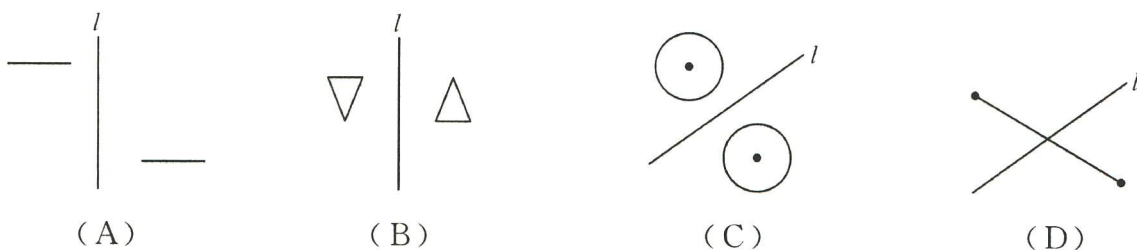
单元练习十四

一、选择题

1 下列图形中,对称轴最多的图形是()。

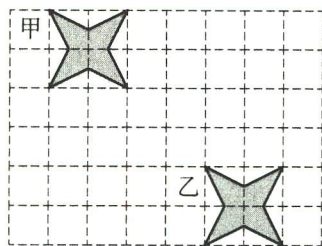


2 下列图形中,关于直线 l 对称的是()。



3 将图中的甲图形平移到乙图形的位置,则平移方法中,正确的是()。

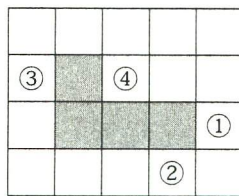
- (A) 先向右平移 4 格,再向下平移 4 格
- (B) 先向左平移 4 格,再向上平移 4 格
- (C) 先向右平移 3 格,再向下平移 3 格
- (D) 先向左平移 3 格,再向上平移 3 格



第 3 题图

4 如图,在方格纸中,选择标有序号①②③④中的一个小正方形涂色,与图中涂色部分构成中心对称图形,该小正方形的序号是()。

- (A) ①
- (B) ②
- (C) ③
- (D) ④



第 4 题图

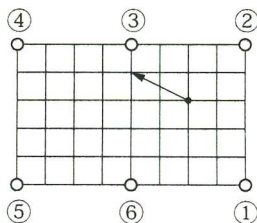
5 下列语句中错误的有()个。

- ① 等边三角形既是中心对称图形又是轴对称图形;
- ② 平行四边形是中心对称图形但不是轴对称图形;
- ③ 成中心对称的两个图形连接对称点的线段必经过对称中心,但不一定被对称中心平分;
- ④ 成轴对称的两个图形必在对称轴的两侧。

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

6 如图是一台球桌面示意图,图中小正方形的边长均相等,黑球放在如图所示的位置,经白球撞击后沿箭头方向运动,经桌边反弹最后进入球洞的序号应是()。

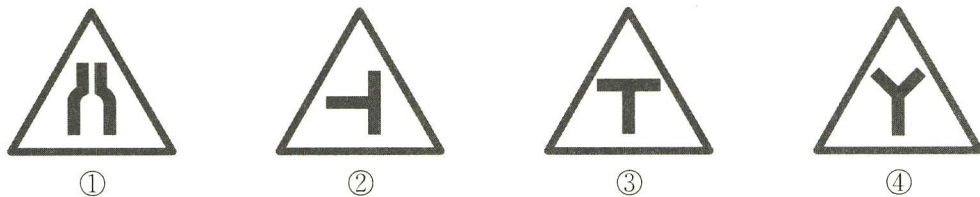
- (A) ①
- (B) ②
- (C) ⑤
- (D) ⑥



第 6 题图

二、填空题

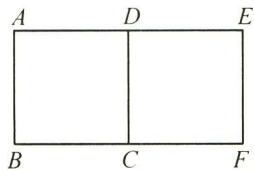
- 7 如图,四个交通标志图形从几何图形的性质考虑,与其他三个不同的是_____ (填序号)。



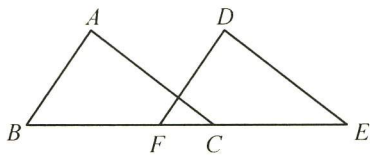
第 7 题图

- 8 如图,如果正方形 $ABCD$ 与正方形 $CDEF$ 成中心对称,那么图形所在平面内,对称中心是_____。

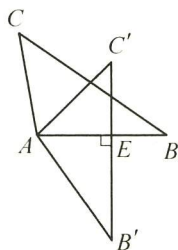
- 9 如图, $\triangle ABC$ 向右平移与 $\triangle DFE$ 重合,如果 $BE = 12$, $FC = 2$,那么 $CE =$ _____。



第 8 题图



第 9 题图

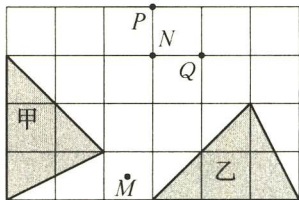


第 10 题图

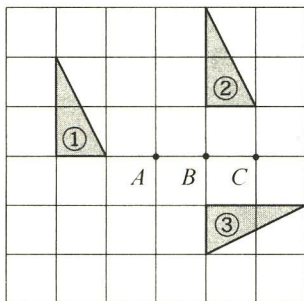
- 10 如图,将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 55° 得到 $\triangle AB'C'$,如果 $B'C' \perp AB$ 于点 E ,那么 $\angle B =$ _____。

- 11 如图,在 6×4 的方格纸中,格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙,那么旋转中心是_____。

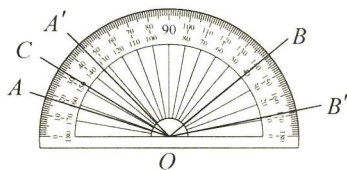
- 12 如图,在正方形网格中,图①经过_____运动可以得到图②;图③是由图②绕点_____顺时针旋转_____得到的。



第 11 题图



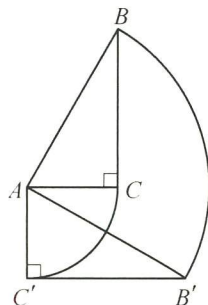
第 12 题图



第 13 题图

- 13 如图,将量角器的中心与 $\angle AOB$ 的顶点重合,读出射线 OA 、 OB 分别经过刻度 18 和 140,把 $\angle AOB$ 绕点 O 顺时针方向旋转到 $\angle A'OB'$,读出 $\angle AOA'$ 的平分线 OC 经过刻度 32,那么 $\angle AOB' =$ _____。

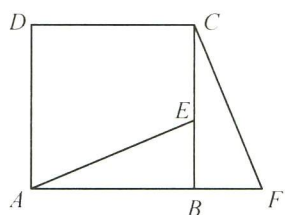
14 如图,直角 $\triangle ABC$ 的直角顶点为点 C , $AC=5$, $BC=12$, $AB=13$,将此三角形绕点 A 顺时针旋转 90° 到直角 $\triangle AB'C'$ 的位置,在旋转过程中,直角 $\triangle ABC$ 扫过的面积是_____ (结果保留 π)。



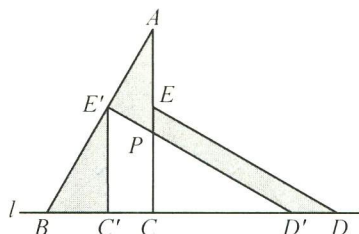
第 14 题图

15 如图,正方形 $ABCD$ 的边 BC 上有一点 E ,点 F 在边 AB 的延长线上, $\triangle AEB$ 旋转一定角度后能与 $\triangle CFB$ 重合,那么线段 AE 与 CF 的数量关系是_____。

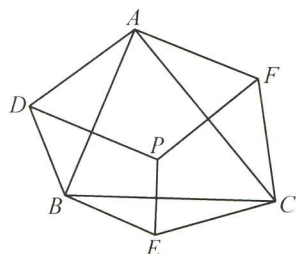
16 如图,直线 l 上摆放着两个大小相同的直角三角板 ABC 和 DEC ,将三角板 DEC 沿直线 l 向左平移到如图所示的位置,使点 E 落在 AB 上的点 E' 处,点 P 为 AC 与 $E'D'$ 的交点。已知图中阴影部分的面积之和为 9 ,那么一个直角三角板的面积为_____。



第 15 题图



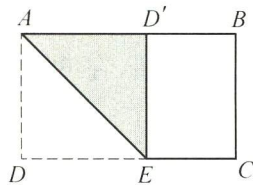
第 16 题图



第 17 题图

17 如图,已知点 P 为 $\triangle ABC$ 内的一点,点 D 、 E 、 F 分别是点 P 关于边 AB 、 BC 、 CA 所在直线的对称点,那么 $\angle ADB + \angle BEC + \angle CFA$ 等于_____度。

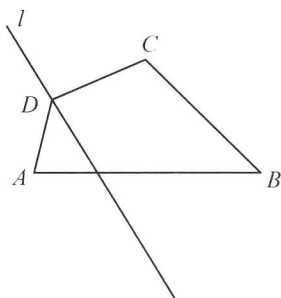
18 如图,在长方形纸片 $ABCD$ 中, $AB=10$, $AD=x$, $AD < AB$ 。先将长方形纸片 $ABCD$ 折叠,使点 D 落在 AB 边上,记作点 D' ,折痕为 AE ,再将 $\triangle AED'$ 沿 $D'E$ 向右翻折,使点 A 落在射线 $D'B$ 上,记作点 A' 。如果在翻折后的图形中,线段 $BD' = 3BA'$,那么 x 的值为_____。



第 18 题图

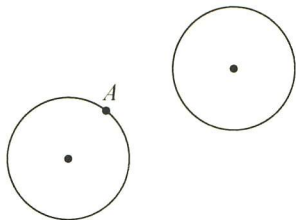
三、作图题

19 如图,作出四边形 $ABCD$ 关于直线 l 成轴对称的图形。



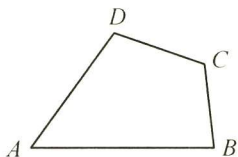
第 19 题图

20 如图,两圆成中心对称,请画出点 A 的对应点 A_1 。



第 20 题图

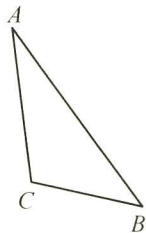
21 如图,在四边形 $ABCD$ 中,点 A 与点 B 关于点 O 成中心对称,请画出四边形 $ABCD$ 关于点 O 成中心对称的图形。



第 21 题图

22 如图,将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转得到 $\triangle ADE$,点 B 、 C 的对应点分别为点 D 、 E ,且点 E 在直线 BC 上,请作图(保留作图痕迹):

- (1) 确定点 E 的位置;
- (2) 确定点 D 的位置。

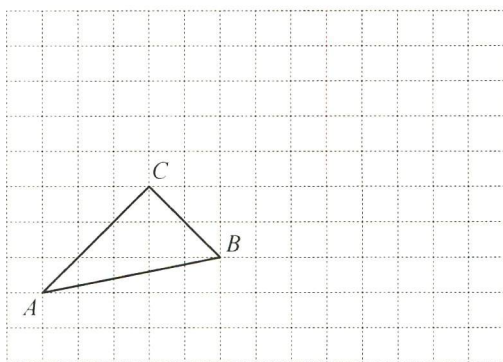


第 22 题图

四、解答题

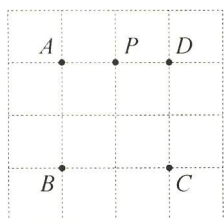
23 如图, $\triangle ABC$ 是格点三角形(各顶点是网格线的交点), 每个小方格都是边长为 1 个单位的小正方形。

- (1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移 6 个单位, 画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 绕点 B_1 顺时针旋转 90° , 画出旋转后的 $\triangle A_2B_1C_2$;
- (3) 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 翻折, 画出翻折后的 $\triangle A_3BC$;
- (4) 试问 $\triangle ABC$ 能否经过一次旋转与 $\triangle A_2B_1C_2$ 重合, 如果能, 请在图中用字母 O 表示旋转中心, 并写出旋转角的大小; 如果不能, 请说明理由。



第 23 题图

24 如图①是电子屏幕的局部示意图, 4×4 网格的每个小正方形边长均为 1, 每个小正方形顶点叫做格点, 点 A 、 B 、 C 、 D 在格点上, 光点 P 从 AD 的中点出发, 按图②的程序移动。



第 24 题图①

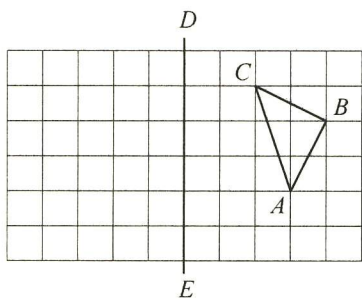


第 24 题图②

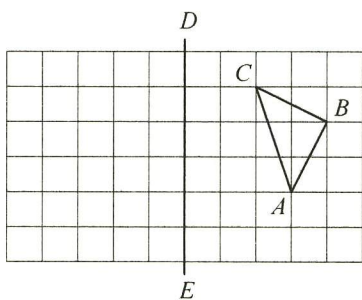
- (1) 请在图①中用圆规画出光点 P 经过的路径;
- (2) 分别求出图①所画图形的周长和面积。(结果保留 π)

25 如图,在 10×6 的正方形网格中,每个小正方形的边长为 1 个单位, $\triangle ABC$ 的顶点都在格点上。

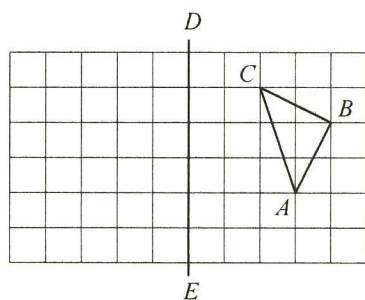
- (1) 在图①中画出 $\triangle ABC$ 关于直线 DE 对称的 $\triangle A_1B_1C_1$;
- (2) 求三角形 $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积;
- (3) 在直线 DE 上画出格点 P ,使得 $\triangle ABC$ 以 P 点为旋转中心,旋转后得到的 $\triangle A_2B_2C_2$ 的顶点都在 10×6 的正方形网格区域内的格点上。(在图②与图③中画出两种情况)



第 25 题图①



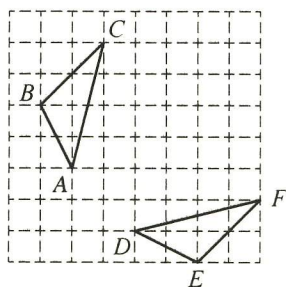
第 25 题图②



第 25 题图③

26 如图,网格中的 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 成轴对称。

- (1) 利用网格线作出 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的对称轴 l ;
- (2) 结合所画图形,在直线 l 上画出点 P ,使 $PA + PC$ 最小;
- (3) 如果每一个小正方形的边长均为 1,请直接写出 $\triangle ABC$ 的面积 = _____。

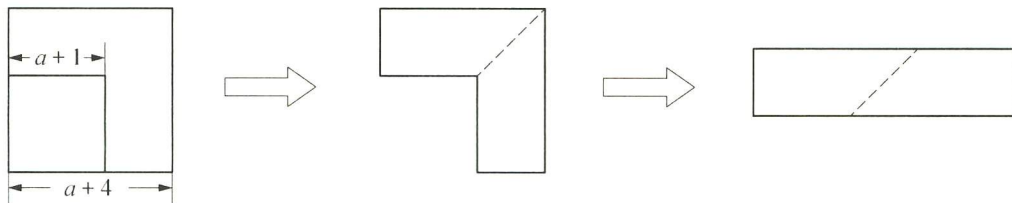


第 26 题图

期中练习一(10.1~12.2(3))

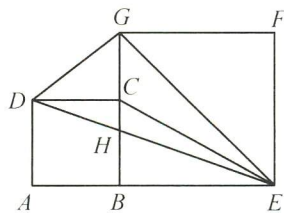
一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

- 1 如果整式 $x^{n-2} - 5x + 2$ 是关于 x 的三次三项式,那么 n 等于()。
- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6
- 2 下列等式中,从左到右的变形是因式分解的是()。
- (A) $x^2 - 4x + 3 = (x - 1)(x - 3)$ (B) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
- (C) $(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$ (D) $x^2 - 3x + 5 = x(x - 3) + 5$
- 3 下列各式中,可利用完全平方公式计算的是()。
- (A) $(3x - y)(-3x - y)$ (B) $(3x - y)(3x + y)$
- (C) $(-3x - y)(-3x + y)$ (D) $(-3x - y)(3x + y)$
- 4 已知 $(x^2 + px + 2)(x - 3)$ 的结果中不含 x^2 项,那么 p 的值为()。
- (A) 3 (B) -3 (C) ± 3 (D) 无法确定
- 5 如图,从边长为 $(a + 4)$ cm 的正方形纸片中剪去一个边长为 $(a + 1)$ cm 的正方形($a > 0$),剩余部分沿虚线又剪拼成一个矩形(不重叠无缝隙),那么矩形的面积为()。
- (A) $(2a^2 + 5a)$ cm² (B) $(3a + 15)$ cm²
- (C) $(6a + 9)$ cm² (D) $(6a + 15)$ cm²



第 5 题图

- 6 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 a ,正方形 $BEFG$ 的边长为 b ($a < b$),点 C 在边 BG 上, DE 与 GB 相交于点 H ,下列各选项中不正确的是()。



第 6 题图

- (A) $S_{\triangle DAE} = S_{\text{梯形}ABGD}$
- (B) $S_{\triangle DHG} = S_{\triangle HBE}$
- (C) $S_{\triangle DEG} = S_{\text{正方形}ABCD}$
- (D) $S_{\triangle DEG} = S_{\triangle GBE}$

二、填空题(每题 2 分,共 28 分)

- 7 把多项式 $x^3 + y^3 - 5x^2y + 3xy^2$ 按字母 y 降幂排列:_____。
- 8 用代数式表示:“ x 的 5 倍与 y 的和的平方”:_____。
- 9 多项式_____与多项式 $m^2 + m - 2$ 的和是 $m^2 - 2m$ 。

- ⑩ 计算： $\left(\frac{1}{3}a^3b\right) \cdot (-2bc^2) =$ _____。
- ⑪ 计算： $(6m^3 - 3m^2 + 2m) \div (-2m) =$ _____。
- ⑫ 因式分解： $m(x-y)^2 - n(y-x)^2 =$ _____。
- ⑬ 因式分解： $(x+3)^2 - (x-5)^2 =$ _____。
- ⑭ 因式分解： $x^4 - 18x^2 + 81 =$ _____。
- ⑮ 已知 $x^m = 2$, $x^n = 3$, 那么 $x^{m-2n} =$ _____。
- ⑯ 如果 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + m$ 是一个完全平方式, 那么 m 的值是_____。
- ⑰ 在对某二次三项式进行因式分解时, 甲同学因看错了一次项系数而将其分解为 $3(x+2)(x+8)$; 乙同学看错了常数项而将其分解为 $3(x+7)(x+1)$, 那么将此多项式进行正确的因式分解为_____。

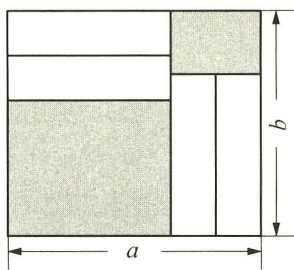
⑱ 对于任何有理数, 我们规定符号 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的意义是 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 按照这个规定, 请你计算: 当 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 时, $\begin{vmatrix} x+1 & 3x \\ x-2 & x-1 \end{vmatrix}$ 的值为_____。

⑲ 如果一个多项式的各个项的次数都相同, 那么我们就称这个多项式为齐次多项式。例如: $x^2 + 2xy + y^2$, 它的各个项的次数都是 2, 我们就说这个多项式是齐次多项式。已知多项式 $A = x^2 - xy + 2$, 已知多项式 A 与一个三次整式 B 的差为齐次多项式, 那么这个三次整式 B 可以是_____。(写出一个符合要求的即可)

⑳ 把四张形状、大小完全相同的小长方形卡片(如图①)不重叠地放在一个底面为长方形(长为 a , 宽为 b)的盒子底部(如图②), 盒子底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示, 那么图②中两块阴影部分的周长和是_____。



第 20 题图①



第 20 题图②

三、简答题(每题 5 分, 共 25 分)

⑳ 计算： $(x-2)(x-4) - 6x(x-3) + x \cdot 5x$ 。

22 计算： $-\frac{1}{3}a^2b \cdot \frac{2}{3}a^2b^3 \div \left(-\frac{5}{3}ab^2\right)^2$ 。

23 计算： $(-3x - 2y)^2 - (-x + 2y)(x + 2y)$ 。

24 因式分解： $32x^4 - 16x^2 + 2$ 。

25 因式分解： $9x^2 - (x - 2y)^2$ 。

四、解答题(第 26、27 题每题 6 分,第 28 题 7 分,共 19 分)

26 先化简,再求值： $\left[(3m + n)^2 - 3n\left(m + \frac{1}{3}n\right)\right] \div 3m$,其中 $m = -2$, $n = 1$ 。

27 如果 $a^c = b$, 那么我们规定: $F(a, b) = c$, 例如, 因为 $2^3 = 8$, $3^4 = 81$, 那么我们就说 $F(2, 8) = 3$, $F(3, 81) = 4$ 。

(1) 请根据上述定义, 填空: $F(4, 16) = \underline{\hspace{2cm}}$; $F(2, 64) = \underline{\hspace{2cm}}$; $F\left(\frac{2}{5}, \frac{16}{625}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 已知 $F(x, 5) = a$, $F(x, 6) = b$, $F(x, m) = c$, 且 $a - b = c$, 求 m 的值。

28 一个三位自然数 \overline{abc} (百位上的数字为 a , 十位上的数字为 b , 个位上的数字为 c)。如果满足 $a + c = b$, 那么称这个三位数为“和悦数”, 并规定 $F(\overline{abc}) = ac$ 。如 231, 因为它的百位上的数字 2 与个位上的数字 1 之和等于十位上的数字 3, 所以 231 是“和悦数”, 所以 $F(\overline{231}) = 2 \times 1 = 2$ 。

(1) 请任意写两个“和悦数”, 并猜想任意一个“和悦数”是否都是 11 的倍数, 请说明理由;

(2) 已知有两个十位上的数字相同的“和悦数” m 、 n ($m > n$), 如果 $F(m) - F(n) = 5$, 求 $m - n$ 的值。

五、综合题(每题 8 分, 共 16 分)

29 材料: 两个正整数相除时, 不一定都能整除, 当不能整除时: $0 < \text{余数} < \text{除数}$ 。

类似的: 多项式 $x^2 + x + 5$ 除以多项式 $x + 2$, 商为 $x - 1$, 余式为 7, 即有 $x^2 + x + 5 = (x + 2)(x - 1) + 7$ 。

又如: 多项式 $x^2 + 5x + 6$ 除以多项式 $x + 2$, 商为 $x + 3$, 余式为 0, 即有 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$, 此时, 多项式 $x^2 + 5x + 6$ 能被多项式 $x + 2$ 整除。

解决问题:

(1) 多项式 $x^2 + 2x - 8$ 除以多项式 $x - 2$, 求所得的商;

(2) 多项式 $x^2 + 7x + 8$ 除以多项式 $x + 1$, 所得的余式为 2, 求所得的商;

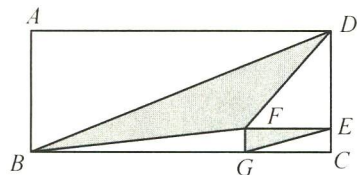
(3) 多项式 $2x^3 + ax^2 + bx - 6$ 分别能被 $x - 1$ 和 $x - 2$ 整除, 求多项式 $2x^3 + ax^2 + bx - 6$ 除以 $(x - 1)(x - 2)$ 的商。

30 对于任意四个有理数 a, b, c, d , 可以组成两个有理数对 (a, b) 与 (c, d) , 我们规定: $(a, b) \otimes (c, d) = a^2 + d^2 - bc$. 例如: $(1, 2) \otimes (3, 4) = 1^2 + 4^2 - 2 \times 3 = 11$.

