




华东师大版

本社 组编

课练

七年级数学 (第二学期)

配上海新教材

 华东师范大学出版社



图书在版编目(CIP)数据

华东师大版一课一练. 七年级数学 第二学期/本社
组编. —5 版. —上海: 华东师范大学出版社, 2024.

ISBN 978-7-5760-5521-4

I. G634

中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024JA9805 号

HUADONGSHIDA BAN YIKEYILIAN

华东师大版一课一练

七年级数学(第二学期)

组编者 本社
总策划 孔令志
项目编辑 应向阳
责任编辑 石战
责任校对 时东明
装帧设计 刘怡霖 何莎莎
责任发行 余洁

出版发行 华东师范大学出版社
社址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网址 www.ecnupress.com.cn
电话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印刷者 浙江临安曙光印务有限公司
开本 889 毫米×1194 毫米 1/16
印张 14
字数 329 千字
版次 2025 年 1 月第 5 版
印次 2025 年 1 月第 1 次
书号 ISBN 978-7-5760-5521-4
定价 45.00 元

出版人 王 熠

(如发现本版图书有印订质量问题, 请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

如发现图书内容有差错,
或有更好的建议, 请扫描
下面的二维码联系我们。



目 录

第 15 章 一元一次不等式

15.1(1) 不等式性质(1)(2)	1
15.1(2) 不等式性质(3)(4)(5)	3
15.2(1) 不等式的解和解集	5
15.2(2) 解一元一次不等式	7
15.2(3) 一元一次不等式的应用	9
习题 15.1—15.2	11
15.3(1) 一元一次不等式组(1)	13
15.3(2) 一元一次不等式组(2)	15
习题 15.3	18
单元练习十五	21

第 16 章 相交线与平行线

16.1(1) 对顶角	25
16.1(2) 垂线	28
16.2(1) 平行公理	30
16.2(2) 平行线的判定与性质(1)	32
16.2(3) 平行线的判定与性质(2)	35
16.2(4) 平行线的判定与性质(3)	38
16.2(5) 平行线的判定与性质(4)	41
16.2(6) 平行线的判定与性质(5)	44
习题 16.1—16.2	47
16.3(1) 命题	51
16.3(2) 证明	54
习题 16.3	57
单元练习十六	60

第 17 章 三角形

17.1(1) 三角形的有关概念(1)	65
17.1(2) 三角形的有关概念(2)	67
17.2(1) 三角形的内角和	69



17.2(2) 三角形的外角及其性质(1)	71
17.2(3) 三角形的外角及其性质(2)	74
习题 17.1—17.2	77
17.3 全等三角形的概念与性质	80
17.4(1) 三角形全等的判定(1)	82
17.4(2) 三角形全等的判定(2)	85
17.4(3) 三角形全等的判定(3)	88
17.4(4) 三角形全等的判定(4)	91
17.4(5) 三角形全等的判定(5)	94
17.4(6) 三角形全等的判定(6)	97
17.4(7) 三角形全等的判定(7)	99
17.4(8) 三角形全等的判定(8)	102
习题 17.3—17.4	105
单元练习十七	108

第18章 等腰三角形

18.1(1) 等腰三角形的性质(1)	112
18.1(2) 等腰三角形的性质(2)	115
18.2(1) 等腰三角形的判定(1)	117
18.2(2) 等腰三角形的判定(2)	120
18.3 等边三角形	124
习题 18.1—18.3	127
18.4(1) 线段的垂直平分线(1)	130
18.4(2) 线段的垂直平分线(2)	133
习题 18.4	136
单元练习十八	140
期中练习一	145
期中练习二	150
期末练习一	155
期末练习二	161
附录 参考答案	167



第 15 章 一元一次不等式

15.1(1) 不等式性质(1)(2)

一、选择题

- 1 下列各式中,是不等式的是()。
- (A) $x=3$ (B) $x-1>0$ (C) $x+y=1$ (D) $4x+5$
- 2 据气象台预报,某年 5 月某日最高气温 33°C ,最低气温 19°C ,则当天气温 $t(^{\circ}\text{C})$ 的变化范围是()。
- (A) $t \geq 19^{\circ}\text{C}$ (B) $t \leq 33^{\circ}\text{C}$ (C) $19^{\circ}\text{C} < t < 33^{\circ}\text{C}$ (D) $19^{\circ}\text{C} \leq t \leq 33^{\circ}\text{C}$
- 3 下列不等式中,对任何有理数都成立的是()。
- (A) $x-3>0$ (B) $|x+1|>0$ (C) $(x+5)^2>0$ (D) $-(x-5)^2 \leq 0$

二、填空题

- 4 用不等式表示“8 与 y 的 2 倍的差是非负数”:_____。
- 5 用不等式表示“ x 的一半减去 3 所得的差小于或等于 -5”:_____。
- 6 用不等式表示“ a 的平方与 b 的平方的和不小于 a 与 b 的积的 4 倍”:_____。
- 7 下列式子:① $2>0$;② $4x+y \leq 1$;③ $x+3=0$;④ $y-7$;⑤ $m-2.5>3$,其中是不等式的有_____ (填序号)。
- 8 在下列各题中的横线处,填上“ $>$ ”“ $<$ ”“ \geq ”或“ \leq ”:
- (1) $-\frac{3}{4}$ _____ $-\frac{4}{3}$;
- (2) $(-1)^2$ _____ $(-2)^2$;
- (3) $2x^2+1$ _____ 0 ;
- (4) $-|-a|$ _____ 0 。
- 9 已知关于 x 的方程 $3x-a=x-5$ 的解是正数,那么 a 的最小整数解是_____。