(1) 已知 $(x, kx) \otimes (y, -y)$ 是一个完全平方式, 求常数 k 的值;

(2) 已知 $2x + y = 18$, 且 $(3x + y, 2x^2 + 3y^2) \otimes (3, x - 3y) = 204$, 求 xy 的值;

(3) 在(2)的条件下, 将长方形 $ABCD$ 及长方形 $CEFG$ 按照如图方式放置, 其中点 E, G 分别在边 CD, BC 上, 连接 BD, BF, DF, EG , 设 $AB = 2x, BC = 2nx, CE = y, CG = ny$, 图中阴影部分的面积为 168, 求 n 的值。



第 30 题图

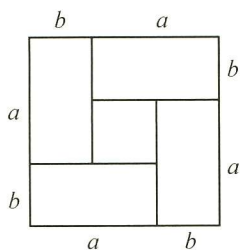
期中练习二(10.1~12.2(3))

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

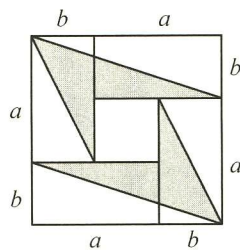
- 1 下列代数式中,次数为 3 的单项式是()。
- (A) xy^2 (B) $x^3 + y^3$ (C) x^3y (D) $3xy$
- 2 下列整式的乘法中,不能用平方差公式进行计算的是()。
- (A) $(x+y)(x-y)$ (B) $(-x-y)(-x+y)$
- (C) $(-x-y)(x+y)$ (D) $(-x+y)(x+y)$
- 3 对于任意的正整数 n ,按下列程序计算下去,得到的结果是()。



- (A) 随 n 的变化而变化 (B) 不变,定值为 0
- (C) 不变,定值为 1 (D) 不变,定值为 2
- 4 多项式 $x^2 - 2x + 3$ 与 $x^2 + 2x - a$ 的积不含 x 项,那么 a 的值为()。
- (A) 3 (B) -3 (C) 4 (D) -4
- 5 从前,一位庄园主把一块长为 a 米,宽为 b 米 ($a > b > 10$) 的长方形土地租给租户张老汉,第二年,他对张老汉说:“我把这块地的长增加 10 米,宽减少 10 米。继续租给你,租金不变,你也没有吃亏,你看如何?”如果这样,你觉得张老汉的租地面积()。
- (A) 变小了 (B) 变大了 (C) 没有变化 (D) 无法确定
- 6 小方将 4 张长为 a ,宽为 b ($a > b$) 的长方形纸片先按图①所示方式拼成一个边长为 $(a+b)$ 的正方形,然后按图②所示连接了四条线段,如果大正方形的面积是图中阴影部分图形面积的 3 倍,那么 a 、 b 满足()。



第 6 题图①



第 6 题图②

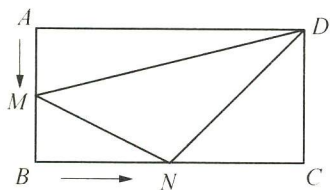
- (A) $a = 3b$ (B) $2a = 5b$ (C) $a = 2b$ (D) $2a = 3b$

二、填空题(每题 2 分,共 28 分)

- 7 单项式 $-5x^4y$ 的次数是_____。
- 8 将多项式 $3xy^3 + x^3 + 6 - 4x^2y$ 按字母 x 降幂排列:_____。
- 9 一个多项式减去 $2a^2 + 4ab - 3b^2$ 所得的差是 $3a^2 - 2ab - b^2$, 那么这个多项式是_____。

- 10 计算： $[(a-2b)^3]^3 \div (2b-a)^2 =$ _____。（结果用幂的形式表示）
- 11 计算： $(-6a^2b^2 + 3ab) \div ab + 5ab =$ _____。
- 12 因式分解： $m^2(a-2) + m(2-a) =$ _____。
- 13 因式分解： $4x - x^3 =$ _____。
- 14 因式分解： $3x^3 - 18x^2 + 27x =$ _____。
- 15 已知 $a^m = \frac{1}{2}$, $a^n = 3$, 那么 $a^{m+2n} =$ _____。
- 16 某同学计算一个多项式乘 $-3x^2$ 时, 因抄错符号, 算成了加上 $-3x^2$, 得到的答案是 $x^2 - \frac{1}{2}x + 1$, 那么正确的计算结果是_____。
- 17 在长和宽分别是 a 、 b 的矩形纸片的四个角都剪去一个边长为 x 的正方形, 当 $a=9$, $x=3$, 且剪去部分的面积等于剩余部分的面积时, 矩形的宽 b 为_____。
- 18 如果 $a^2 - 2a - 675 = 0$, 那么 $(3a^2 - 6a - 2024)^{2024} =$ _____。
- 19 对有理数 x 、 y 定义一种新运算, 规定: $x \ast y = x + 4y - 1$, 例如: $1 \ast (-1) = 1 + 4 \times (-1) - 1 = -4$ 。根据这个规定, $m^2 \ast (m+3)$ 的最小值为_____。

- 20 如图, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=6$, 点 M 从点 A 出发沿 AB 向 B 以每秒 1 个单位的速度运动, 同时点 N 从点 B 出发沿 BC 向 C 以每秒 2 个单位的速度运动(当一个点到达终点时另一个点也随之停止运动)。设运动的时间为 t 秒, 那么三角形 MND 的面积为_____ (用含 t 的式子表示)。



第 20 题图

三、简答题(每题 5 分, 共 25 分)

21 计算： $(x-3)(2x+1) - y^2 - (2x-y)(2x+y)$ 。

22 计算： $a^3b \cdot (-2bc^2)^3 \div (-\frac{1}{2}a)^3$ 。

23 计算： $(a - 2b + c)(a + 2b - c)$ 。

24 因式分解： $(2x + 1)(5x - 2) - (2x + 1)^2$ 。

25 利用因式分解计算： $1.25 \times 86^2 - 1.25 \times 14^2$ 。

四、解答题(第 26、27 题每题 6 分,第 28 题 7 分,共 19 分)

26 先化简,再求值： $[2x^2 - (x + y)(x - y)][(-x - y)(-x + y) + 2y^2]$,其中 $x = \frac{1}{3}$, $y = 1$ 。

27 解方程： $(x - 6)(x - 9) - (x - 7)(x - 1) = 7(2x - 5)$ 。

28 阅读下列材料:已知有理数 m 、 n 满足 $(2m^2 + n^2 + 1)(2m^2 + n^2 - 1) = 80$, 试求 $2m^2 + n^2$ 的值。

解:设 $2m^2 + n^2 = t$, 则原方程变形为 $(t + 1)(t - 1) = 80$,

整理得 $t^2 - 1 = 80$, 即 $t^2 = 81$,

所以 $t = \pm 9$ 。

因为 $2m^2 + n^2 \geq 0$,

所以 $2m^2 + n^2 = 9$ 。

上面这种方法称为“换元法”,换元法是数学学习中最常用的一种思想方法,在结构较复杂的数和式的运算中,如果把其中某些部分看成一个整体,并用新字母代替(即换元),那么能使复杂的问题简单化。

根据以上阅读材料内容,解决下列问题,并写出解答过程。

(1) 已知有理数 x 、 y 满足 $(2x^2 + 2y^2 + 3)(2x^2 + 2y^2 - 3) = 27$, 求 $x^2 + y^2$ 的值;

(2) 在(1)的条件下,已知 $xy = 1$, 求 $(x + y)^2$ 和 $x - y$ 的值。

五、综合题(每题 8 分,共 16 分)

29 观察下列等式: $12 \times 231 = 132 \times 21$, $13 \times 341 = 143 \times 31$, $23 \times 352 = 253 \times 32$,

$$34 \times 473 = 374 \times 43, 62 \times 286 = 682 \times 26, \dots$$

以上每个等式中两边数字是分别对称的,且每个等式中组成两位数与三位数的数字之间具有相同规律,我们称这类等式为“数字对称等式”。

(1) 根据上述各式反映的规律填空,使等式成为“数字对称等式”:

① $52 \times 275 = \underline{\hspace{2cm}} \times 25$;

② $\underline{\hspace{2cm}} \times 396 = 693 \times \underline{\hspace{2cm}}$ 。

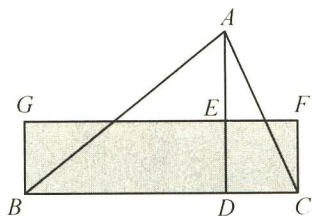
(2) 设这类等式左边两位数的十位数字为 a , 个位数字为 b , 且 $2 \leq a + b \leq 9$, 则

左边的两位数是 $10a + b$, 三位数是 $\underline{\hspace{4cm}}$,

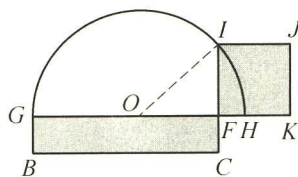
右边的两位数是 $10b + a$, 三位数是 $\underline{\hspace{4cm}}$,

写出表示“数字对称等式”一般规律的式子(含 a 、 b), 并说明理由。

30 阅读以下材料,并解决问题。



第 30 题图①



第 30 题图②

阅读一:画与三角形面积相等的长方形。

(1) 如图①,在 $\triangle ABC$ 中,①画 BC 边上的高 AD ;②取线段 AD 的中点 E ;③以 BC 为边画长方形 $BCFG$,使得 $BG=CF=DE$,那么长方形 $BCFG$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积。

根据“阅读一”,如果 $BC=8$, $AD=4$,那么长方形 $BCFG$ 的面积=_____。

阅读二:画与长方形面积相等的正方形。

如图②,在长方形 $BCFG$ 中,①延长 GF ,截取 $FH=CF$;

②以 GH 的中点 O 为圆心, GO 为半径作半圆;

③过点 F 画 GH 的垂线,交半圆于点 I ;

④以 FI 为边画正方形 $FIJK$,那么正方形 $FIJK$ 的面积等于长方形 $BCFG$ 的面积。

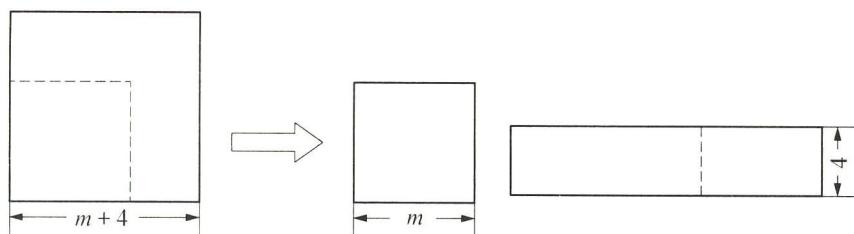
(2) 根据“阅读二”,设 $GO=a$, $OF=b$,如果等面积的正方形 $FIJK$ 边长为 5 ,请猜想 a 、 b 的数量关系并加以说明;

(3) 根据“阅读一”由 $\triangle ABC$ 画出它的等面积长方形 $BCFG$,在长方形 $BCFG$ 的基础上,再根据“阅读二”画出等面积正方形 $FIJK$,设 $BC=m$, $AD=n$,当 H 为 FK 的中点时,求 m 、 n 的数量关系。

期中练习三(10.1~12.2(3))

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

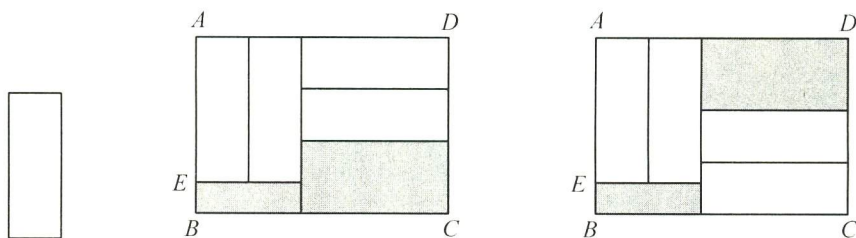
- 1 下列多项式中,与 $-3x + y$ 相乘的结果是 $-3x^2 + 10xy - 3y^2$ 的多项式是()。
- (A) $x + 3y$ (B) $x - 3y$ (C) $3x + y$ (D) $3x - y$
- 2 下列各式因式分解正确的是()。
- (A) $a^2 + 4ab + 4b^2 = (a + 4b)^2$ (B) $2a^2 - 4ab + 9b^2 = (2a - 3b)^2$
- (C) $3a^2 - 12b^2 = 3(a + 4b)(a - 4b)$ (D) $a(2a - b) + b(b - 2a) = (a - b)(2a - b)$
- 3 为了应用平方差公式计算 $(a - b + c)(a + b - c)$, 那么下列各变形中正确的是()。
- (A) $[(a + c) - b][(a + c) + b]$ (B) $[(a - b) + c][(a + b) - c]$
- (C) $[a - (b - c)][a + (b - c)]$ (D) $[(b + c) - a][(b - c) + a]$
- 4 已知 $4x^2 - 2(k + 1)x + 1$ 是一个完全平方式,那么 k 的值为()。
- (A) 2 (B) ± 2 (C) 1 (D) 1 或 -3
- 5 如图,边长为 $m + 4$ 的正方形纸片剪出一个边长为 m 的正方形之后,剩余部分可剪拼成一个矩形(不重叠、无缝隙),如果拼成的矩形一边长为 4,那么另一边长是()。



第 5 题图

- (A) $m + 4$ (B) $m + 8$ (C) $2m + 4$ (D) $2m + 8$

- 6 如图,将 4 张形状、大小完全相同的小长方形纸片分别以图①、图②的方式放入长方形 $ABCD$ 中,如果图①中的阴影部分周长比图②中的阴影部分周长少 1,那么 BE 的长为()。



第 6 题图①

第 6 题图②

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2

二、填空题(每题 2 分,共 28 分)

- 7 用代数式表示 m 的 3 倍与 n 的 和的平方:_____。

8 将多项式 $3x^2 - 1 + 2x^3 - xy$ 按字母 x 降幂排列:_____。

9 已知一个多项式与 $3x^2 + 9x$ 的和等于 $3x^2 + 4x - 1$, 那么这个多项式为_____。

10 计算: $-10a^5b^3c \div 5a^4b =$ _____。

11 已知 $(5x - 3b)(ax + 1) = 20x^2 - 7x - c$, 那么 $(a + c)^b =$ _____。

12 已知单项式 M 、 N 满足 $3x(M - 5x) = 6x^2y^2 + N$, 那么 $M \cdot N =$ _____。

13 $3x^2 - 12 =$ _____。

14 因式分解: $ab^2 + 2ab + a =$ _____。

15 已知 $a - b = 3$, $b - c = -4$, 那么代数式 $a^2 - ac - b(a - c)$ 的值是_____。

16 为保证数据安全, 通常会将数据经过加密的方式进行保存, 例如: 将一个多项式 $a^3 - a$ 因式分解为 $a(a - 1)(a + 1)$, 当 $a = 20$ 时, $a - 1 = 19$, $a + 1 = 21$, 将得到的三个数按照从小到大的顺序排列得到加密数据: 192021。根据上述方法, 当 $x = 15$ 时, 多项式 $16x^3 - 9x$ 因式分解后形成的加密数据按三个数从小到大排列是_____。

17 如果 $3 \times 9^m \times 27^m = 3^{11}$, 那么 m 的值为_____。

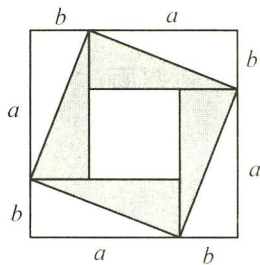
18 为计算 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2023}$, 可令 $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2023}$, 则 $2S = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{2024}$, 因此 $2S - S = 2^{2024} - 1$, 因此 $S = 2^{2024} - 1$, 根据以上解题过程, 计算: $1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{2021} =$ _____。

19 设 x 、 y 为任意有理数, 定义运算: $x * y = (x + 1)(y + 1) - 1$, 得到下列五个结论:

① $x * y = y * x$; ② $x * (y + z) = x * y + x * z$; ③ $(x + 1) * (x - 1) = x * x - 1$; ④ $x * 0 = 0$;

⑤ $(x + 1) * (x + 1) = x * x + 2 * x + 1$, 其中正确结论的是_____。(填序号)

20 将 4 张长为 a 、宽为 b ($a > b$) 的长方形纸片按如图的方式拼成一个边长为 $a + b$ 的正方形, 图中空白部分的面积之和为 S_1 , 阴影部分的面积之和为 S_2 。如果 $S_1 = \frac{5}{3}S_2$, 那么 a 、 b 满足_____。



第 20 题图

三、简答题(每题 5 分, 共 25 分)

21 计算: $5a(a - 1) - 2(2a - 1)^2 + 3a^2$ 。

22 计算: $[3a^4 \cdot (2a^2 - 5a) + (-2a^3)^2 \div a^2] \div (-2a^2)^2$ 。

23 计算： $(2x + 1)^2 - 4(x - 1)(x + 1)$ 。

24 因式分解： $9(m + n)^2 - 3(m - n)(m + n)$ 。

25 因式分解： $(x^2 - 4x)^2 + 8(x^2 - 4x + 2)$ 。

四、解答题(第 26、27 题每题 6 分,第 28 题 7 分,共 19 分)

26 先化简,再求值： $(m - 2n)^2 - 4n(3n - m) + (2n - 3m)(3m + 2n)$,其中 $2m^2 + n^2 = 6$ 。

27 已知 $x - 2y = 8$, $xy = 5$,求代数式 $x^3y + 4xy^3$ 的值。

28 规定两数 a 、 b 之间的一种运算,如果 $a^c = b$,那么 $(a, b) = c$,我们称 (a, b) 为“雅对”。

例如:因为 $2^3 = 8$,所以 $(2, 8) = 3$ 。我们还可以利用“雅对”的定义说明等式 $(3, 3) + (3, 5) = (3, 15)$ 成立。证明如下:设 $(3, 3) = m$, $(3, 5) = n$,则 $3^m = 3$, $3^n = 5$,故 $3^m \cdot 3^n = 3^{m+n} = 3 \times 5 = 15$,则 $(3, 15) = m + n$,即 $(3, 3) + (3, 5) = (3, 15)$ 。

根据材料回答下列问题:

- (1) 填空: $(2, 4) = \underline{\hspace{2cm}}$; $(5, 1) = \underline{\hspace{2cm}}$; $(3, 27) = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 如果 $(3, 5) = n$, $(9, m) = n$,求 $(3, m + 2)$ 的值;
- (3) 利用“雅对”的定义证明: $(3^n, 2^n) = (3, 2)$ 对于任意自然数 n 都成立。

五、综合题(每题 8 分,共 16 分)

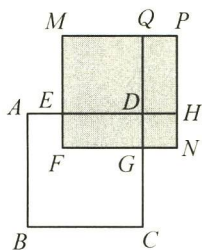
29 问题发现:已知 x 满足 $(9-x)(x-4) = 2$,求 $(9-x)^2 + (x-4)^2$ 的值。小明在解决该问题时,采用了以下解法:

解:设 $(9-x) = a$, $(x-4) = b$,

则 $ab = (9-x)(x-4) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 $a + b = (9-x) + (x-4) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

所以 $(9-x)^2 + (x-4)^2 = a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

- (1) 请补全小明的解法;
- (2) 已知 $(30-x)(x-20) = -10$,那么 $(30-x)^2 + (x-20)^2$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (3) 已知 x 满足 $(2023-x)^2 + (x-2021)^2 = 2022$,求 $(2023-x)(x-2021)$ 的值;
- (4) 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 x , $AE = 10$, $CG = 20$,长方形 $EFGD$ 的面积是 500,分别以 DE 、 DG 为边长作正方形 $MEDQ$ 和 $NGDH$,四边形 $PQDH$ 是长方形,求图中阴影部分的面积。



第 29 题图

30 如图,有 A 型、B 型、C 型三种不同的纸板,其中

A 型:边长为 a 厘米的正方形;

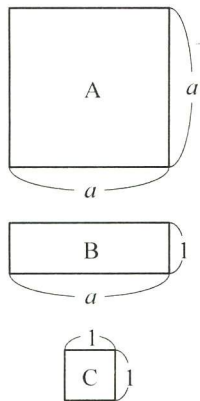
B 型:长为 a 厘米,宽为 1 厘米的长方形;

C 型:边长为 1 厘米的正方形。

(1) 如果有 A 型纸板 2 块、B 型纸板 4 块、C 型纸板 4 块,那么此时纸板的总面积为_____平方厘米。

① 从这 10 块纸板中拿掉 1 块 A 型纸板,剩下的纸板在不重叠的情况下,可以紧密地排出一个大正方形。那么剩下纸板的总面积为_____平方厘米,这个大正方形的边长为_____厘米。

② 从这 10 块纸板中拿掉 2 块同类型的纸板,使得剩下的纸板在不重叠的情况下,可以紧密地排出两个相同的大正方形,请问:拿掉的是 2 块哪种类型的纸板?(通过计算说明)



第 30 题图

(2) 如果有 A 型纸板 12 块、B 型纸板 12 块、C 型纸板 4 块,从这 28 块纸板中拿掉 1 块纸板,使得剩下的纸板在不重叠的情况下,可以紧密地排出三个相同形状的大正方形,那么大正方形的边长为_____厘米。

期末练习一

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

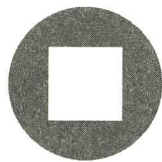
1 下列图形中,是中心对称图形但不是轴对称图形的是()。



(A)



(B)



(C)



(D)

2 下列说法正确的是()。

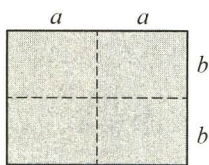
(A) $4xy - 2\pi^2x^2 + x^2$ 是四次三项式

(B) 如果 $2^m = 3$, $2^n = 9$,那么 $2^{3m-n} = 1$

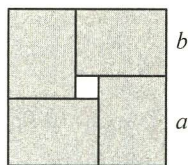
(C) $x^2 - x + \frac{1}{4}$ 是完全平方式

(D) 把分式 $\frac{3xy}{x+y}$ 的分子和分母中的 x 和 y 同时扩大为原来的 2 倍,分式的值不变

3 已知图①是一个一边为 $2a$,一边为 $2b$ ($a > b$) 的长方形,用剪刀沿图中虚线(对称轴)剪开,把它分成四块形状和大小都一样的小长方形,然后按如图②所示拼成一个正方形,那么中间空白部分的面积是()。



第 3 题图①



第 3 题图②

(A) ab

(B) $(a-b)^2$

(C) $(2a+b)^2$

(D) $a^2 - b^2$

4 已知火星和地球的最近距离约为 5500 万千米,最远距离约为 4 亿千米,那么最远距离与最近距离的差用科学记数法表示为()千米。

(A) 345×10^6

(B) 34.5×10^7

(C) 3.45×10^7

(D) 3.45×10^8

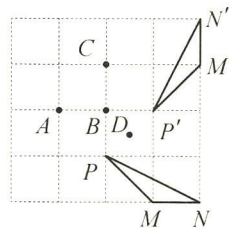
5 如图,在 4×4 的正方形网格中, $\triangle MNP$ 绕某点旋转一定的角度,得到 $\triangle M'N'P'$,那么其旋转中心是()。

(A) 点 A

(B) 点 B

(C) 点 C

(D) 点 D



第 5 题图

6 如果 $x - 2y + 2 = 0$,那么 $\frac{1}{4}x^2 - xy + y^2 - 3$ 的值是()。

(A) -2

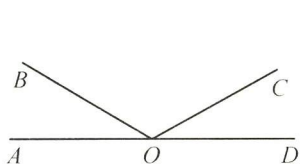
(B) -1

(C) 1

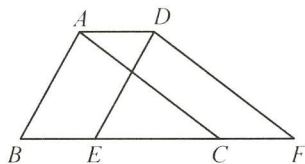
(D) 0

二、填空题(每题 2 分,共 24 分)

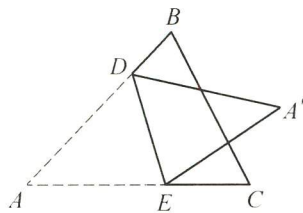
- 7 计算: $(-x^2)^3 \cdot (-x)^2 =$ _____。
- 8 如果 $x^2 + mx - 15 = (x + 3)(x + n)$, 那么 m 的值为 _____。
- 9 计算: $(x^{-3}yz^{-2})^2 =$ _____。(结果只含有正整数指数幂)
- 10 化简: $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 - 9} - \frac{x}{x - 3} =$ _____。
- 11 如图,已知 $\angle AOB = 35^\circ$, 如果将 $\angle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转到 $\angle COD$ 的位置时,恰好点 A 、 O 、 D 在同一直线上,那么旋转角为 _____ 度。



第 11 题图



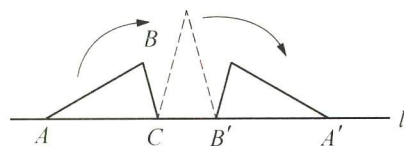
第 12 题图



第 13 题图

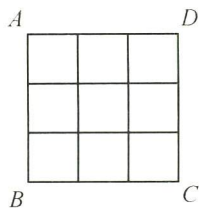
- 12 如图,将面积为 20 的 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移 m 个单位得到 $\triangle DEF$, $BC = 10$, 如果四边形 $ABED$ 的面积为 32, 那么 m 的值为 _____。
- 13 如图,把 $\triangle ADE$ 沿着直线 DE 翻折后得到 $\triangle A'DE$, 如果 $\angle A'EC = 32^\circ$, 那么 $\angle A'ED =$ _____。
- 14 如果关于 x 的方程 $\frac{1}{2x-4} = 3 - \frac{k}{2-x}$ 有增根, 那么 $k =$ _____。
- 15 如果多项式 $16x^2 + 9$ 加上一个单项式后, 将成为一个完全平方式, 那么加上的单项式可以是 _____。(写出三种情况)

- 16 如图,等腰三角形 ABC 放置在直线 l 上, $\angle B = 75^\circ$, $AB = AC = 6$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 旋转, 使点 B 的对应点 B' 落在直线 l 上, 再将第一次旋转得到的三角形绕点 B' 继续旋转, 使其顶点 A 落在直线 l 上点 A' 处, 那么点 A 经过的路径总长为 _____。(结果保留 π)。

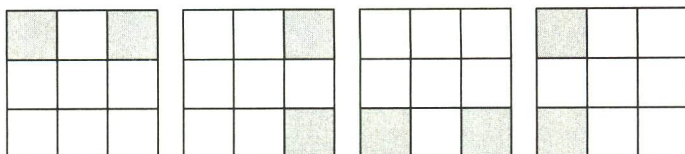


第 16 题图

- 17 如图①是 3×3 正方形方格, 将其中两个方格涂黑, 并且使得涂黑后的整个图案是轴对称图形, 如果约定绕正方形 $ABCD$ 的中心旋转能重合的图案都视为同一种, 图②中四幅图就视为同一种, 那么得到不同的图案共有 _____ 种。

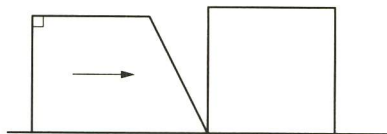


第 17 题图①



第 17 题图②

- 18 已知直角梯形的上底为 12 厘米,下底为 18 厘米,高为 12 厘米。正方形的边长为 13 厘米,起始状态如图所示。如果正方形固定不动,把直角梯形以 2 厘米/秒的速度向右沿直线平移,设直角梯形的平移时间为 t 秒,两个图形的重叠部分面积为 S 平方厘米,那么当 $S = 60$ 时, $t =$ _____。



第 18 题图

三、简答题(第 19~24 题每题 5 分,第 25 题 6 分,共 36 分)

- 19 计算: $(2x + y)(2x - y) - y(x - y)$ 。
- 20 计算: $[(x + 2)(x - 2) + (x^2 + 2)^2] \div (2x)^2$ 。
- 21 因式分解: $(2a - b)^3 - (a + 4b)^2(2a - b)$ 。
- 22 因式分解: $(x^2 + 4x)^2 - 8(x^2 + 4x + 6)$ 。

23 解方程： $\frac{x^2}{x+1} - x - 1 = 0$ 。

24 先化简，再求值： $\frac{x}{x+1} - \frac{x+3}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2+2x-3}$ ，其中 $x = \frac{4}{3}$ 。

25 目前，中国是世界上高铁规模最大、发展速度最快的国家，截至 2023 年底，中国高铁营业里程 4.5 万千米。已知甲乙两城市相距 300 千米，乘坐高铁比乘坐汽车快 2 小时，高铁的平均速度是汽车平均速度的 2.5 倍，分别求高铁、汽车的平均速度。

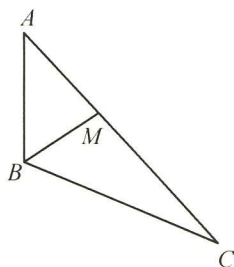
四、解答题(第 26 题 8 分,第 27、28 题每题 10 分,共 28 分)

26 如图,已知 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针方向旋转 30° 后得到 $\triangle A'BC'$,点 A 、 C 的对应点分别为点 A' 、 C' 。

(1) 画出 $\triangle A'BC'$;

(2) 如果点 M 是 AC 边上的一点,且 $MB=12$,求点 M 在 $\triangle ABC$ 旋转过程中所经过路径的长。

(π 取 3.14)



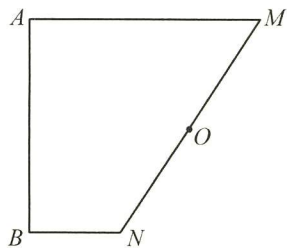
第 26 题图

27 如图,已知四边形 $ABNM$ 中, $\angle A = \angle B = 90^\circ$, $BN = 10$ 。

(1) 点 O 为 MN 的中点,请画出四边形 $ABNM$ 关于点 O 的中心对称图形,且点 A 的对应点记为点 C ,点 B 的对应点记为点 D ;

(2) 将四边形 $MNCD$ 沿直线 MN 翻折,点 C 恰好与点 A 重合,点 D 的对应点记为点 D' ,请画出翻折后的图形;

(3) 在(1)(2)所画图的基础上,如果四边形 $ANMD'$ 与四边形 $ABNM$ 不重叠部分的面积是重叠部分面积的 $\frac{10}{13}$,求 AM 的长。



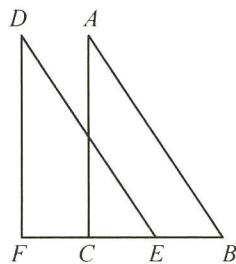
第 27 题图

28 (1) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=a$, $AC=b$,如果将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移1个单位,点 A 落在点 D 处,点 B 落在点 E 处,点 C 落在点 F 处,求 $\triangle ABC$ 在平移过程中扫过的图形的面积。(用含 a 、 b 的代数式表示)

(2) 将(1)中的 $\triangle ABC$ 绕点 F 顺时针旋转 90° ,点 A 落在点 A' 处,点 B 落在点 B' 处,点 C 落在点 C' 处。

① 请在图中画出旋转后的 $\triangle A'B'C'$;

② 已知 $AF=c$,请直接写出线段 AC 扫过的图形的面积 $S=$ _____。(用含 a 、 b 、 c 的代数式表示,计算结果保留 π)



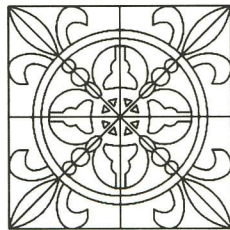
第 28 题图

期末练习二

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

- 1 下列计算中,正确的是()。
- (A) $2a^2 + 3a^3 = 5a^5$ (B) $3a^3 \div 2a^2 = a$
 (C) $(a^2b)^4 = a^8b^4$ (D) $a^2 \cdot a^3 = a^6$
- 2 下列说法中,错误的是()。
- (A) $3a^2bc$ 与 $-bca^2$ 是同类项 (B) $3x^2 - y + 5xy^2$ 是三次三项式
 (C) 单项式 $-x^3y^2$ 的系数是 -1 (D) $\frac{m^2n}{5}$ 是二次单项式
- 3 下列从左到右的变形中,是因式分解的是()。
- (A) $6x^2y = 2x \cdot 3xy$ (B) $2a^3b - 4a^2b = 2a^2b(a - 2)$
 (C) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (D) $a^2 - 2a - 3 = a(a - 2) - 3$
- 4 中华鲟是地球上最古老的脊椎动物之一,距今约有 140 000 000 年的历史,是国家一级保护动物,140 000 000 年用科学记数法表示应为()年。
- (A) 14×10^7 (B) 0.14×10^9
 (C) 1.4×10^8 (D) 1.4×10^9

5 如图,这个图案可以看作是以“基本图案”——原图案的四分之一通过变换形成的,但一定不能通过()变换得到。



第 5 题图

- (A) 旋转
 (B) 轴对称
 (C) 平移
 (D) 轴对称和旋转
- 6 已知某工厂要加工 m 个零件,甲队单独完成需 n 小时,乙队单独完成比甲队少用 3 小时,那么两队一起加工这批零件需要()小时。
- (A) $\frac{n^2 - 3n}{3n - 3}$ (B) $\frac{n^2 - 3n}{2n - 3}$ (C) $\frac{2n - 3}{n^2 - 3n}$ (D) $\frac{m}{n} + \frac{m}{n - 3}$

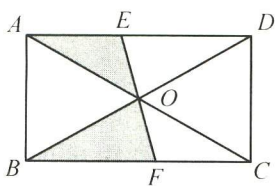
二、填空题(每题 2 分,共 24 分)

- 7 把多项式 $2x^3y - \frac{4}{5}y^3 + \frac{1}{7}xy^2 - 3x^2$ 按照字母 y 降幂排列:_____。
- 8 已知 $27 = 9^{y-1}$, $16^y = 8^{x+4}$, 那么 $x - y =$ _____。
- 9 如果关于 x 的二次三项式 $x^2 + kx + 5$ 可以用十字相乘法进行因式分解,那么整数 k 等于_____。
- 10 多项式 $a^2 - b^2 + 2a$ 加上一个单项式后能用分组分解法进行因式分解,如果将 a^2 和 $+2a$ 分成一组, $-b^2$ 和此单项式分成一组,那么这个单项式可以为_____。(写出一个即可)

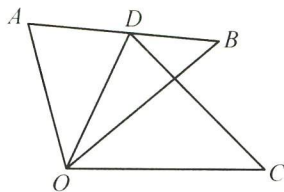
11 计算 $(\frac{2}{a-3} - \frac{1}{a}) \div \frac{a+3}{a^2-3a}$ 的结果是_____。

12 已知 $x^2 - 4x - 5 = 0$, 那么分式 $\frac{6x}{x^2 - x - 5}$ 的值是_____。

13 如图, 已知点 O 是矩形 $ABCD$ 的对称中心, 点 E 、 F 分别是边 AD 、 BC 上的点, 且关于点 O 中心对称, 如果矩形的面积是 22, 那么图中阴影部分的面积是_____。



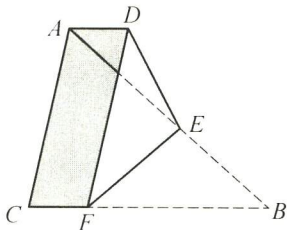
第 13 题图



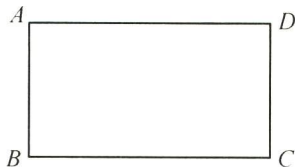
第 14 题图

14 如图, $\triangle ODC$ 是由 $\triangle OAB$ 绕点 O 顺时针旋转 40° 后得到的图形, 如果点 D 恰好落在 AB 上, 且 $\angle AOC = 105^\circ$, 那么 $\angle B =$ _____。

15 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上, 将 $\triangle BEF$ 沿 EF 所在的直线折叠, 使点 B 落在点 D 处, 将线段 DF 沿着 BC 向左平移若干单位长度后, 恰好能与边 AC 重合, 连接 AD , 如果阴影部分的周长为 18, 那么 $BC =$ _____。



第 15 题图

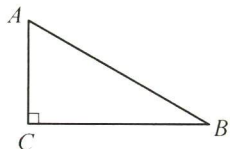


第 16 题图

16 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是长方形 ($AD > AB$), 点 E 、 F 分别是边 AB 、 BC 上的任意点, 连接 DE 、 DF 。将 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CDF$ 分别沿着 DE 、 DF 翻折, 点 A 、 C 的对应点分别是点 A_1 、 C_1 , 当点 A_1 、 C_1 、 D 恰好在同一直线上时, 那么 $\angle EDF =$ _____。

17 定义: 对于一个数 x , 我们把 $[x]$ 称作 x 的相伴数。若 $x \geq 0$, 则 $[x] = x - 1$; 若 $x < 0$, 则 $[x] = x + 1$ 。例如 $[\frac{3}{2}] = \frac{1}{2}$, $[-2] = -1$ 。已知当 $a > 0$, $b < 0$ 时有 $[a] = [b] + 1$, 那么代数式 $(b-a)^3 - 3a + 3b$ 的值为_____。

18 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $CA = 6$, $CB = 8$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 B 旋转, 使点 C 落在直线 AB 上的点 D 处, 连接 AD , 那么 $\triangle ACD$ 的面积是_____。



第 18 题图

三、简答题(第 19~24 题每题 5 分,第 25 题 6 分,共 36 分)

19 计算: $(2x + y)^2 - y(y + 4x) + (-2x)^2$ 。

20 计算: $\left(-\frac{1}{2}x^2y\right)^3 + (-x^2)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}y^3\right) + \frac{2}{3}x^2y^2 \cdot x^4y + \frac{1}{3}x^7y^5 \div \frac{1}{2}xy^2$ 。

21 因式分解: $8ax - by + 4ay - 2bx$ 。

22 因式分解: $(a^2 + a)^2 + 4(a^2 + a) - 12$ 。

23 解方程: $\frac{3x + 1}{x - 3} = 2 + \frac{4}{x - 3}$ 。

24 先化简： $\left(\frac{x^2-4}{x^2-x-6} + \frac{x+2}{x-3}\right) \div \frac{x+1}{x-3}$ ，再从 3、1、-1、-2 中选取一个合适的 x 代入求值。

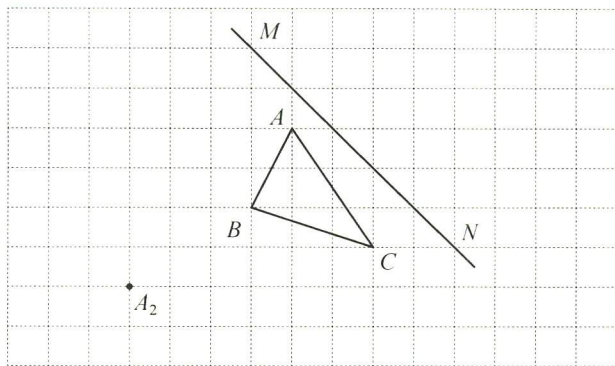
25 “绿色环保，健康出行”，新能源汽车在汽车市场占比越来越大。通过对某品牌的油电混动新能源汽车的调研，了解到该车在单纯耗电和单纯耗油费用均为 a 元的情况下续航里程之比为 5 : 1，经计算单纯耗电相比单纯耗油每千米节约 0.6 元。

- (1) 分别求出每千米单纯耗电和单纯耗油的费用；
- (2) 随着更多新能源车进入千家万户，有条件的用户可享受低谷时段优惠电价，每千瓦时约为 0.4 元。该品牌新能源车充电 30 千瓦时可持续航 200 千米，试计算低谷时段充电时每千米所需电费。若每年行驶里程为 12 000 千米且一直在低谷时段充电，请计算单纯耗电比单纯耗油一年节省的费用。

四、解答题(第 26 题 8 分,第 27、28 题每题 10 分,共 28 分)

26 根据下列条件，在图中画出相应的图形。

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 向右平移 5 格，再向下平移 3 格后的图形 $\triangle A_1B_1C_1$ ；
- (2) 点 A_2 与点 A 关于某点成中心对称，请标出这个对称中心 O ，并画出 $\triangle ABC$ 关于点 O 成中心对称的图形 $\triangle A_2B_2C_2$ ；
- (3) 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 成轴对称的图形 $\triangle A_3B_3C_3$ 。



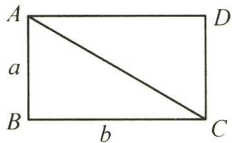
第 26 题图

27 如图,在长方形 $ABCD$ 中,已知 $AB = a$, $BC = b (a < b)$,连接 AC 。

(1) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 后的 $\triangle EFC$ (点 A 、 B 的对应点分别为点 E 、 F),不写画法,写出结论;

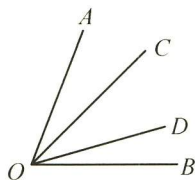
(2) 连接 AE ,用含 a 、 b 的代数式表示 $\triangle ACE$ 的面积 S_1 (提示: $AC^2 = a^2 + b^2$);

(3) 在(1)和(2)的条件下,线段 AE 交 CF 于点 G ,如果长方形 $ABCD$ 的面积 $S_2 = 8$, $\triangle ACE$ 的面积 $S_1 = 10$,求 a 、 b 的值。

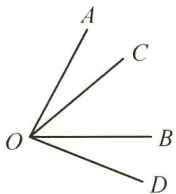


第 27 题图

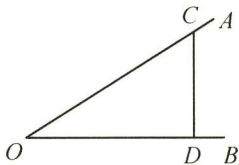
28 定义:从一个角的顶点出发,在角的内部引两条射线,如果这两条射线所成的角等于这个角的一半,那么这两条射线所成的角叫做这个角的内半角。如图①,如果 $\angle COD = \frac{1}{2} \angle AOB$,那么 $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角。



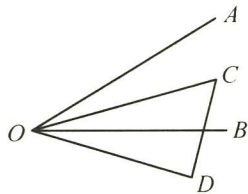
第 28 题图①



第 28 题图②



第 28 题图③



第 28 题图④

(1) 如图①,已知 $\angle AOB = 70^\circ$, $\angle AOC = 15^\circ$, $\angle COD$ 是 $\angle AOB$ 的内半角,那么 $\angle BOD =$ _____;

(2) 如图②,已知 $\angle AOB = 63^\circ$,将 $\angle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转一个角度 $\alpha (0^\circ < \alpha < 63^\circ)$ 至 $\angle COD$,当旋转的角度 α 为何值时, $\angle COB$ 是 $\angle AOD$ 的内半角?

(3) 已知 $\angle AOB = 30^\circ$,把一块含有 30° 角的三角板如图③叠放,如图④,将三角板绕顶点 O 以每秒 3° 的速度按顺时针方向旋转,在旋转一周的过程中,由射线 OA , OB , OC , OD 所组成的角能否构成内半角? 如果能,请求出旋转的时间;如果不能,请说明理由。

期末练习三

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

- 1 下列说法中,正确的是()。
- (A) $-\frac{2vt}{3}$ 的系数是 -2 (B) 3^2ab^3 的次数是 6
- (C) $\frac{x+y}{5}$ 是多项式 (D) x^2+x-1 的常数项为 1
- 2 中国“二十四节气”已被列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产代表作名录,下列四幅作品分别代表“立春”、“立夏”、“芒种”、“大雪”,其中不是轴对称图形的是()。



(A)



(B)

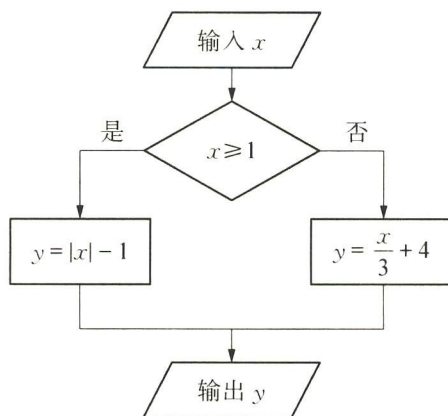


(C)



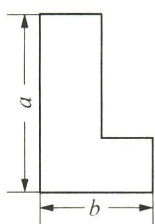
(D)

- 3 根据流程图中的程序,当输出数值 y 为 3 时,输入数值 x 为()。
- (A) -3 (B) 4 (C) -3 或 4 (D) -4 或 4

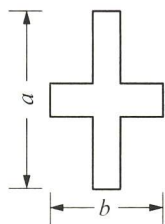


第 3 题图

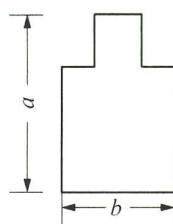
- 4 如图,某数学兴趣小组开展动手操作活动,设计了甲、乙、丙三种图形,现计划用铁丝按照设计图形制作相应的造型,那么下列关于所用铁丝长度的判断正确的是()。



甲



乙



丙

第 4 题图

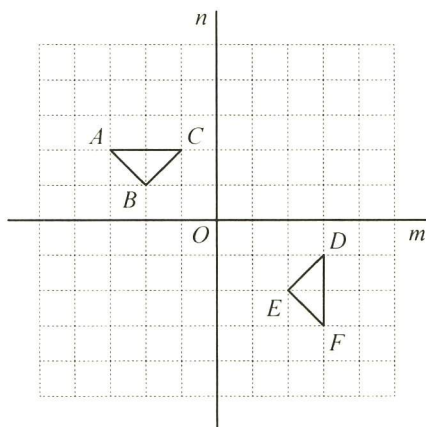
- (A) 甲所用铁丝最长 (B) 乙所用铁丝最长
- (C) 丙所用铁丝最长 (D) 三种所用铁丝一样长

5 如图,方格纸上的直线 m 与直线 n 交于点 O ,对 $\triangle ABC$ 分别作下列运动:

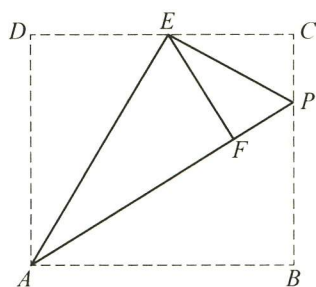
- ① 先以点 A 为旋转中心顺时针方向旋转 90° ,再向右平移 6 格,向下平移 3 格;
- ② 先以点 B 为旋转中心逆时针方向旋转 90° ,再向下平移 3 格,再沿直线 n 翻折;
- ③ 先以点 O 为旋转中心顺时针方向旋转 90° ,再向下平移 4 格,向右平移 2 格。

其中,能将 $\triangle ABC$ 变换成 $\triangle DEF$ 的是()。

- (A) ①② (B) ①③
(C) ②③ (D) ①②③



第 5 题图



第 6 题图

6 如图,将四边形纸片 $ABCD$ 沿着过点 A 的直线翻折,使得点 B 的对应点 E 落在边 CD 上,折痕为 AP ,再将 $\triangle PCE$ 、 $\triangle ADE$ 分别沿 PE 、 AE 翻折,此时,点 C 、点 D 的对应点落在 AP 上同一点 F 处,那么下列各角中一定是直角的是()。

- (A) $\angle B$ (B) $\angle C$
(C) $\angle D$ (D) $\angle EFP$

二、填空题(每题 2 分,共 24 分)

7 如果 x^3y^m 与 $-4x^n y$ 是同类项,那么 $n^2 - m =$ _____。

8 计算: $(18x^3y^2 - 12x^2y^3 + x^2y^2) \div (-6x^2y^2) =$ _____。

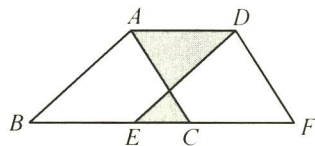
9 如果关于 x 的分式方程 $\frac{2x-m}{x+1} = 1$ 的解是负数,那么有理数 m 的取值范围是_____。

10 已知 $\frac{3x+4}{x^2-x-2} = \frac{A}{x-2} - \frac{B}{x+1}$,其中 A 、 B 为常数,那么 $4A - B$ 的值为_____。

11 如果关于 x 的多项式 $(x^2 + 2x + 4)(x + k)$ 展开后不含有一次项,那么 $k =$ _____。

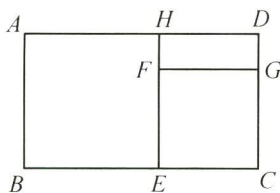
12 如果 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{3}{2}$, $ab = 2$,那么 $a - b$ 的值为_____。

13 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $AC = 3$ cm,将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 a cm ($a < 6$) 得到 $\triangle DEF$,连接 AD ,那么阴影部分的周长为_____ cm。



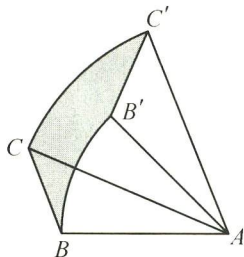
第 13 题图

14 如图,在长方形 $ABCD$ 中, $BC=a$, $AB=b$, $b < a < 2b$, 四边形 $ABEH$ 和四边形 $ECGF$ 都是正方形,如果该图形是一个轴对称图形,那么 a 、 b 满足的等量关系是_____。

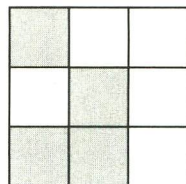


第 14 题图

15 如图所示,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $AB=3$, $AC=5$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转 α 度得到 $\triangle AB'C'$, 图中阴影部分的面积为 2π , 那么旋转角 α 为_____度。



第 15 题图



第 17 题图

16 如果存在一条直线把一个图形分割成两部分,使其中一部分沿某个方向平移后能与另一部分完全重合,那么我们把这个图形叫做平移重合图形。在①等腰梯形,②平行四边形,③圆这三个图形中,_____是平移重合图形(填序号)。

17 如图,在正方形方格中,阴影部分是 4 张小正方形纸片所形成的图案,如果只移动其中的一张纸片,使得到的新图案是一个轴对称图形的移法有_____种。

18 将 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 变形为 $ax^2 = -bx - c$, 就可以将关于 x 的二次多项式表示为 x 的一次多项式,从而 $ax^3 = ax^2 \cdot x = (-bx - c) \cdot x = \dots$, 我们将这种方法称为“降次法”。根据“降次法”,已知 $2x^2 - x - 2 = 0$, 那么 $2x^4 - 3x^3 + 3x^2$ 的值为_____。

三、简答题(第 19~24 题每题 5 分,第 25 题 6 分,共 36 分)

19 计算: $-1^{-2023} + (2023 - \pi)^0 - \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} + (-2)^3$ 。

20 计算: $\frac{x^{-1} - y^{-1}}{x^{-2} - y^{-2}} + y^2(x + y)^{-1}$ (结果不含负整数指数幂)。

21 因式分解： $a^3 - a^2b - 4a + 4b$ 。

22 因式分解： $a^2 - 2ab + b^2 - 3a + 3b + 2$ 。

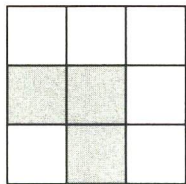
23 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2} + \frac{3}{2-x} = 1$ 的解是非负数，求 m 的取值范围。

24 先化简，再求值： $\left(x + 1 + \frac{8}{1-x}\right) \div \frac{x^2 + x - 6}{x-1}$ ，其中 $x = 2^{-1}$ 。

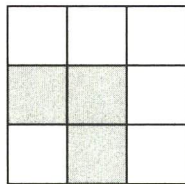
25 在现代医学中，呼吸机是一种能够挽救及延长病人生命的至关重要的医疗设备。某医院准备购进一批呼吸机，现有 A、B 两种品牌呼吸机可供选择。已知每台 A 品牌呼吸机比每台 B 品牌呼吸机的进价多 0.2 万元，用 20 万元购买 A 品牌呼吸机的数量和用 18 万元购买 B 品牌呼吸机的数量相同。求 A、B 两种品牌的呼吸机每台的进价各是多少万元。

四、解答题(第 26 题 8 分,第 27、28 题每题 10 分,共 28 分)

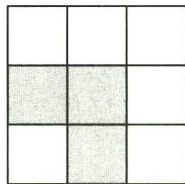
26 下列 3×3 网格图都是由 9 个相同的小正方形组成的,每个网格图中有 3 个小正方形已涂上颜色,请在余下的 6 个空白小正方形中,按下列要求涂上颜色,每一问只需画出一种符合条件的情形:



第 26 题图①



第 26 题图②

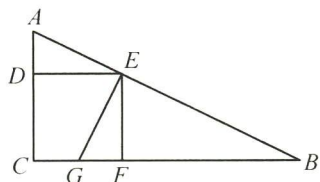


第 26 题图③

- (1) 在图①中选取 1 个空白小正方形涂上颜色,使 4 个涂色小正方形组成一个轴对称图形,但不是中心对称图形;
- (2) 在图②中选取 1 个空白小正方形涂上颜色,使 4 个涂色小正方形组成一个中心对称图形,但不是轴对称图形;
- (3) 在图③中选取 2 个空白小正方形涂上颜色,使 5 个涂色小正方形组成一个轴对称图形。

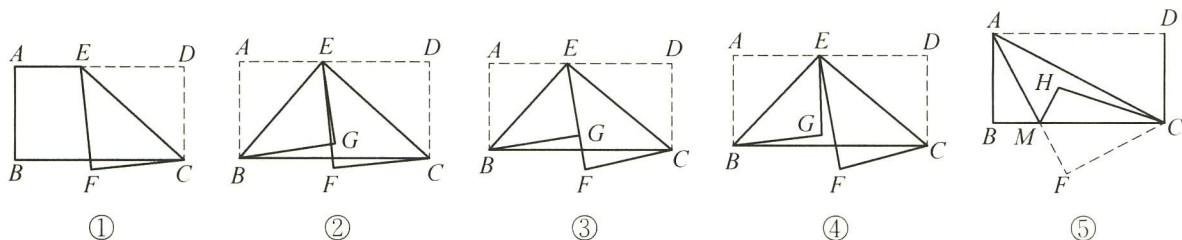
27 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 四边形 $DEFC$ 是边长为 4 的正方形,且点 D 、 E 、 F 分别在边 AC 、 AB 、 BC 上。把 $\triangle ADE$ 绕点 E 逆时针旋转一定的角度。

- (1) 当点 D 与点 F 重合时,点 A 的对应点 G 落在边 BC 上,此时四边形 $ACGE$ 的面积为 _____;
- (2) 在旋转过程中,点 A 经过的路径长为 l_1 ,点 D 经过的路径长为 l_2 ,当点 D 的对应点 D_1 落在线段 BE 上时, $l_1 : l_2 = 3 : 2$,求线段 AD_1 的长。



第 27 题图

28 小明同学喜欢玩折纸游戏,他在学习完角的知识后,发现折纸的过程中蕴含着丰富的数学知识,于是他找到若干张长方形纸片来研究折纸过程中角的变换。首先他在长方形纸片 $ABCD$ 的边 AD 上找到一点 E ,然后沿着 CE 进行的第一次折叠(如图①),使得点 D 落在点 F 处。



第 28 题图

- (1) 如图①,如果小明经过测量得到 $\angle DEC = 38^\circ$,那么 $\angle AEF =$ _____。
- (2) 第一次折叠后,小明继续对纸片进行折叠,他将纸片沿着 BE 进行第二次折叠(如图②),使得点 A 落在点 G 处,小明发现 $\angle BEC$ 的大小会随着点 E 的位置改变而发生改变:
- ① 如图③,点 A 经过折叠后刚好落在线段 EF 上,求此时 $\angle BEC$ 的度数;
- ② 如图④,小明经过测量得到 $\angle GEF = 10^\circ$,求出此时 $\angle BEC$ 的度数。
- (3) 小明继续研究折纸游戏,如图⑤,他将长方形纸片 $ABCD$ 沿对角线 AC 折叠后,点 D 落在点 F 处, AF 和 BC 交于点 M ,再将 $\triangle CFM$ 沿 CM 折叠后,点 F 落在点 H 处,此时 CH 将 $\angle ACB$ 分成的两个角满足 $\angle ACH : \angle BCH = 1 : 2$,求 $\angle ACB$ 的度数。



走出国门的中国品牌教辅



华东师范大学出版社

重大 荣誉

- 全国百佳图书出版单位
- 中国版权最具影响力企业
- 中国出版政府奖·先进出版单位
- 全国数字出版转型示范单位
- 先进高校出版社
- 上海文化企业十强
- 全国版权示范单位
- 上海市知识产权示范企业

重点 基地

- 国家新闻出版署出版融合发展重点实验室
- 上海学术·专业出版中心——教育学出版中心



华师教辅ECNUP



出版社公众号



华师社视听

ISBN 978-7-5760-4947-3



9 787576 049473 >

定价：40.00元

www.ecnupress.com.cn

第 10 章 整式的加减

10.1 整 式

① B ② C ③ A

④ 四;单 ⑤ -3 ;三 ⑥ π ;二 ⑦ $\frac{1}{2}x^2$; $-3x$; 2

⑧ 7; 3 ⑨ 6 ⑩ $-4048x^{2024}$

⑪ 36 ⑫ (1) $6ab$, $\frac{1}{2}ab$ 和 $-5\pi ab$; $3xy^2$ 和 $-\frac{4}{3}y^2x$ (2) 8 或 -8

⑬ 排序如下: $9x^4zy$, $8x^3y$, $7x^3z^2$, $\frac{1}{2}x^2yz$, $-3xy^2z$, xz^2y , $-\frac{1}{5}xyz$, $9y^3z$, zy^2 , $3z^3$, 0,

所以 $9y^3z$ 应排在第 8 位。

⑭ (1) 对角之和相等 (2) 设中间的数为 x , 9 个数之和为 $9x$ (3) 三

$a-1$	a
$a+6$	$a+7$

10.2 (1) 合并同类项 (1)

① D ② C ③ B

④ 3 ⑤ 1 ⑥ $-2x$ ⑦ $x^2 - 0.3x$ ⑧ $\frac{7}{2}x^2 - \frac{5}{3}xy^2 - 1$

⑨ $8x^7y^5$ ⑩ $20 - \frac{1}{2}k$

⑪ $3x^2 - 6xy$; 15 ⑫ $m = -5$, $k = 2$, $m^k = 25$

⑬ 是。设两位数的十位上的数字为 a , 个位上的数字为 b , 那么两位数为 $10a + b$, 交换位置后的两位数为 $10b + a$, 它们的和 $(10a + b) + (10b + a) = 11(a + b)$ 是 11 的倍数。

⑭ (1) $28y + 2x$ (2) 1920 元

10.2 (2) 合并同类项 (2)

① C ② B ③ C

④ $-2n^2 + \frac{1}{3}mn^4 + \frac{1}{4}m^2 + m^3n$ ⑤ $\frac{1}{3}mm^4 - 2n^2 + m^3n + \frac{1}{4}m^2$ ⑥ 五;四; $-3x^2y^3$, $4x^5$

⑦ 2 或 3 ⑧ 1 或 2 ⑨ 6 ⑩ 4 或 5

⑪ $6x^2 - 2xy + 8y^2$; $x = 3$, $y = \frac{1}{2}$, 该代数式的值为 53 ⑫ (1) $a = 2$, $-3x - 5$ (2) $a =$

$-3, -5x^2 - 3x$ (3) $a \neq 2$

13 30 cm 14 (1) $-2(a-b)^2$ (2) 6 (3) 8

习题 10.1—10.2

1 C 2 C 3 D

4 4 5 4 6 0 7 -32 8 $16x^3 - 9x^2 - 5$ 9 27 10 1

11 $x=3, y=-2$, 化简得 $-\frac{3}{2}x^2y - \frac{5}{2}xy^2 + \frac{5}{6}xy$, -8 12 (1) $3x^4 + 4x + 2$ (2) 58

13 $10x^2 + 102x - 1; 111, 243, 395$ 14 (1) $\frac{1}{8}\pi b^2$ (2) $3b - \frac{1}{8}\pi b^2$ (3) $\frac{11}{6}$

10.3 (1) 整式的加减 (1)

1 D 2 D 3 A

4 $x + 2y - 3a + 4b$ 5 $-x - 2y - 3a - 4b$ 6 $3a - 4b - x$ 7 $4x - 13y$

8 -26 9 五;五 10 0

11 化简得 $-8xy$, -12 12 $-5x + 1$ 13 (1) $a = -2, b = 2$ (2) 化简得 $a^2 - 3ab$, 16

14 (1) $x + 5$ (2) $x = 1$ (3) 3

10.3 (2) 整式的加减 (2)

1 B 2 B 3 C

4 $b^2 - b$ 5 $3x^3 - 8x^2$ 6 $17x^3 - 8x^2$ 7 $8a + 6b$ 8 6 9 $21x - 80$ 10 -4

11 $-xy + 8yz - 4zx$ 12 $-x^2 + \frac{5}{3}xy - \frac{1}{4}y^2$

13 (1) $2xy + 4x - 8$ (2) $y = \frac{2}{3}$ (3) $y = -2$

14 (1) 9 (2) 9832

习题 10.3

1 D 2 A 3 D

4 $-\frac{1}{3}a + b$ 5 $2.1x - 0.6y$ 6 $x^2 + 8x - 10$ 7 $<$

8 $2x - 2y$ 9 $7m + 4n$ 10 n

11 $5x^2y + 6xy - 5; x = -1, y = 2$, 代数式的值为 -7 12 (1) $4xy + 4y - x$ (2) 1

13 (1) $-2x^2 + 6$ (2) 5

14 (1) $875 = 10 \times 87 + 5, M(875) = 87 - 2 \times 5$

(2) $\overline{abc} = 100a + 10b + c = 10(10a + b) + c = 10\overline{ab} + c$, 又 $\therefore M(\overline{abc}) = \overline{ab} - 2c$,

$\therefore \overline{2abc} = 20\overline{ab} + 2c = 21\overline{ab} - (\overline{ab} - 2c) = 21\overline{ab} - M(\overline{abc})$, 因此 $M(\overline{abc})$ 是 7 的倍数时, \overline{abc} 也是 7 的倍数。

单元练习十

- ① D ② D ③ D ④ B ⑤ C ⑥ B
- ⑦ $-\frac{1}{3}$ ⑧ 5 ⑨ 如 ab^2 (答案不唯一) ⑩ 5 ⑪ $-14x + 2y$ ⑫ -1
- ⑬ $3x^4 + \frac{1}{2}x^3y + 5x^2y^3 - 2xy^2 - x$ ⑭ -2 ⑮ 1 ⑯ -2 ⑰ 5
- ⑱ $8bc - 7$ ⑲ $31, (5n + 1)$ ⑳ $6a$
- ㉑ $x^2y - xy$ ㉒ $2a^2 - \frac{2}{3}b^2, -4$ ㉓ 化简得 $x^2 + 4xy - y^2, -\frac{11}{4}$
- ㉔ 化简得 $2xy, x = -2, y = \frac{1}{2}; -2$ ㉕ (1) $k = -3, k^2 + 2k + 1 = 4$ (2) -3 或 0
- ㉖ (1) 3 (2) 1 ㉗ (1) $-x^2 + 8xy - 7y - 9, -40$ (2) 1 ㉘ 8 或 -2 [提示: 当 $m = 0$ 时, $n = 2$, 原式值为 -2 ; 当 $m \neq 0$ 时, $n = 4$, 原式值为 8 .]
- ㉙ (1) $-1, x - 3$
- (2) a 与 b 不是关于 1 的平衡数, 理由如下:
 $a = 2x^2 - 3(x^2 + x) + 4 = 2x^2 - 3x^2 - 3x + 4 = -x^2 - 3x + 4,$
 $b = 2x - [3x - (4x + x^2) - 2] = 2x - 3x + (4x + x^2) + 2 = x^2 + 3x + 2,$
 $a + b = -x^2 - 3x + 4 + (x^2 + 3x + 2) = 6,$
- 所以 a 与 b 不是关于 1 的平衡数。
- ㉚ (1) $S_{\text{阴}} = ab - 9; 9$
- (2) $S_{\text{阴}} = ab - 2a - 3; 6$
- (3) 周长差 $= 2[(a - 3) + (b - 1)] - 2[(a - 3) + (b - 3)]$
 $= 2(a + b - 4) - 2(a + b - 6)$
 $= 4$

第 11 章 整式的乘除

11.1 (1) 同底数幂的乘法

- ① B ② C ③ B
- ④ 2^{12} ⑤ $(b - a)^{21}$ ⑥ 2^{2n+3} ⑦ 7 ⑧ 2^{99} ⑨ 0 ⑩ $a + b + 1 = c$
- ⑪ $a^9 - 3a^7$ ⑫ x^9 ⑬ $a^y = 7; a^x + a^y = 12$ ⑭ $a = 2, b = 3; a^a b^b = 108$

11.1 (2) 幂的乘方

- 1 D 2 B 3 D
 4 a^{36} 5 a^{12} 6 a^{30} 7 4 8 75 9 36 10 $<$
 11 $-x^{12} + 2x^6$ 12 $-(a-b)^{8m+5}$ 13 11
 14 (1) $2^{12}; 2^{12}; x^{10}; x^{10}; 2^{12}; 2^{12}; (a+b)^{15}; (a+b)^{15}$ (2) $(a^m)^n = (a^n)^m$ (3) 8

11.1 (3) 积的乘方

- 1 C 2 A 3 B
 4 $2ab^3$ 5 $-\frac{27}{64}a^6b^9$ 6 36 7 $36x^6$ 8 $a^{2mn}b^m$ 9 20 10 $c = a^2b$
 11 $-12x^5y^9$ 12 $35^{35} = (5 \times 7)^{35} = 5^{35} \times 7^{35} = (5^7)^5 \times (7^5)^7 = a^5b^7$ 13 7
 14 (1) ① 1; ② $\frac{25}{72}$ (2) $n = 4$

11.1 (4) 整式的乘法 (1)

- 1 C 2 B 3 D
 4 $3a^3b^4$ 5 $-4a^3b^2 + a^2b - 2ab^3$ 6 1.6×10^9 7 $-x^6y^6$ 8 -4
 9 $2(x+y)^{10} - 3(x+y)^{n+2}(x-y)^n$ 10 $2xy^3; -6x^2$
 11 $-\frac{25}{2}x^{20}y^{20}$ 12 $-6a^3b + 3a^2b^2; 9$ 13 -7 (提示:先得出 $-m+n=5, mn=-6$)
 14 -78

11.1 (5) 整式的乘法 (2)

- 1 D 2 B 3 A
 4 $ab - 4a + 3b - 12$ 5 $6x^2 + 5xy - 6y^2$ 6 7 7 13 8 0.5
 9 144 10 -1
 11 (1) $2x^2 - 3x + 1$ (2) $x^3 - 8$ (3) $x^2 + y^2 + 2xy - 4x - 4y + 4$ 12 1
 13 (1) $a = 3, b = -2$ (2) $6x^2 + 5x - 6$
 14 (1) $x^2 + 5x + 6; x^2 + 3x - 4; x^2 - 5x + 6$ (2) $a + b; ab$ (3) $x^2 + (-2+n)x - 2n$

习题 11.1

- 1 A 2 C 3 A
 4 $-15a^5b^5$ 5 6 6 11 7 24 8 $-(a-b)^{m+10}$ 9 1 10 -7
 11 (1) $-8a^3b^2 + 4a^2$ (2) $-16x^6$ (3) $4x^4 - 2x^3 + 8x^2$ (4) $-3x^2 + 4x + 13$

12 $x = -2$

13 $m = 6, n = 3$ 14 (1) $a^2 - ab + b^2; b^3$ (2) $-2xy^2 - 9y^3$

11.2 (1) 乘法公式 (1) ——平方差公式

1 B 2 A 3 B

4 $9m^2 - 16$ 5 $9 - 4m^2$ 6 $-5b - 2a$ 7 15 8 25 9 -3.75 10 5

11 (1) $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ (2) $a^2 - 4b^2 - 9c^2 + 12bc$ 12 $256a^8 - 1$

13 比原来小 36 平方米 14 (1) $x^8 - 1$ (2) $x^n - 1$

(3) 原式 $= (2-1)(2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{38} + 2^{39}) = 2^{40} - 1$

11.2 (2) 乘法公式 (2) ——完全平方公式

1 B 2 D 3 D

4 $9m^2 - 12m + 4$ 5 ± 2 6 $2m$ (答案不唯一) 7 6 8 11 9 49 10 1.5

11 (1) $4a^2 - b^2 + 6bc - 9c^2$ (2) $a^2 + 4b^2 + 9c^2 - 4ab - 12bc + 6ac$

12 (1) 5 (2) 1 (3) 10

13 $4x, -4x, 4x^4, -1, -4x^2$ (写其中任意的 3 个即可) 14 (1) $S_1 = a^2 + 2b^2, S_2 = 2ab -$

b^2 (2) 44, 20

11.2 (3) 乘法公式 (3)

1 C 2 B 3 C

4 $1 - a^4$ 5 $9x^2 - 4y^2$ 6 $24xy$ 7 3599.99 8 102.01 9 18 或 -14 10 4

11 (1) $-6b^2 - 11c^2 + 16bc + 16$ (2) 1 12 0 13 25 平方米

14 (1) $\frac{49}{50}, \frac{51}{50}, \frac{99}{100}, \frac{101}{100}$ (2) $\frac{101}{200}$

11.2 (4) 乘法公式 (4)

1 D 2 A 3 B

4 $-a^2 - 2ab - b^2$ 5 $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$ 6 25 7 16 8 ± 12

9 14 10 173

11 (1) -4 (2) 99999919 12 (1) 7 (2) 64

13 两个连续奇数可表示为 $2n+1$ 与 $2n-1$, 其中 n 为整数, $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = (2n+1+2n-1)(2n+1-2n+1) = 4n \times 2 = 8n$, 所以两个连续奇数的平方差是 8 的倍数。

14 (1) ① $a^n - b^n$ ② $2^3 - 1$ ③ $2^n - 1$ (2) 5 (3) 原式 $= \frac{2^{10} + 2}{3} = 342$

习题 11.2

1 B 2 A 3 C

4 $4a^2 - b^2$ 5 $4a^2 - 16ab + 16b^2$ 6 $899\frac{5}{9}$ 7 $\frac{9}{4}$ 8 14 9 $\frac{2^{16} - 1}{3}$ 10 6

11 (1) $8x^2 - 12y^2$ (2) 1 12 7 13 (1) 3 (2) -30

14 (1) 5 (2) $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$; 14 (3) 18

11.3 (1) 同底数幂的除法

1 B 2 C 3 B

4 m^4 5 a^6 6 -2 7 $8a^3$ 8 $-y$ 9 1 10 27

11 $-m^2 + 2mn - n^2$ 12 (1) 100 (2) $c = a + 2b$ 13 4

14 9

11.3 (2) 单项式除以单项式

1 A 2 B 3 B

4 $3m^4$ 5 $2xy$ 6 2×10^4 7 $-4a^2$ 8 a^m 9 25 10 $4; \frac{3}{2}$

11 $8x$ 12 $-4x^2z$ 13 $-\frac{4}{3}x^5$ 14 $a = 3, b = 2, m = \frac{1}{2}$

11.3 (3) 整式除以单项式

1 A 2 C 3 A

4 $4a^3 + 3$ 5 $-14m^2 + 7m - 1$ 6 $2(x - y)^3 - 3(x - y)^2$ 7 $-3x^2y + 2x - y$

8 $-5x - 3x^2y + 4x^3$ 9 $-\frac{5}{2}$ 10 $2x^3 + x^2 + 2x$

11 $4a^2bc^3 - 2a + b$ 12 $-2x^2y^2 - \frac{1}{12}x + \frac{5}{2}xy$ 13 $x^2 - 2x - \frac{1}{2}$

14 (1) $x + 2; x + 3; -2$ 或 -3 (2) -5

习题 11.3

1 C 2 B 3 C

4 m^4 5 $4x$ 6 $\frac{1}{2}x^2 - x$ 7 $\frac{5}{2}$ 8 6

9 $4a^2b^2$ 10 $6x^2y^2 + 2x$

11 原式 = $2ab + 2, -2$ 12 $-3y^3 + 4x^2 - 4xy$ 13 -4

14 $\frac{1}{6}; \frac{3}{8}$; 错误; 倒数; $(16x^3 - 8x^2 + 4x) \div 2x = 8x^2 - 4x + 2; \frac{1}{8x^2 - 4x + 2}$

单元练习十一

- 1 C 2 D 3 D 4 A 5 C 6 D
 7 $4m^4$ 8 $-6x^3y + 3x^2y$ 9 $4 - 12a + 9a^2$ 10 $1 - 16a^4$ 11 -1 或 -3 或 0 12 45
 13 $<$ 14 17 15 $m^2 - 4$ 16 -6 17 20 18 -3 19 9 20 $\frac{1}{2}$
 21 $-12a^6$ 22 $-2a^2 + 13ab + 11b^2$ 23 $2m$ 24 $3m^2 - 4mn + 1$
 25 原式 $= 3y^2 - x^2$, 11 26 15 27 $a = 2, -a^{100} + 2^{101} = 2^{100}$ 28 (1) 2 (2) 3
 29 (1) $4a^2 - 4ab$ (2) 60 平方米
 30 (1) 能。理由如下: (2) $a = -12, b = 6, \frac{a}{b} = -2$

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x - 3 \\ x + 1 \overline{) x^3 - x^2 - 5x - 3} \\ \underline{x^3 + x^2} \\ -2x^2 - 5x \\ \underline{-2x^2 - 2x} \\ -3x - 3 \\ \underline{-3x - 3} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 5x - 3 \\ x^2 + x - 2 \overline{) 2x^4 - 3x^3 + ax^2 + 7x + b} \\ \underline{2x^4 + 2x^3 - 4x^2} \\ -5x^3 + (a+4)x^2 + 7x \\ \underline{-5x^3 - 5x^2} \\ (a+9)x^2 - 3x + b \\ \underline{-3x^2 - 3x + 6} \\ 0 \end{array}$$

第 12 章 因式分解

12.1 因式分解

- 1 D 2 C 3 C
 4 $2x^2y - 4xy^2; 2xy(x - 2y)$ 5 $ab - 5a + 3b - 15; (a + 3)(b - 5)$ 6 $9a^2 - 25;$
 $(3a + 5)(3a - 5)$ 7 $x^2 - 4xy + 4y^2; (x - 2y)^2$ 8 4 9 -64
 10 (1) 错误, $-3ab^3 + 2a^2b^2 - ab = -ab(3b^2 - 2ab + 1)$ (2) 错误, $-16 + 25x^2 = -(16 - 25x^2) = -(4 + 5x)(4 - 5x)$
 11 $m = 2, n = -1, m - n = 3$

12 (1) $a(a + b)$ (2)

C	B	B
A	C	C

 $(a + 2b)(a + b)$

(3) 用 4 张 C 型卡片时, $a^2 + 4ab + 4b^2 = (a + 2b)^2$

C	B	B
C	B	B
A	C	C

用 5 张 C 型卡片时, $a^2 + 5ab + 4b^2 = (a + 4b)(a + b)$

C	B	B	B	B
A	C	C	C	C

12.2 (1) 因式分解的方法 (1) ——提取公因式法

- ① D ② C ③ D
 ④ $x - 2y + 1$ ⑤ $-2xy$ ⑥ $m - n$ ⑦ $a - b - 2$ ⑧ $2b(x - y + z)(2 - 5b)$ ⑨ 48
 ⑩ $3a(3a - 2b + 1)$ ⑪ $3(x - 3)^2$ ⑫ 错误, $(x - y)^2(3x - 3y - 1)$ ⑬ 1
 ⑭ (1) 提取公因式法; 两 (2) 2024 ; $(1 + x)^{2025}$ (3) 原式 $= (1 + x)^{n+1}$

12.2 (2) 因式分解的方法 (2) ——平方差公式法

- ① A ② C ③ B
 ④ $(x + 3)(x - 3)$ ⑤ $(8 + a)(8 - a)$ ⑥ $(0.5y + 0.4x)(0.5y - 0.4x)$ ⑦ $3x(x + 3)(x - 3)$ ⑧ $2x^2 - y + z$ ⑨ $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$ ⑩ 65, 63
 ⑪ $2x(1 + 2x)(1 - 2x)$ ⑫ $3(2a + b)(2a - b)$
 ⑬ 答案不唯一, 例如选 $81a^4$ 、 $16b^4$, 那么 $81a^4 - 16b^4 = (9a^2 + 4b^2)(3a + 2b)(3a - 2b)$
 ⑭ (1) $28 = 2 \times 14 = (8 - 6)(8 + 6) = 8^2 - 6^2$, $2012 = 2 \times 1006 = (504 - 502)(504 + 502) = 504^2 - 502^2$, 所以 28 和 2012 是神秘数。 (2) 是, 理由: $(2k + 2)^2 - (2k)^2 = 4(2k + 1)$, 所以由这两个连续偶数构造的神秘数是 4 的倍数。 (3) 由(2)知神秘数可以表示为 $4(2k + 1)$, 因为 k 为非负整数, 所以 $2k + 1$ 是奇数, 因此神秘数是 4 的倍数, 但不是 8 的倍数, 设两个连续的奇数为 $2n + 1$ 和 $2n - 1$, 则 $(2n + 1)^2 - (2n - 1)^2 = 8n$, 即两个连续奇数的平方差是 8 的倍数, 所以两个连续奇数的平方差不是神秘数。

12.2 (3) 因式分解的方法 (3) ——完全平方公式法

- ① C ② D ③ B
 ④ $(x + \frac{1}{2})^2$ ⑤ $(2x - 1)^2$ ⑥ $(xy - 3)^2$ ⑦ $(x + y - 4)^2$ ⑧ $(x + 1)^4$ ⑨ ± 40
 ⑩ $(a - 2)(a - 6)$ ⑪ $(2x - y)^2$ ⑫ $(a - b - c)^2$ ⑬ $2a(x + 2)^2(x - 2)^2$
 ⑭ 答案不唯一, 如 $(y^2 + 2xy) + x^2 = (x + y)^2$ 或 $x^2 + 2xy - (y^2 + 2xy) = x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$
 ⑮ (1) $(x + 2)^2$; $(4x + 1)^2$; $(3x - 2)^2$ (2) ① $b^2 = 4ac$ ② 因为多项式 $x^2 - 2(m - 3)x + (10 - 6m)$ 是一个完全平方式, 所以 $[-2(m - 3)]^2 = 4 \times 1 \times (10 - 6m)$, 解得 $m = \pm 1$ 。

12.2 (4) 因式分解的方法 (4) ——十字相乘法

- ① A ② A ③ D

4 $(x+4)(x-3)$ 5 $(x-2)(x-3)$ 6 $(x-4)(x-6)$ 7 $(x-y)(x-7y)$

8 $2(xy-2)(xy-5)$ 9 10; 2 10 12

11 $(x-3)(x-4)$ 12 $(ab-9c)(ab+4c)$ 13 $(x-y+10)(x-y-5)$

14 $(ab+5)(5ab-2)$ 15 (1) $2a^2+5ab+2b^2=(2a+b)(a+2b)$ (2) 30 (3) 由题意可知长方形的面积为 $2a^2+7ab+6b^2$, 因式分解 $2a^2+7ab+6b^2=(2a+3b)(a+2b)$, 可知长方形的边长为 $2a+3b$ 、 $a+2b$, 所以长方形的周长为 $6a+10b$ 。

12.2 (5) 因式分解的方法 (5) —— 分组分解

1 B 2 C

3 $ab+b^2; a+b; b-c$ 4 $ax-b; ax-b; x+1$

5 $2ax-ay; 4bx-2by; 2x-y; a+2b$ 或 $2ax+4bx; -ay-2by; a+2b; 2x-y$

6 $x^2; a^2+2ab+b^2; x+a+b; x-a-b$

7 $(x+a)(x-a-b)$ 8 18

9 $(a+b)(3x+4y)$ 10 $(x-y+a)(x-y-a)$

11 $(x-3)(7x+y)$ 12 $(2a-b+4)(2a-b-4)$

13 $(x-2y-3)(x-2y+1)$ 14 $a^5-1=a^5-a^4+a^4-a^3+a^3-a^2+a^2-a+a-1=a^4(a-1)+a^3(a-1)+a^2(a-1)+a(a-1)+(a-1)=(a-1)(a^4+a^3+a^2+a+1)$

习题 12.1—12.2

1 D 2 C 3 C

4 $(x-6)(x+2)$ 5 $-3(m-2)^2$ 6 $(a+3)(a-3)(a+b)$ 7 16 8 960000

9 $n(n+1)+n+1=(n+1)^2$ 10 96

11 $(b+2a-1)(b-2a+1)$ 12 $(x+y)^2(x-y)^2$

13 (1) ①; 第一步未将负号提取出来; 错误; 分解不彻底 (2) $4x(1-2x)(1+2x)$

14 (1) C (2) 没完成, 正确答案: $(x-2)^4$ (3) 设 $x^2+4x=y$, 原式 $=y^2-8(y+6)=y^2-8y-48=(y-12)(y+4)=(x^2+4x-12)(x^2+4x+4)=(x+6)(x-2)(x+2)^2$

单元练习十二

1 B 2 D 3 A 4 A 5 D 6 A

7 $3xy(4z-3xy)$ 8 $3(x+3)(x-3)$ 9 $(x+7)(x-3)$ 10 $(2x+5y)^2$

11 $(m-n)(x-y)^2$ 12 $(x+y)(x-1)$ 13 0 14 1 15 ± 24 16 $4x-8y$

17 $(x+3)^2$

18 (1) 2 (2) -3

19 $(x-6)(x+1)$ 20 $(x+2-y)(x-2+y)$ 21 $(x-y)(3x-3y-1)^2$

- 22 $(x+3)(x-2)(x+2)(x-1)$ 23 $(a^2+1)^2(a+1)^2(a-1)^2$ 24 1
- 25 $A+B=6a^2+12ab+6b^2=6(a+b)^2$ 或 $A-B=2a^2-2b^2=2(a+b)(a-b)$
- 26 $x=2, y=3$ 27 (1) -2 (2) $-4x^2+12x-9, -(2x-3)^2$
- 28 (1) 由题意可知 $x=3$ 能使多项式 $x^2+kx+12$ 的值为 0, 把 $x=3$ 代入 $x^2+kx+12$, 得 $k=-7$
- (2) 由题意可知 $x=3$ 和 $x=4$ 使多项式 $x^3+mx^2+12x+n$ 的值为 0, 分别代入, 得 $9m+n=-63$ 且 $16m+n=-112$, 解得 $m=-7, n=0$
- (3) $x^3+mx^2+12x+n=x^3-7x^2+12x=x(x-3)(x-4)$

第 13 章 分式

13.1 (1) 分式的意义

- 1 C 2 C 3 B 4 A
- 5 $\frac{a^2+b^2}{a}$ 6 $\frac{5}{4}$ 7 $x \neq 3$ 且 $x \neq 4$ 且 $x \neq -5$ 8 $\frac{2ab}{a+b}$ 9 $\frac{3}{4}$ 10 -1
- 11 答案不唯一, $\frac{5}{x^2+1}$
- 12 $\frac{3}{19}$ 13 $x=\frac{3}{2}$ 14 $m=-8, 2, 4, 10$ [提示: $\frac{2m+7}{m-1}=2+\frac{9}{m-1}$]
- 15 (1) $\frac{6}{11}$ (2) $b=2a$

13.1 (2) 分式的基本性质

- 1 D 2 A 3 B 4 A
- 5 (1) $2x$ (2) $2x^2$ (3) $a+2b$ (4) $a+b$ (5) $3x-y; 3x^2+xy$ 6 $-\frac{a+1}{a-1}$ 7 1
- 8 3 或 4 9 0 10 ③
- 11 (1) $-3yz^{10}$ (2) $\frac{a+7}{a-3}$ (3) $\frac{a}{a^n+b^n}$ (4) $\frac{x-y}{x+y}$ (5) $\frac{a+b-c}{a-b-c}$
- 12 赞同小丽的观点, 因为当 $x=-2$ 时, 分式 $\frac{x+2}{x^2-4}$ 无意义。
- 13 (1) 甲: $(xy+20x)\text{cm}^2$; 乙: $(20x+20y)\text{cm}^2$; 丙: $(xy+20y)\text{cm}^2$;
- (2) $27\,000\text{cm}^3$ [提示: 由题意得 $\begin{cases} xy+20x-(xy+20y)=300, \\ 20(x+y)=1500, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=45, \\ y=30. \end{cases}$ 所以木箱的
- 体积 $V=45 \times 30 \times 20=27\,000(\text{cm}^3)$ 。]
- (3) 20 [提示: 由题意得 $\frac{2xy+40(x+y)}{100(x+y)}=80\%$, 化简得 $xy=20(x+y)$, 所以 $\frac{xy}{x+y}=20$ 。]

习题 13.1

① D ② B ③ A ④ B

⑤ $\frac{2}{3}$ ⑥ $\frac{x-3}{x-4}$ ⑦ $\frac{17}{4}$ ⑧ $\frac{4a-5b}{2a+3b}$ ⑨ -6 ⑩ $-\frac{b^{6071}}{a^{2024}}$

⑪ 答案不唯一,如 $\frac{2x-y}{y}$, $\frac{2x-y}{2x+y}$, $\frac{y}{2x+y}$ 等 ⑫ $a \neq 0$ 且 $a \neq -\frac{1}{5}$

⑬ -4 [提示: $\frac{x^2-x}{x+1} = \frac{x^2+2x+1-3x-3+2}{x+1} = x+1-3+\frac{2}{x+1} = x-2+\frac{2}{x+1}$, 由题意得 $x+1$ 可以取 $\pm 1, \pm 2$, 故 $x = -3, -2, 0, 1$]

⑭ (1) 当 $ab=1$ 时, $M = \frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} = \frac{ab}{ab+a} + \frac{ab}{ab+b} = \frac{b}{b+1} + \frac{a}{a+1} = N$

(2) $MN = \left(\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b}\right) \cdot \left(\frac{b}{b+1} + \frac{a}{a+1}\right) = \frac{a}{(a+1)^2} + \frac{a+b}{(a+1)(b+1)} + \frac{b}{(b+1)^2}$, 因为 $a+b=0$, 所以 $MN = \frac{a}{(a+1)^2} + \frac{b}{(b+1)^2} = \frac{4ab}{(a+1)^2(b+1)^2}$. 因为 $a \neq -1, b \neq -1$, 所以 $(a+1)^2(b+1)^2 > 0$, 因为 $a+b=0$, 所以 $ab \leq 0$, 所以 $MN \leq 0$

13.2 (1) 分式的乘除

① C ② B ③ D ④ D

⑤ $\frac{9a^2x^6}{16p^2m^6}$ ⑥ $-\frac{a-1}{a^2+a}$ ⑦ $\frac{15ab}{a+b}$ ⑧ $\frac{2a+2b}{3a-3b}$ ⑨ $\frac{1}{19}$ ⑩ $\frac{1}{5}$

⑪ $\frac{1}{xy}$ ⑫ $-\frac{1}{2x-4}$ ⑬ $-x-3, -1$

⑭ 错误。代数式的乘除法应该从左到右依次运算, $a^2 \div b \cdot \frac{1}{b} \div c \cdot \frac{1}{c} \div d \cdot \frac{1}{d} = a^2 \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{b} \cdot$

$\frac{1}{c} \cdot \frac{1}{c} \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{d} = \frac{a^2}{b^2c^2d^2}$.

⑮ 由 $\frac{x^2+x+1}{x} = a$, 得 $x + \frac{1}{x} = a-1$, 由此可得 $\frac{x^4+x^2+1}{x^2} = x^2 + \frac{1}{x^2} + 1 = (a-1)^2 - 2 +$

$1 = a^2 - 2a$, 所以 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1} = \frac{1}{a^2-2a}$.

13.2 (2) 分式的加减

① B ② C ③ C ④ B

⑤ $x+y$ ⑥ $\frac{2b}{4a^2-b^2}$ ⑦ $\frac{y^2}{x+y}$ ⑧ $\frac{5}{2}$ 或 2 ⑨ 15 ⑩ $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}$

11 $\frac{x+1}{x-2}$ 12 $-\frac{x-5}{2x-6}$ 13 $\frac{2y}{y+1}$ 14 $\frac{a+2}{a-2}, -2$

15 (1) $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}, 1$ (2) 1, 证明: $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x}{x+1} + \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}+1} = \frac{x}{x+1} + \frac{1}{1+x} = \frac{x+1}{x+1} = 1$

(3) 2023 $\frac{1}{2}$ [提示: 由(2)得 $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$, 即 $f(2) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 1; \dots; f(2024) + f\left(\frac{1}{2024}\right) = 1$, 共有 2023 对, 又 $f(1) = \frac{1}{2}$]

13.2 (3) 整数指数幂

1 C 2 D 3 D

4 (1) $3x^{-2}y^{-3}$ (2) $2^{-1}x^{-3}(y+1)$ (3) $4^{-1}(x-y)^3(x+y)^{-5}$ (4) $x^{-5}y^{-1}(2x-y)$

5 (1) $\frac{5}{x^2}$ (2) $\frac{a^3b^5x}{45y^4}$ (3) xy (4) $-\frac{3xy^2}{(x+y)^2}$

6 2 7 b 8 $\frac{y-x}{x+y}$ 9 1 10 1 11 $\frac{63}{4}$ 12 -6 13 0 14 $\frac{x+y^5}{y^3}$

15 (1) $\frac{3-3^{-2024}}{2}$ [提示: 设 $M=1+3^{-1}+3^{-2}+\dots+3^{-2024}$, 那么 $3M=3+1+3^{-1}+\dots+3^{-2023}$,

两式相减得 $2M=3-3^{-2024}$, 即 $M=\frac{3-3^{-2024}}{2}$, 所以原式 $=\frac{3-3^{-2024}}{2}$ 。] (2) $\frac{3-3^{-n}}{2}$ [提示:

设 $N=1+3^{-1}+3^{-2}+\dots+3^{-n}$, 那么 $3N=3+1+3^{-1}+\dots+3^{-n+1}$, 两式相减得 $2N=3-3^{-n}$,

即 $N=\frac{3-3^{-n}}{2}$, 所以原式 $=\frac{3-3^{-n}}{2}$ 。]

习题 13.2

1 A 2 D 3 C 4 C

5 $\frac{9a^2}{4b^2c^4}$ 6 5 7 $\frac{a^2+1}{a^2-a}$ 8 $\frac{(x-y)^2}{x+y}$ 9 5、1、4、2 10 $\frac{-a^2}{a+1}$ 11 $\frac{y}{x}$

12 $\frac{1}{a^2+2a}, 1$

13 $A=-2, B=4, C=4$ [提示: $\frac{6x^2+2x+4}{x(x-1)(x+2)} = \frac{(A+B+C)x^2+(A+2B-C)x-2A}{x(x-1)(x+2)}$,

$$\begin{cases} A+B+C=6, \\ A+2B-C=2, \\ -2A=4, \end{cases} \text{得} \begin{cases} A=-2, \\ B=4, \\ C=4. \end{cases}$$

14 (1) ②③ (2) 因为 $ab=1$, 所以 $\frac{3a^2}{a^2+b} = \frac{3a^2b}{a^2b+b^2} = \frac{3a}{a+b^2}$, 所以 $\frac{3a}{a+b^2} - \frac{a-2b^2}{a+b^2} =$

$\frac{2(a+b^2)}{a+b^2}=2$, 得证。 (3) 由题意, 得 $\left| \frac{3a^2}{a^2-4b^2} - \frac{a}{a+2b} \right| = 2$, 整理, 得 $\frac{2a^2+2ab}{a^2-4b^2} = \pm 2$, 得

$a = -4b$ 或 $ab = 4b^2 - 2a^2$, 代入 $\frac{a^2-2b^2}{ab}$, 得 $-\frac{7}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}$ 。

13.3 (1) 分式方程 (1)

① B ② D ③ A ④ D

⑤ 1 ⑥ $-\frac{25}{6}$ ⑦ 1 ⑧ $\frac{5}{6}$ ⑨ $x = \frac{13}{8}$ ⑩ 步骤 1: $2x + 2 - (x - 3) = 6x$, 步骤 2:

$2x + 2 - x + 3 = 6x$, 步骤 3: $2x - x - 6x = -2 - 3$, 步骤 4: $-5x = -5$, 步骤 5: $x = 1$ 。经

检验 $x = 1$ 是原方程的解。步骤 6: 原方程的解是 $x = 1$ 。⑪ $x = 12$ ⑫ $k = \pm 1$

⑬ $x = -\frac{9}{2}$ [提示: $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7}$ 。]

⑭ (1) 小聪, 由于 $x = 4$ 为原方程的增根, 则 $x = a + 4 \neq 4$, 解得 $a \neq 0$, 故 a 的取值范围是 $a > -4$ 且 $a \neq 0$ 。

(2) ① $m \leq 5$ 且 $m \neq 3$ ② $n = 1$ 或 $n = \frac{5}{3}$ [提示: 原方程化为整式方程 $(n-1)x = 2$ 后, 此整式方程可以无解或解得 $x = 3$ 。]

13.3 (2) 分式方程 (2)

① B ② B ③ C ④ $\frac{90}{30+x} = \frac{60}{30-x}$ ⑤ 80%

⑥ (1) 甲队每天修路 x 米, 甲或乙队完成修路需要 y 天 (2) 如选冰冰, 等量关系: 甲队修路 400 米等于乙队修路 600 米所用时间。如选庆庆, 等量关系: 乙队每天修路的距离等于甲队每天修路的距离加 20 米。

(3) 40 米

⑦ 45 千米/时 [提示: “甲比乙晚出发 30 分钟, 结果乙比甲晚到 30 分钟”相当于两人同时出发, 乙比甲晚到 1 个小时。]

⑧ (1) 30 天, 60 天 [提示: 设甲队单独完成这项工程需要 x 天, 那么乙队单独完成这项工程需要 $2x$ 天。由题意知 $\frac{9+14}{x} + \frac{14}{2x} = 1$, 解得 $x = 30$, 经检验: $x = 30$ 是原方程的解且符合题意。

所以甲队单独完成这项工程需要 30 天, 乙队单独完成这项工程需要 60 天。] (2) 不够用, 需

要追加预算 1000 元 [提示: $\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{60}} \times (3000 + 1600) - 91000 = 1000$ (元)。]

⑨ 40 元 [提示: 设乙的进价为每件 x 元, 乙的数量为 $\frac{3200}{x}$ 件, 则甲的进价为每件 $1.5x$ 元,

甲的数量为 $\frac{7200}{1.5x}$ 件。由题意知 $\frac{7200}{1.5x} - \frac{3200}{x} = 40$, 解得 $x = 40$, 经检验: $x = 40$ 是原方程的解且

符合题意。所以乙商品的进价为每件 40 元。所以 $1.5x = 60$, $\frac{3200}{x} = 80$, $\frac{7200}{1.5x} = 120$ 。]

商品	进价(元/件)	数量(件)	总金额(元)
甲	60	120	7200
乙	40	80	3200

习题 13.3

① C ② C ③ B ④ A

⑤ 2 ⑥ 11 ⑦ $-\frac{1}{2}$ ⑧ 2 ⑨ $\frac{8000}{x+2} = \frac{7000}{x}$ ⑩ $x = 4$ ⑪ (1) 5, 分式方程没有

验根 (2) 经检验 $x = -2$ 是原方程的增根, 舍去。所以原方程无解。

⑫ $x = \frac{11}{4}$

⑬ (1) 设乙队每天筑路 x 米, 则甲队每天筑路 $2x$ 米。根据题意, 可列方程 $\frac{400}{x} - \frac{400}{2x} = 5$, 解得 $x = 40$, 经检验: $x = 40$ 是原方程的解且符合题意。答: 甲队每天筑路 80 米, 乙队每天筑路 40 米。

(2) 设甲队筑路 t 天, 则乙队筑路 $(\frac{6000 - 80t}{40})$ 天, 根据题意, 可列方程 $1.5t + 0.9(\frac{6000 - 80t}{40}) = 120$, 解得 $t = 50$, 答: 甲队筑路 50 天。

⑭ (1) $x = \frac{1}{2}$ (2) $b = 9$ 或 $b = -3$ 或 $b = 3$ [提示: 原方程化为整式方程 $(9-b)x = b+3$ 后, 此整式方程可以无解或解得 $x = 0$ 或 $x = 1$ 。]

单元练习十三

① D ② B ③ B ④ D ⑤ D ⑥ B

⑦ $x > -2$ 且 $x \neq 1$ ⑧ $\frac{1}{x-1}$ ⑨ $\frac{1}{x-3}$ ⑩ $\frac{3}{2}$ ⑪ $\frac{4}{9}$ ⑫ $-6a^4b^{-5}$ ⑬ 0

⑭ 14 ⑮ $\frac{9}{14}$ ⑯ -4 或 6 ⑰ $m > -3$ 且 $m \neq -2$ ⑱ $-\frac{3}{7}$ ⑲ 24 厘米

⑳ ① $m > 3$ ② $m > -1.5$ ㉑ $\frac{5}{3}$ ㉒ $\frac{3b}{64a^{11}}$ ㉓ 0 ㉔ 1

㉕ $x = \frac{5}{2}$ ㉖ $\frac{x}{x+1}; -1$ ㉗ (1) $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

(2) 因为 $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$ = 左边, 所以 $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$ (n

为正整数)

$$(3) \text{ 原式} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} + \dots + \frac{1}{x+2023} - \frac{1}{x+2024} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2024} = \frac{2023}{(x+1)(x+2024)}$$

$$(4) \frac{1012}{x(x+2024)} \quad [\text{提示: } \frac{1}{n(n+2)} = \frac{1}{2}(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2})]$$

28 (1) 18次, 36次 [提示: 设甲车单独运完此堆垃圾需运 x 次, 则乙车单独运完此堆垃圾需运 $2x$ 次, 可列方程 $12(\frac{1}{x} + \frac{1}{2x}) = 1$, 解得 $x = 18$, 经检验: $x = 18$ 是原方程的解且符合题意. 甲车单独运完需 18 次, 乙车单独运完需 36 次.]

(2) 乙车合算 [提示: 设甲车每一次的运费为 y 元, 可列方程 $12y + 12(y - 200) = 4800$, 解得 $y = 300$, 甲车每一次的运费为 300 元, 乙车每一次的运费为 100 元, 单独租甲车的总费用为 $18 \times 300 = 5400$ (元), 单独租乙车的总费用为 $36 \times 100 = 3600$ (元), $3600 < 5400$, 故单独租乙车合算.]

29 (1) 减小, 减小 (2) $\frac{3x+1}{x-1} = \frac{3(x-1)+3+1}{x-1} = 3 + \frac{4}{x-1}$, 当 x 无限增大, 那么 $\frac{4}{x-1}$ 无限接近于 0, 所以 $3 + \frac{4}{x-1}$ 无限接近于 3 (3) $-3 < \frac{2x-1}{x-3} < \frac{1}{3}$ [提示: $\frac{2x-1}{x-3} = \frac{2(x-3)+6-1}{x-3} = 2 + \frac{5}{x-3}$, 可知 $0 < x < 2$, 随着 x 的增大, $\frac{5}{x-3}$ 的值随之减小, 所以 $-3 < \frac{2x-1}{x-3} < \frac{1}{3}$.]

第 14 章 图形的运动

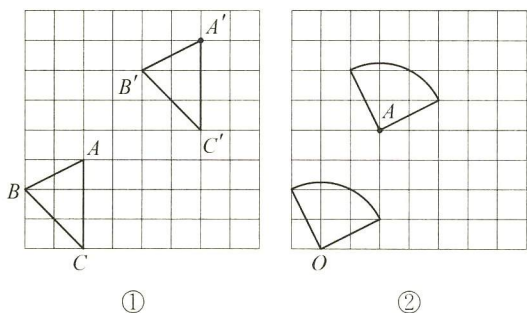
14.1 (1) 平移 (1)

1 C **2** D **3** D

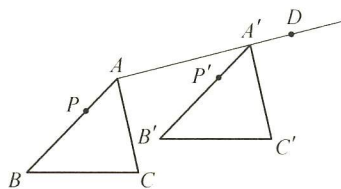
4 射线 AA' (BB'); 5 cm **5** 6 cm **6** 7 **7** 12 **8** R **9** 42 **10** 1 或 5

11 (1) 如图①, $\triangle A'B'C'$ 为所求作的三角形, 平移的距离为线段 AA' 或 BB' 或 CC' 的长.

(2) 如图②是平移后的扇形.



第 11 题图

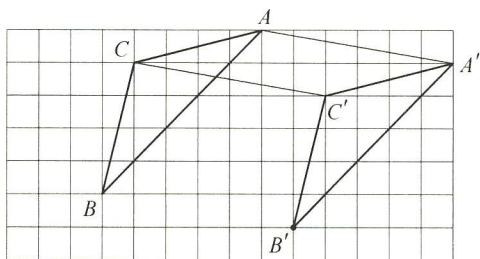


第 12 题图

12 (1) 如图, $\triangle A'B'C'$ 为所求作的三角形 (2) 如图, 点 P 与点 P' 为所求作的点

13 (1) 如图, $\triangle A'B'C'$ 为所求作的图形;

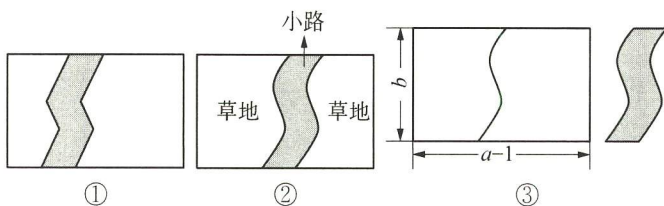
(2) 线段 AC 扫过的图形的面积为 $2 \times 10 - 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 6 = 10$ 。



第 13 题图

14 【问题提出】 $ab - b$; $ab - b$ 【问题研究】答案不唯一, 例如图①; $ab - b$

【问题解决】空白部分表示的草地面积是 $ab - b$, 理由如下: 先将“小路”沿着左右两个边界剪去; 再将左侧的草地向右平移一个单位得到一个新的矩形。在新得到的矩形中, 其纵向宽仍然是 b , 其水平方向的长变成了 $a - 1$, 所以草地的面积就是 $b(a - 1) = ab - b$ 。



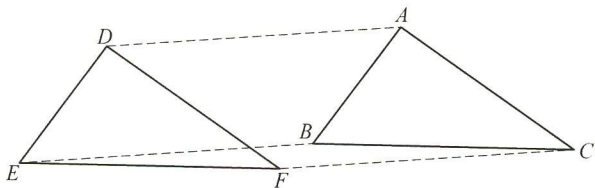
第 14 题图

14.1 (2) 平移 (2)

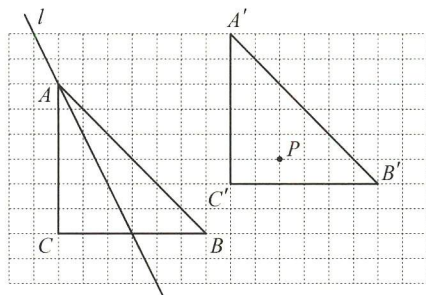
1 D 2 D 3 C

4 11 5 5 6 22 7 12 cm² 8 42 9 2 10 9

11 如图所示, $\triangle ABC$ 即为所求。



第 11 题图

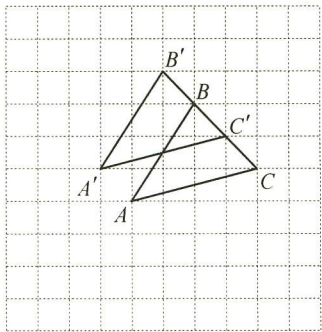


第 12 题图

12 (1) 10; $\triangle A'B'C'$ 为所求作的图形(答案不唯一) (2) ①②

(3) 如图, 直线 l 即为所求(答案不唯一)

- 13 (1) $(-2, 2)$ (2) 如图, $\triangle A'B'C'$ 即为所求。



第 13 题图

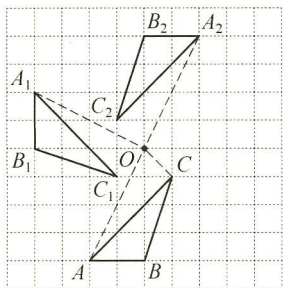
- 14 -8 因为 $AB = a$, $BC = 2a$, $\angle B = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 b 个单位得 $\triangle DEF$, 所以 $AD = BE = b$, $AB = DE = a$, 因为 $\triangle ADG$ 的面积比 $\triangle CEG$ 的面积大 8, 即 $S_{\triangle ADG} - S_{\triangle CEG} = 8$, 所以 $(S_{\triangle ADG} + S_{\text{四边形} ABEG}) - (S_{\triangle CEG} + S_{\text{四边形} ABEG}) = 8$, 所以 $S_{\text{长方形} ABED} - S_{\triangle ABC} = 8$, 所以 $BE \cdot AB - \frac{1}{2}BC \cdot AB = 8$, $ab - \frac{1}{2} \times 2a \cdot a = 8$, 所以 $ab - a^2 = 8$, $a(b - a) = 8$, 所以 $a(a - b) = -8$.

14.2 旋 转

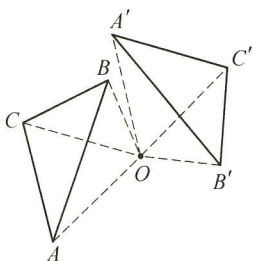
- 1 B 2 B 3 D

- 4 55° 5 20° 6 3 7 145 8 $\frac{1}{4}\pi$ 9 M 10 85°

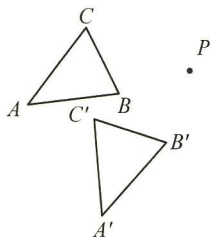
- 11 如图所示 12 如图所示 13 如图所示



第 11 题图



第 12 题图



第 13 题图

- 14 【问题发现】 $\angle COD$; $\angle AOC$, $\angle BOD$ 【问题解决】 ① 因为 $\angle BOC = 45^\circ$, $\angle BOC = 3\angle BOE$, 所以 $\angle BOE = \frac{1}{3}\angle BOC = \frac{1}{3} \times 45^\circ = 15^\circ$, 所以 $\angle COE = \angle BOC - \angle BOE = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$, 因为 $\angle COD = 90^\circ$, 所以 $\angle DOE = \angle COD + \angle COE = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$.
② $\angle BOC$ 的补角是 $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 、 $\angle AOD$, 理由如下:
因为 $\angle AOB = 90^\circ$, $\angle BOC = 45^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, 所以 $\angle AOC + \angle BOC = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, 所以 $\angle AOC$ 是 $\angle BOC$ 的补角。

因为 $\angle BOD = \angle BOC + \angle COD = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$,

所以 $\angle BOD + \angle BOC = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, 所以 $\angle BOD$ 是 $\angle BOC$ 的补角。

因为 $\angle AOD = 360^\circ - \angle AOB - \angle BOC - \angle COD = 360^\circ - 90^\circ - 45^\circ - 90^\circ = 135^\circ$,

所以 $\angle AOD + \angle BOC = 135^\circ + 45^\circ = 180^\circ$, 所以 $\angle AOD$ 是 $\angle BOC$ 的补角。

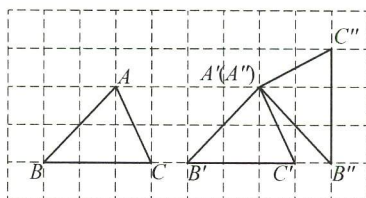
综上所述: $\angle BOC$ 的补角是 $\angle AOC$ 、 $\angle BOD$ 、 $\angle AOD$ 。

习题 14.1—14.2

① C ② A ③ B

④ 120° ⑤ 3 ⑥ 2.5 ⑦ 60° ⑧ 30 ⑨ 880 ⑩ 112.5° 或 45°

⑪ 如图所示。

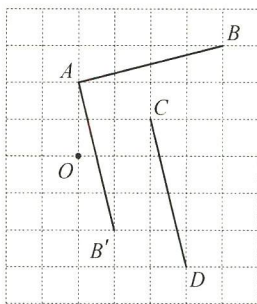


第 11 题图

⑫ (1) A (2) 90° (3) 等腰直角三角形 (4) $\frac{17}{32}$ [提示: $S_{\triangle AEF} = S_{\text{四边形 AFCE}} - S_{\triangle EFC} =$

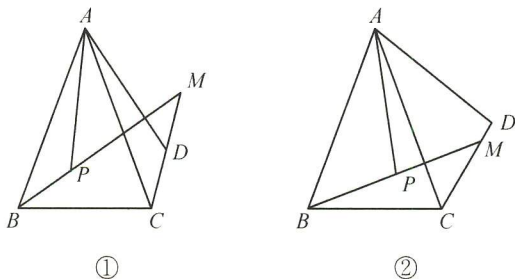
$S_{\text{正方形 ABCD}} - S_{\triangle EFC}$ 。]

⑬ 小杰的说法不正确, 因为 $OA \neq OC$, 所以绕着点 O 旋转不能使线段 AB 和 CD 重合; 小明的说法正确, 如图, 以点 A 为旋转中心把线段 AB 顺时针旋转 90° 得到线段 AB' , 再把线段 AB' 先向右平移 2 个单位, 再向下平移 1 个单位 (或把 AB' 先向下平移 1 个单位, 再向右平移 2 个单位, 答案不唯一) 可与线段 CD 重合。



第 13 题图

⑭ (1) 如图所示 (2) $\angle ADM = \angle APM$ 或 $\angle ADM + \angle APM = 180^\circ$ 。理由: 当点 M 在线段 CD 的延长线上时, 如图①, 因为将 $\triangle APB$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADC$, 所以 $\angle ADC = \angle APB$, 所以 $\angle ADM = \angle APM$ 。当点 M 在线段 CD 上时, 如图②, 因为将 $\triangle APB$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADC$, 所以 $\angle ADM = \angle APB$, 因为 $\angle APB + \angle APM = 180^\circ$, 所以 $\angle ADM + \angle APM = 180^\circ$ 。



第 14 题图

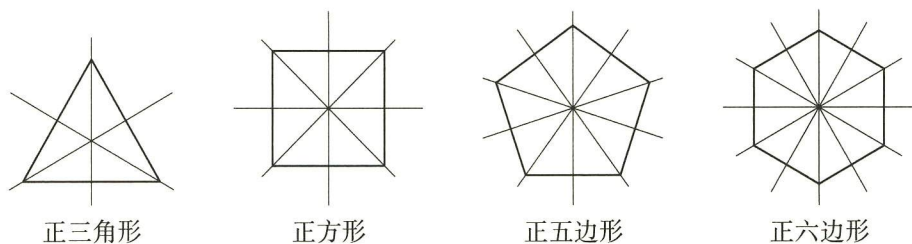
14.3 (1) 图形的翻折与轴对称图形

1 C 2 A 3 C

4 3 5 ①②③④ 6 ①②; ①; ② 7 ①②③⑤⑥⑦⑧ 8 12 m^2 9 3

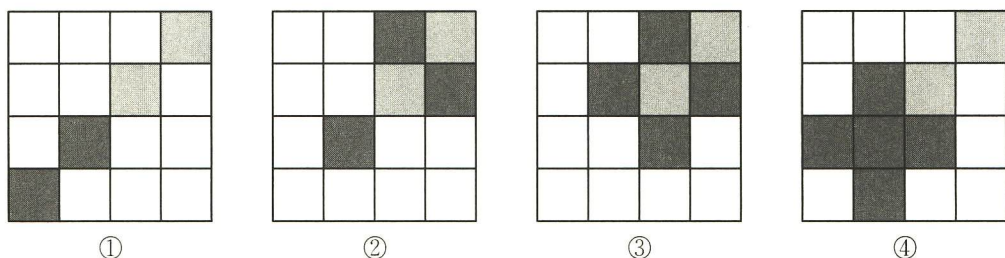
10 $\frac{45}{7}\text{ cm}$

11 如图所示



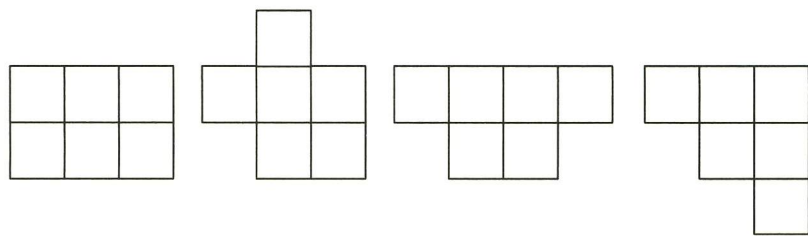
第 11 题图

12 如图所示(答案不唯一)



第 12 题图

13 如图所示。



第 13 题图

14 (1) 由翻折得: $\angle AEF = \angle A'EF$, $\angle DEG = \angle D'EG$, 所以 $2\angle A'EF + 2\angle D'EG + \angle A'ED' = 180^\circ$, 即 $2(\angle A'EF + \angle D'EG) = 180^\circ - \alpha$, 所以 $\angle A'EF + \angle D'EG = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha)$,

所以 $\angle FEG = \frac{1}{2}(180^\circ - \alpha) + \alpha = 90^\circ + \frac{1}{2}\alpha$ 。

(2) 由翻折得: $\angle AEF = \angle A'EF$, $\angle DEG = \angle D'EG$, 所以 $2\angle A'EF + 2\angle D'EG - \angle A'ED' = 180^\circ$, 即 $2(\angle A'EF + \angle D'EG) = 180^\circ + \alpha$, 所以 $\angle A'EF + \angle D'EG = \frac{1}{2}(180^\circ + \alpha)$, 所以 $\angle FEG = \frac{1}{2}(180^\circ + \alpha) - \alpha = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.

14.3 (2) 轴对称

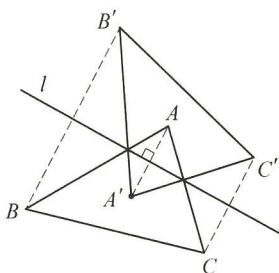
① B ② D ③ C

④ 80° ; 10 ⑤ 15° ⑥ 90° ; = ⑦ 54° ⑧ 4 ⑨ 5 ⑩ 6

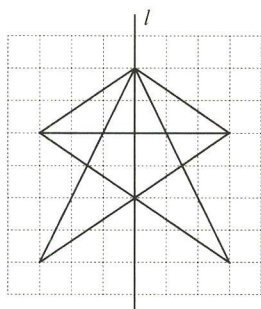
⑪ 画图略 ⑫ 画图略

⑬ 如图所示。

⑭ 任务一: C; 任务二: 如图所示; 任务三: 60; 任务四: 答案不唯一, 例如: 对应点的连线被对称轴垂直平分。



第 13 题图



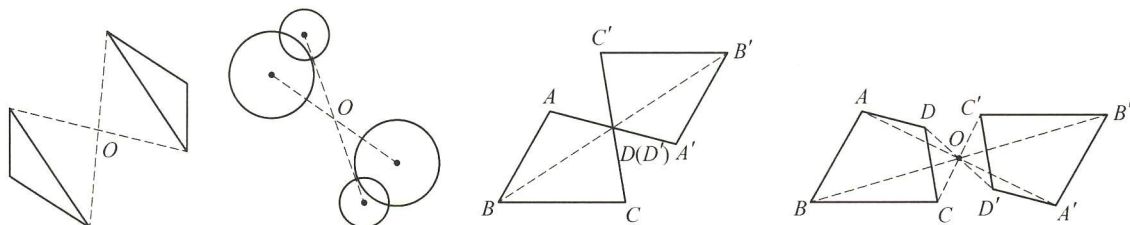
第 14 题图

14.4 中心对称

① D ② D ③ D

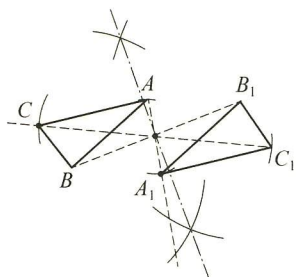
④ ①③④⑤ ⑤ C; D ⑥ 4 ⑦ 2 ⑧ 8 ⑨ 8 ⑩ ①④

⑪ 如图所示, 点 O 为所求作的对称中心, 四边形 $A'B'C'D'$ 为所求作的四边形

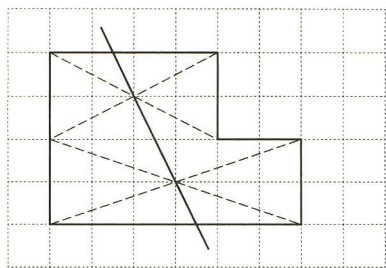


第 11 题图

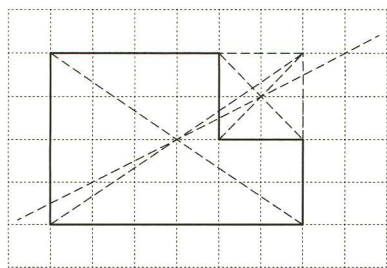
⑫ 如图所示



第 12 题图



①



②

第 13 题图

13 (1) 180° , 对称中心 (2) 如图①所示 (3) 如图②所示

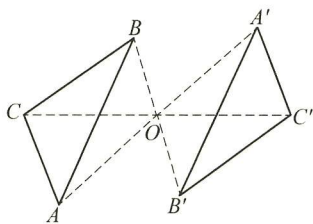
习题 14.3—14.4

1 A 2 B 3 C

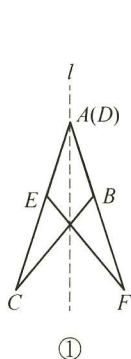
4 61 5 55° 6 65 7 7 8 4 9 12 10 6

11 如图所示。

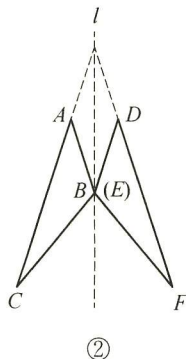
12 如图所示



第 11 题图



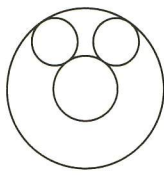
①



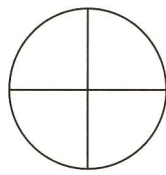
②

第 12 题图

13 (1) 图 a、b、c; 图 a、c (2) 如图所示(答案不唯一)



图d



图e

第 13 题图

14 (1) 如图所示 (2) 由轴对称性的性质可知 $\angle DEB = \angle DEF$, 因为 $\angle FEC = 48^\circ$, $\angle DEB + \angle DEF = \angle FEC + 180^\circ$, 所以 $2\angle DEF = \angle FEC + 180^\circ$, 即 $2\angle DEF = 48^\circ + 180^\circ$, $\angle DEF = 114^\circ$, 所以 $\angle DEC = \angle DEF - \angle FEC = 114^\circ - 48^\circ = 66^\circ$.

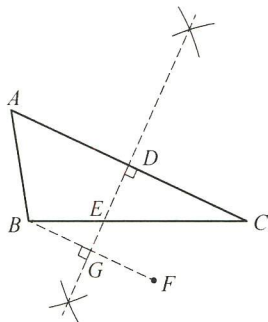
(3) 由题知, $S_{\triangle BED} = S_{\triangle EDF} = 4$, $S_{\triangle AED} = S_{\triangle EDC}$, 设 $\triangle BDE$ 中 BE 边上

的高为 h , 则 $\frac{S_{\triangle BED}}{S_{\triangle EDC}} = \frac{\frac{1}{2}BE \cdot h}{\frac{1}{2}EC \cdot h} = \frac{BE}{EC} = \frac{2}{5}$, 即 $S_{\triangle EDC} = 10$, 所以 $S_{\triangle AEC} =$

$$2S_{\triangle EDC} = 20,$$

设 $\triangle AEC$ 中 EC 边上的高为 h' , 则 $\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}EC \cdot h'}{\frac{1}{2}BC \cdot h'} = \frac{5}{7}$, 所以

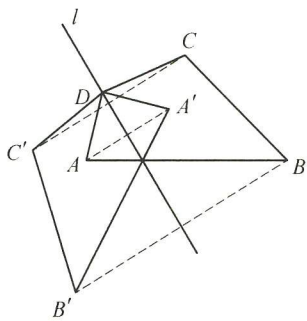
$$S_{\triangle ABC} = \frac{7}{5}S_{\triangle AEC} = 28.$$



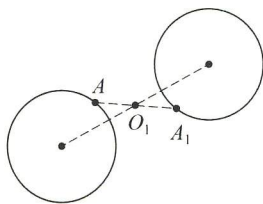
第 14 题图

单元练习十四

- ① C ② C ③ A ④ B ⑤ D ⑥ A
 ⑦ ② ⑧ 线段 CD 的中点 ⑨ 5 ⑩ 35° ⑪ 点 N ⑫ 平移; A ; 90°
 ⑬ 150° ⑭ $\frac{169\pi}{4} + 30$ ⑮ $AE = CF$ ⑯ 9 ⑰ 360 ⑱ 4 或 $\frac{40}{7}$
 ⑲ 如图所示 ⑳ 如图所示

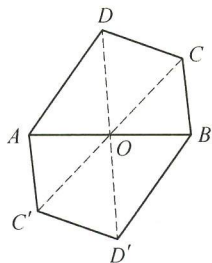


第 19 题图

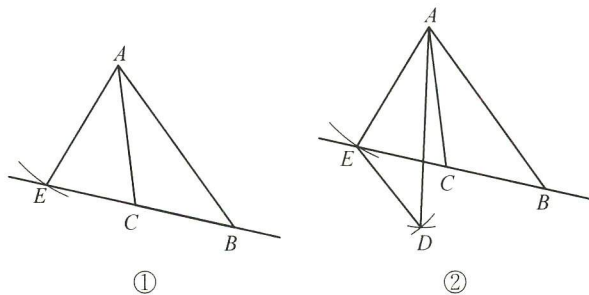


第 20 题图

- ⑳ 如图所示 ㉑ (1) 如图 ① 所示 (2) 如图 ② 所示



第 21 题图

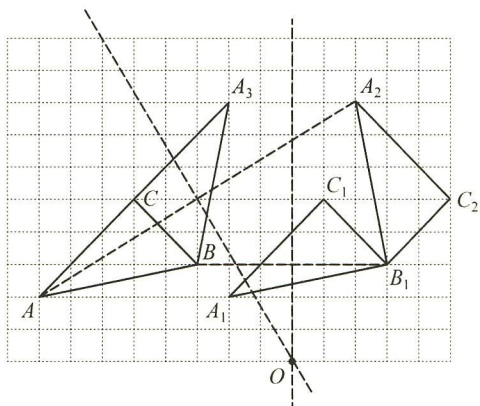


第 22 题图

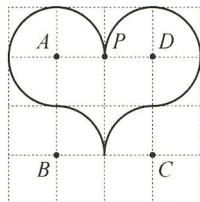
- ㉒ (1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 为所求 (2) 如图, $\triangle A_2B_1C_2$ 为所求 (3) 如图, $\triangle A_3BC$ 为所求

(4) $\triangle ABC$ 能经过一次旋转后与 $\triangle A_2B_1C_2$ 重合,如图,点 O 为所求,旋转角为 90° 。

24 (1) 如图所示 (2) 旋转的度数之和为 $270^\circ + 90^\circ \times 2 + 270^\circ = 720^\circ$,所画图形的周长为 $\frac{720 \cdot \pi \cdot 1}{180} = 4\pi$,所画图形的面积为 $\pi \cdot 1^2 + 2 \times 2 = \pi + 4$ 。



第 23 题图

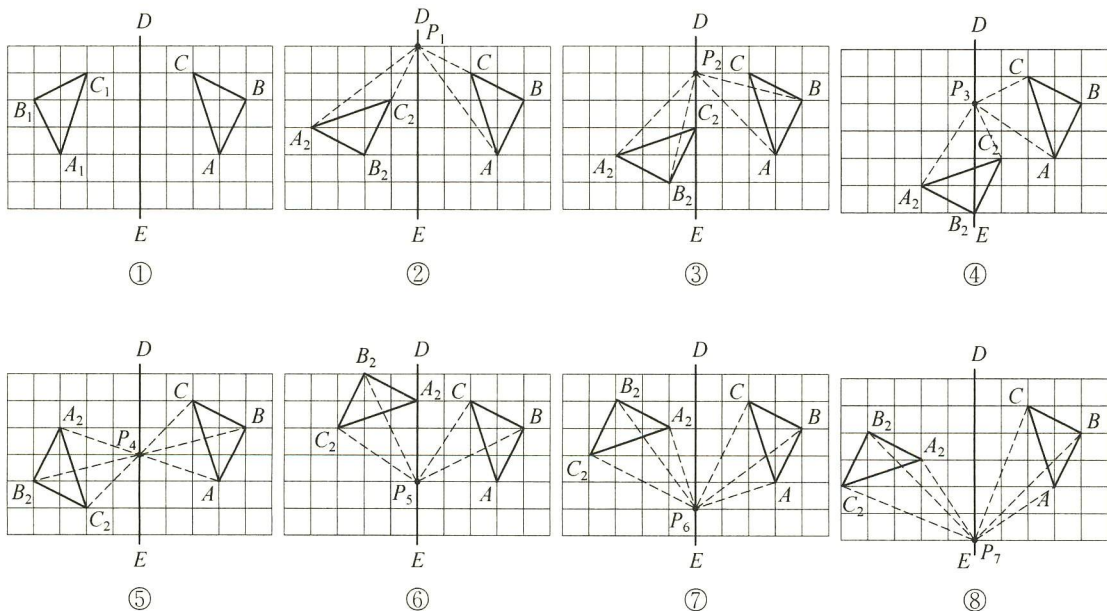


第 24 题图

25 (1) 如图 ①, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求

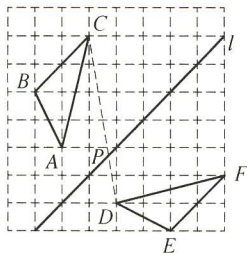
(2) $\triangle A_1B_1C_1$ 的面积为 $\frac{1}{2} \times (1+2) \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = \frac{5}{2}$

(3) 如图 ②③④⑤⑥⑦⑧,点 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, P_7$ 均满足题意。



第 25 题图

26 (1) 如图所示,直线 l 即为所求 (2) 如图所示,点 P 即为所求 (3) 3



第 26 题图

期中练习一 (10.1 ~ 12.2 (3))

① C ② A ③ D ④ A ⑤ D ⑥ C

⑦ $y^3 + 3xy^2 - 5x^2y + x^3$ ⑧ $(5x+y)^2$ ⑨ $-3m+2$ ⑩ $-\frac{2}{3}a^3b^2c^2$

⑪ $-3m^2 + \frac{3}{2}m - 1$ ⑫ $(m-n)(x-y)^2$ ⑬ $16(x-1)$

⑭ $(x+3)^2(x-3)^2$ ⑮ $\frac{2}{9}$ ⑯ 1 ⑰ $3(x+4)^2$ ⑱ 1

⑲ 答案不唯一, 如: $x^2 - xy + 2 + x^3 + y^3$ ⑳ $4b$ ㉑ $12x + 8$ ㉒ $-\frac{2}{25}a^2$

㉓ $10x^2 + 12xy$ ㉔ $2(2x+1)^2(2x-1)^2$ ㉕ $4(2x-y)(x+y)$

㉖ $3m+n, -5$ ㉗ (1) 2; 6; 4 (2) 因为 $F(x, 5) = a, F(x, 6) = b, F(x, m) = c$, 所以 $x^a = 5, x^b = 6, x^c = m$ 。又因为 $a - b = c$, 所以 $x^a \div x^b = x^{a-b} = x^c = \frac{5}{6}$, 所以 $m = \frac{5}{6}$ 。

㉘ (1) 设三位自然数为 \overline{abc} ($1 \leq a \leq 9, 0 \leq b \leq 9, 0 \leq c \leq 9, a, b, c$ 均为整数), 因为三位数 \overline{abc} 是“和悦数”, 所以 $b = a + c$ 。取 $a = 2, c = 5$, 则 $b = 7$, 则三位数为 275; 取 $a = 5, c = 3$, 则 $b = 8$, 则三位数为 583。任意一个“和悦数”都是 11 的倍数。理由: 设三位自然数 \overline{abc} 是“和悦数”, 则 $b = a + c$, 该三位数为 $100a + 10(a + c) + c = 110a + 11c = 11(10a + c)$, 因为 a, c 是整数, 所以 $10a + c$ 是整数, 于是 $11(10a + c)$ 能被 11 整除, 即任意一个“和悦数”都是 11 的倍数。

(2) 99 或 495 [提示: 设两个十位上的数字相同的“和悦数”为 $m = \overline{abc}, n = \overline{ebd}$, 为使 $m > n$, 则 $a > e$ 。因为 $b = a + c = e + d$, 所以 $c - d = e - a, c = b - a, d = b - e$ 。根据 $F(m) = ac = a(b - a), F(n) = ed = e(b - e)$, 又 $F(m) - F(n) = 5$, 所以 $a(b - a) - e(b - e) = ab - a^2 - eb + e^2 = (ab - eb) - (a^2 - e^2) = b(a - e) - (a + e)(a - e) = (a - e)(b - a - e) = 5$ 。因为 a, b, e 是整数, 所以 $a - e = 1$ 或 $a - e = 5$, 所以 $m - n = (100a + 10b + c) - (100e + 10b + d) = 100(a - e) + (c - d) = 100(a - e) - (a - e) = 99(a - e) = 99$ 或 495。]

㉙ (1) 因为 $x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$, 所以多项式 $x^2 + 2x - 8$ 除以多项式 $x - 2$, 所得的商为 $x + 4$ 。

(2) 因为 $x^2+7x+8-2=x^2+7x+6=(x+1)(x+6)$, 所以 $x^2+7x+8=(x+1)(x+6)+2$, 所以多项式 x^2+7x+8 除以多项式 $x+1$, 所得的余式为 2, 则商为 $x+6$.

(3) 由题意可设 $2x^3+ax^2+bx-6=(x-1)(x-2) \cdot A$, 其中 A 为一次多项式, 设 $A=mx+n$. 由 $mx \cdot x \cdot x=2x^3$, 得 $m=2$. 由 $n \cdot (-1) \cdot (-2)=-6$, 得 $n=-3$. 所以 $A=2x-3$. 所以多项式 $2x^3+ax^2+bx-6$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的商为 $2x-3$.

30 (1) $(x, kx) \otimes (y, -y) = x^2 + y^2 - kxy$, 因为 $x^2 + y^2 - kxy$ 是一个完全平方式, 所以 $k = \pm 2$.

(2) $(3x+y, 2x^2+3y^2) \otimes (3, x-3y) = 9x^2+6xy+y^2+x^2-6xy+9y^2-6x^2-9y^2 = 4x^2+y^2 = (2x+y)^2 - 4xy = 204$, 因为 $2x+y=18$, 所以 $18^2 - 4xy = 204$, 所以 $xy=30$.

(3) $S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2nx = 2nx^2$, $S_{\triangle BGF} = \frac{1}{2}(2nx - ny) \cdot y = nxy - \frac{1}{2}ny^2$,

$S_{\triangle GEC} = \frac{1}{2}ny \cdot y = \frac{1}{2}ny^2$, $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} \cdot ny \cdot (2x - y) = nxy - \frac{1}{2}ny^2$, 所以 $S_{\text{阴}} = 2nx^2 - (nxy - \frac{1}{2}ny^2) - (nxy - \frac{1}{2}ny^2) - \frac{1}{2}ny^2 = \frac{1}{2}n(4x^2 - 4xy + y^2) = \frac{1}{2}n[(2x+y)^2 - 8xy] = \frac{1}{2}n(18^2 - 8 \times 30) = 42n = 168$, 解得 $n=4$.

期中练习二 (10.1 ~ 12.2 (3))

① A ② C ③ C ④ B ⑤ A ⑥ C

⑦ 5 ⑧ $x^3 - 4x^2y + 3xy^3 + 6$ ⑨ $5a^2 + 2ab - 4b^2$ ⑩ $(a-2b)^7$ ⑪ $-ab + 3$

⑫ $m(a-2)(m-1)$ ⑬ $x(2+x)(2-x)$ ⑭ $3x(x-3)^2$ ⑮ $\frac{9}{2}$

⑯ $-12x^4 + \frac{3}{2}x^3 - 3x^2$ ⑰ 8 ⑱ 1 ⑲ 7 ⑳ $t^2 - 3t + 9$

㉑ $-2x^2 - 5x - 3$ ㉒ $64b^4c^6$ ㉓ $a^2 - 4b^2 + 4bc - c^2$

㉔ $3(2x+1)(x-1)$ ㉕ 9000

㉖ 化简得 $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$, $\frac{100}{81}$.

㉗ $x = \frac{82}{21}$

㉘ (1) 设 $2x^2 + 2y^2 = a$, 则原方程变形为 $(a+3)(a-3) = 27$, 整理得 $a^2 - 9 = 27$, 即 $a^2 = 36$, 所以 $a = \pm 6$. 因为 $2x^2 + 2y^2 \geq 0$, 所以 $2x^2 + 2y^2 = 6$, 即 $x^2 + y^2 = 3$.

(2) $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 3+2=5$, $(x-y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 3-2=1$, 所以 $x-y = \pm 1$.

㉙ (1) ① 572 ② 63; 36. (2) $110b + 11a$; $110a + 11b$; 一般规律的式子为: $(10a+b)[100b + 10(a+b) + a] = [100a + 10(a+b) + b](10b+a)$ 或 $(10a+b)(110b+11a) = (110a+11b)(10b+a)$

左边 $= (10a + b)[100b + 10(a + b) + a] = (10a + b)(110b + 11a) = 11(10a + b)(10b + a)$
 右边 $= [100a + 10(a + b) + b](10b + a) = (110a + 11b)(10b + a) = 11(10a + b)(10b + a)$,
 所以左边 = 右边。

30 (1) 因为 $BC = 8$, $AD = 4$, 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16$, 因为长方形 $BCFG$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积, 所以 $S_{\text{长方形}BCFG} = 16$ 。 (2) $a^2 - b^2 = 25$, 理由: 因为 $GO = a$, $OF = b$, 所以 $GF = OG + OF = a + b$, $FH = OH - OF = OG - OF = a - b = CF$, 因为等面积的正方形 $FIJK$ 边长为 5, 所以 $S_{\text{正方形}FIJK} = 25 = S_{\text{长方形}BCFG}$, 所以 $GF \cdot CF = 25$, 所以 $(a + b)(a - b) = 25$, 所以 $a^2 - b^2 = 25$ 。 (3) 因为长方形 $BCFG$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积, 所以 $BC \cdot CF = \frac{1}{2}BC \cdot AD$, 所以 $CF = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}n$ 。 因为 $CF = FH$, 所以 $FH = \frac{1}{2}n$, 因为 H 为 FK 的中点, 所以 $FK = n$, 所以 $S_{\text{正方形}FIJK} = n^2$, 因为 $S_{\triangle ABC} = S_{\text{长方形}BCFG} = S_{\text{正方形}FIJK}$, 所以 $\frac{1}{2}BC \cdot AD = n^2$, 即 $\frac{1}{2}m \cdot n = n^2$, 所以 $m = 2n$ 。

期中练习三 (10.1 ~ 12.2 (3))

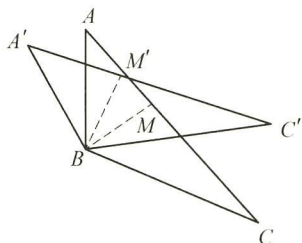
- 1** B **2** D **3** C **4** D **5** C **6** B
7 $(3m + n)^2$ **8** $2x^3 + 3x^2 - xy - 1$ **9** $-5x - 1$ **10** $-2ab^2c$ **11** 7 **12** $-30x^3y^2$
13 $3(x + 2)(x - 2)$ **14** $a(b + 1)^2$ **15** -3 **16** 155 763 **17** 2 **18** $\frac{3^{2025} - 1}{2}$
19 ①③ **20** $a = 3b$
21 $3a - 2$ **22** $\frac{3}{2}a^2 - \frac{15}{4}a + 1$ **23** $4x + 5$
24 $6(m + n)(m + 2n)$ **25** $(x - 2)^4$
26 化简得 $-8m^2 - 4n^2$, -24 。
27 因为 $x - 2y = 8$, $xy = 5$, 所以 $x^3y + 4xy^3 = xy(x^2 + 4y^2) = xy[(x - 2y)^2 + 4xy] = 5 \times 84 = 420$ 。
28 (1) 2; 0; 3 (2) 因为 $(3, 5) = n$, $(9, m) = n$, 所以 $3^n = 5$, $9^n = 3^{2n} = m$, 所以 $m = 5^2 = 25$, 所以 $m + 2 = 27$, 即 $(3, m + 2) = (3, 27) = 3$ (3) 理由: 设 $(3^n, 2^n) = a$, 则 $(3^n)^a = 2^n$, 所以 $3^{an} = 2^n$, 因为 n 是任意自然数, 所以 $3^a = 2$, 即 $(3, 2) = a$, 所以 $(3^n, 2^n) = (3, 2)$ 对于任意自然数 n 都成立。
29 (1) 2; 5; 21 (2) 120 (3) 设 $(2023 - x) = t$, $(x - 2021) = h$, 则 $(2023 - x)^2 + (x - 2021)^2 = t^2 + h^2 = (t + h)^2 - 2th = 2022$, 因为 $t + h = 2$, 所以 $4 - 2th = 2022$, 所以 $th = -1009$, 即 $(2023 - x)(x - 2021) = -1009$ 。 (4) 因为正方形 $ABCD$ 的边长是 x , $AE = 10$, $CG = 20$, 所以 $DE = x - 10$, $DG = x - 20$, 所以 $(x - 10)(x - 20) = 500$, 设 $x - 10 = a$, $x - 20 = b$, 所

以 $ab=500$, $a-b=(x-10)-(x-20)=10$, 所以图中阴影部分的面积为 $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=10^2+4\times 500=2100$ 。

- 30 (1) $2a^2+4a+4$ ① a^2+4a+4 ; $a+2$ ② C型 [提示: $2a^2+4a+4-2=2a^2+4a+2=2(a+1)^2$, 此时两个大正方形的边长为 $a+1$ 。] (2) $2a+1$

期末练习一

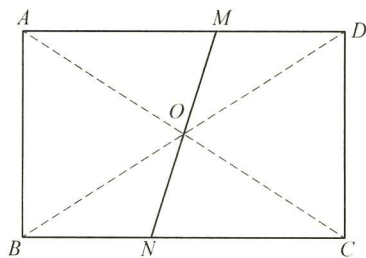
- 1 D 2 C 3 B 4 D 5 B 6 A
 7 $-x^8$ 8 -2 9 $\frac{y^2}{x^6z^4}$ 10 $\frac{3}{x-3}$ 11 145 12 8 13 74° 14 $\frac{1}{2}$
 15 $\pm 24x$, $\frac{64}{9}x^4$, $-16x^2$, -9 (写出三种即可) 16 7π 17 6 18 4 或 13
 19 $4x^2-xy$ 20 $\frac{x^2+5}{4}$ 21 $3(2a-b)(a+b)(a-5b)$ 22 $(x+6)(x-2)(x+2)^2$
 23 $x=-\frac{1}{2}$ 24 化简得 $-\frac{1}{x+1}$; $-\frac{3}{7}$ 25 汽车: 90 千米/时; 高铁: 225 千米/时
 26 (1) $\triangle A'BC'$ 如图所示。



第 26 题图

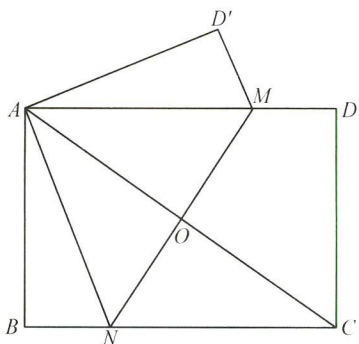
- (2) 点 M 在 $\triangle ABC$ 旋转过程中所经过路径的长 $=\frac{30 \cdot \pi \cdot 12}{180} = 2\pi \approx 6.28$ 。

- 27 (1) 如图①所示:



第 27 题图①

- (2) 如图②所示:



第 27 题图②

(3) 由题意可得, $BN = DM$, $DM = D'M$, 所以 $BN = D'M$, 同理 $AB = AD'$, 所以 $S_{\triangle ABN} = S_{\triangle AD'M}$ 。

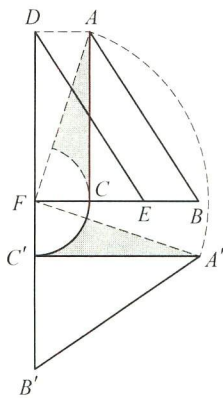
因为 $S_{\triangle ABN} + S_{\triangle AD'M} = \frac{10}{13} S_{\triangle AMN}$, 所以 $2S_{\triangle ABN} = \frac{10}{13} S_{\triangle AMN}$, 所以 $2 \times \frac{1}{2} \times AB \cdot BN = \frac{10}{13} \times \frac{1}{2} AM \cdot AB$, 因此 $BN = \frac{5}{13} AM$ 。

因为 $BN = 10$, 所以 $AM = 26$ 。

28 (1) $\frac{2b+ab}{2}$ [提示: 如图, 连接 AD , 由题意, 可知扫过的面积 = $S_{\text{梯形}ADFB}$, 其中 $DF = AC = b$, $DA = BE = 1$, $BF = EF + BE = a + 1$, 所以扫过的面积 $S_{\text{梯形}ADFB} = (1 + a + 1) \times b \times \frac{1}{2} = \frac{2b + ab}{2}$ 。]

(2) ① 如图所示, $\triangle A'B'C'$ 为所求三角形 ② $\frac{(c^2-1)\pi}{4}$ [提示: 如图,

$S_{\text{扇形}AFA'} = \frac{1}{4}\pi \cdot AF^2 = \frac{c^2\pi}{4}$ ($\angle AFA' = 90^\circ$), $S_{\text{扇形}FC'C} = \frac{1}{4}\pi \cdot FC^2 = \frac{\pi}{4}$ ($\angle CFC' = 90^\circ$), 所以 AC 扫过的面积 $S = S_{\text{扇形}AFA'} - S_{\text{扇形}FC'C} = \frac{c^2\pi}{4} - \frac{\pi}{4} = \frac{(c^2-1)\pi}{4}$ 。]



第 28 题图

期末练习二

① C ② D ③ B ④ C ⑤ C ⑥ B

⑦ $-\frac{4}{5}y^3 + \frac{1}{7}xy^2 + 2x^3y - 3x^2$ ⑧ $-\frac{19}{6}$ ⑨ ± 6 ⑩ 答案不唯一, 如 $\frac{1}{4}a^2b^2$

⑪ 1 ⑫ 2 ⑬ 5.5

⑭ 45° ⑮ 9 ⑯ 45° ⑰ -36 ⑱ 4.8 或 43.2

⑲ $8x^2$ ⑳ $\frac{11}{24}x^6y^3$ ㉑ $(4a-b)(2x+y)$ ㉒ $(a-1)(a+2)(a^2+a+6)$ ㉓ $x = -3$

24 $\frac{2x}{x+1}$; 当 $x=1$ 时, 原式 = 1

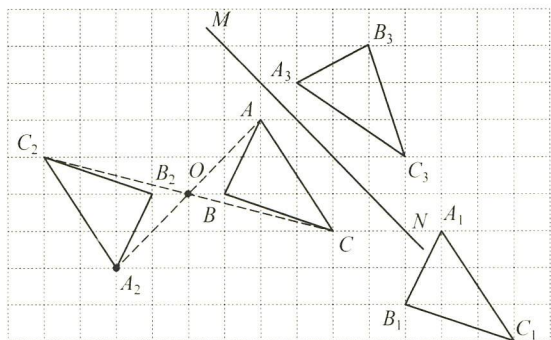
25 (1) 单纯耗电每千米的费用为 0.15 元, 单纯耗油每千米的费用为 0.75 元。

(2) 低谷时段充电时每千米所需电费为 0.06 元; 单纯耗电比单纯耗油一年费用节省 8280 元。

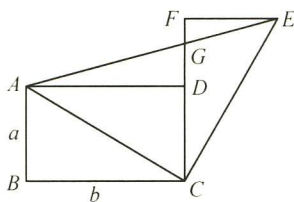
26 (1) 如图所示, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求 (2) 如图所示, 点 O 和 $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求

(3) 如图所示, $\triangle A_3B_3C_3$ 即为所求

27 (1) 如图所示 (2) $S_1 = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2$ (3) $a=2, b=4$

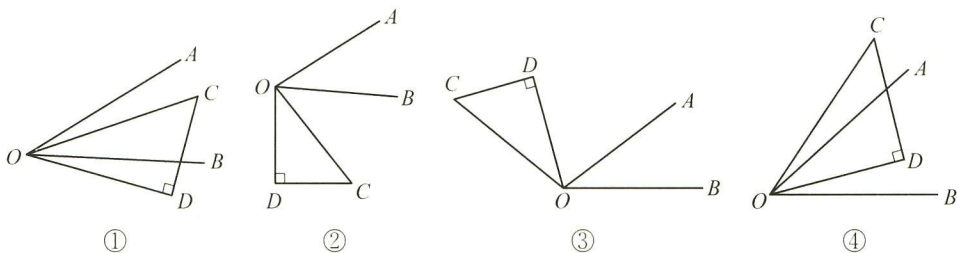


第 26 题图



第 27 题图

28 (1) 20° (2) 21° (3) 能, 当旋转的时间为 $\frac{10}{3}$ s 或 30 s 或 90 s 或 $\frac{350}{3}$ s 时, 由射线 OA 、 OB 、 OC 、 OD 所组成的角能构成内半角 [提示: 如图所示, 分类讨论]



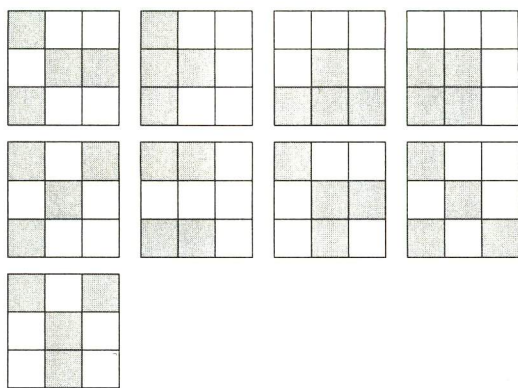
第 28 题图

期末练习三

1 C 2 C 3 C 4 D 5 A 6 A

7 8 8 $-3x + 2y - \frac{1}{6}$ 9 $m < -1$ 且 $m \neq -2$ 10 13 11 -2 12 ± 1 13 13

14 $a = \frac{3}{2}b$ 15 45 16 ② 17 9 [提示: 如图所示] 18 4



第 17 题图

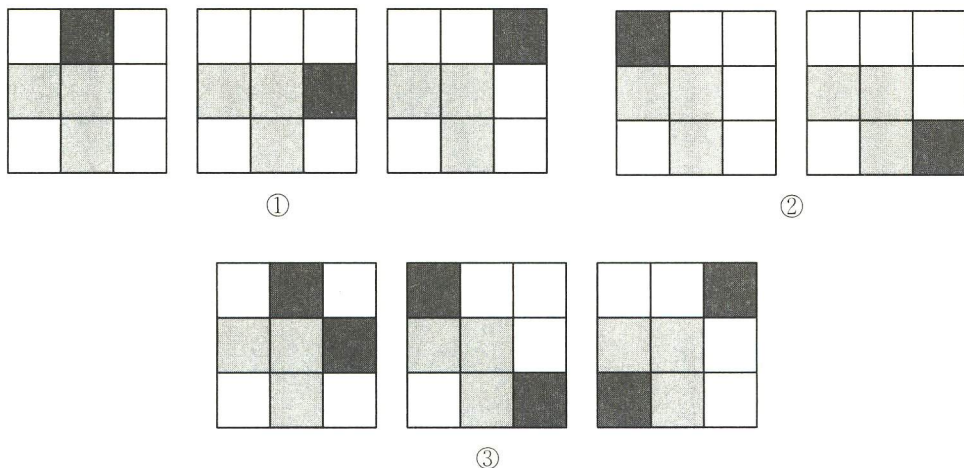
19 $-10\frac{1}{4}$ 20 y 21 $(a-b)(a+2)(a-2)$ 22 $(a-b-1)(a-b-2)$

23 $m \geq 1$ 且 $m \neq 3$ 24 化简得 $\frac{x-3}{x-2}; \frac{5}{3}$

25 A 品牌的呼吸机每台的进价是 2 万元, B 品牌的呼吸机每台的进价是 1.8 万元。

26 (1) 如图①, 画出其中一种即可 (2) 如图②, 画出其中一种即可

(3) 如图③, 画出其中一种即可



第 26 题图

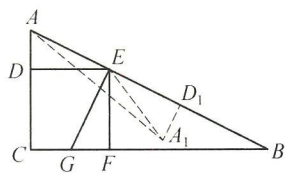
27 (1) 16 [提示: $S_{\text{四边形}ACGE} = S_{\triangle ADE} + S_{\text{四边形}DCGE} = S_{\triangle GFE} + S_{\text{四边形}DCGE} = S_{\text{正方形}DCFE} = DC^2 = 16$]

(2) 设旋转角为 n° , 则 $l_1 = \frac{n\pi \cdot AE}{180}$, $l_2 = \frac{n\pi \cdot DE}{180}$, 因为 $l_1 : l_2 = 3 :$

$$2, \text{ 所以 } \frac{\frac{n\pi \cdot AE}{180}}{\frac{n\pi \cdot DE}{180}} = \frac{AE}{DE} = \frac{3}{2}, \text{ 因为 } DE = 4, \text{ 所以 } AE = 6, \text{ 所以 } AD_1 =$$

$$AE + D_1E = AE + DE = 10.$$

28 (1) 104° (2) ① 由折叠可知: $\angle AEB = \angle GEB$, $\angle DEC = \angle FEC$, 因为 $\angle AEF +$



第 27 题图

$\angle DEF = 180^\circ$, 所以 $\angle BEC = \angle BEF + \angle CEF = \frac{1}{2}(\angle AEF + \angle DEF) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$ 。

② 因为 $\angle GEF = 10^\circ$, 所以 $\angle AEG + \angle DEF = 180^\circ - 10^\circ = 170^\circ$ 。

由折叠可知: $\angle BEG = \frac{1}{2}\angle AEG$, $\angle CEF = \frac{1}{2}\angle DEF$,

所以 $\angle BEG + \angle CEF = \frac{1}{2}(\angle AEG + \angle DEF) = \frac{1}{2} \times 170^\circ = 85^\circ$,

所以 $\angle BEC = \angle BEG + \angle CEF + \angle GEF = 85^\circ + 10^\circ = 95^\circ$ 。

(3) 由题知, 设 $\angle ACH = x$, $\angle BCH = 2x$,

由折叠可知: $\angle MCF = \angle BCH = 2x$, 所以 $\angle FCA = \angle FCM + \angle BCH + \angle ACH = 5x$,

由折叠可知: $\angle DCA = \angle FCA = 5x$, 所以 $\angle BCD = \angle BCH + \angle ACH + \angle DCA = 8x$,

因为 $\angle BCD = 90^\circ$, 所以 $8x = 90^\circ$, 解得 $x = 11.25^\circ$,

所以 $\angle ACB = 3x = 3 \times 11.25^\circ = 33.75^\circ$ 。