- 10 【阅读材料】比较两数大小的方法:若 $a-b>0$,则 $a>b$;若 $a-b=0$,则 $a=b$;若 $a-b<0$,则 $a<b$ 。反之也成立。这种方法称为“作差法”。

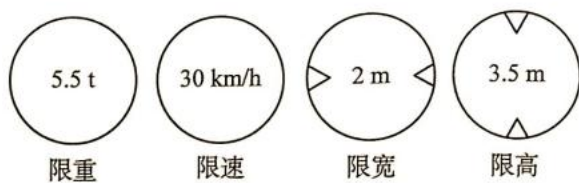
请运用“作差法”解决问题:制作某产品有两种用料方案,方案一:用 4 块 A 型钢板,8 块 B 型钢板;方案二:用 3 块 A 型钢板,9 块 B 型钢板。方案一的总面积记为 S_1 ,方案二的总面积记为 S_2 ,已知每块 A 型钢板的面积比每块 B 型钢板的面积小,那么 S_1 _____ S_2 。(填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)

三、解答题

- 11 一种药品的说明书上写着:“每日用量 $120 \sim 180 \text{ mg}$,分 $3 \sim 4$ 次服完。”一次服用这种药的剂量在什么范围?



12 在公路上,同学们常看到如图所示的不同的交通标志图形,它们有着不同的意义。设汽车总重为 x ,速度为 y ,宽度为 l ,高度为 h ,请用不等式表示图中各种标志的意义。



第 12 题图

13 在数轴上有 A 、 B 两点,其中点 A 所对应的数是 a ,点 B 所对应的数是 1。已知 A 、 B 两点的距离小于 3。

(1) 请将“ A 、 B 两点的距离小于 3”用不等式表示;

(2) 数 -3 、 0 、 4 所对应的点到点 B 的距离都小于 3 吗?



14 (1) 比较 $4m$ 与 $m^2 + 4$ 的大小(用等号或不等号填空):

当 $m = 3$ 时, $4m$ _____ $m^2 + 4$;

当 $m = 2$ 时, $4m$ _____ $m^2 + 4$;

当 $m = -3$ 时, $4m$ _____ $m^2 + 4$ 。

(2) 无论 m 取什么值, $4m$ 与 $m^2 + 4$ 总有上面的大小关系吗? 试说明理由。

(3) 比较 $x^2 + 2$ 与 $2x^2 + 4x + 6$ 的大小关系,并说明理由。



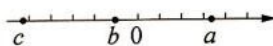
15.1(2) 不等式性质(3)(4)(5)

一、选择题

- 1 如果 $a > b$, 那么下列不等式中一定成立的是()。
- (A) $a + 1 > b + 1$ (B) $a - 1 < b - 1$
 (C) $2a < 2b$ (D) $-2a > -2b$
- 2 下列说法中正确的是()。
- (A) 如果 $a^2 > 0$, 那么 $a > 0$ (B) 如果 $a^2 > a$, 那么 $a > 0$
 (C) 如果 $a < 1$, 那么 $a^2 < a$ (D) 如果 $a < 0$, 那么 $a^2 > a$
- 3 设 a 是大于 1 的有理数, 如果 a 、 $\frac{a+2}{3}$ 、 $\frac{2a+1}{3}$ 在数轴上对应的点分别为 A、B、C, 那么这三个点在数轴上从左到右的顺序依次是()。
- (A) C、B、A (B) B、C、A
 (C) A、B、C (D) C、A、B

二、填空题

- 4 用适当的不等号填空:
- (1) 当 $x < y$ 时, $y - x$ _____ 0;
 (2) 当 $x > 0, y$ _____ 0 时, $\frac{x}{y} < 0$;
 (3) 当 $x > 0, y$ _____ 0 时, $xy \geq 0$ 。
- 5 根据不等式的基本性质, 可将“ $mx < 2$ ”化为“ $x > \frac{2}{m}$ ”, 那么 m 的取值范围是_____。
- 6 有理数 a, b, c 在数轴上所对应的点的位置如图所示, 用适当的不等号填空:
- (1) $c + b$ _____ $b + a$; (2) ac _____ 0;
 (3) $\frac{a}{b}$ _____ 0; (4) $\frac{c}{b}$ _____ 1。
- 7 用适当的不等号填空:
- (1) 如果 $-3x > -3y$, 那么 $-5x$ _____ $-5y$;
 (2) 如果 $x - 2y > x$, 那么 y _____ 0;
 (3) 如果 $x < y$, 那么 $-\frac{2}{3}x + 1$ _____ $-\frac{2}{3}y + 1$;
 (4) 如果 $x > 0, y < 0, z < 0$, 那么 $(x - y)z$ _____ 0。
- 8 如果 $a < b < 0$, 那么 $m, m - a, m - b$ 三个数之间的大小关系是_____。
 (用“ $<$ ”号连接)。



第 6 题图

- 9 如果 $-1 < x \leq 2$ 且 $2x - y = 1$, 那么 y 的取值范围是_____。



三、解答题

10 根据不等式的基本性质,把下列不等式化成“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式:

(1) $4x > 3x + 5$;

(2) $-2x < 16$ 。

11 已知有理数 a 、 b 同时满足:① $ab < 0$; ② $a(b+1) > 0$ 。试求 b 的取值范围。



12 设 $a > 0 > b > c$, 且 $a + b + c = 1$, 如果 $M = \frac{b+c}{a}$, $N = \frac{a+c}{b}$, $P = \frac{a+b}{c}$, 试比较 M 、 N 、 P 的大小。

13 与几何证明一样,代数推理也需要有理有据。

(1) 填空:已知 x 、 y 满足 $x > y > 0$, 求证: $x^2 > y^2$ 。

证明:因为 $x > y > 0$, 所以 $x + y > 0$, $x - y > 0$ 。

所以 $(x + y)(x - y) > 0$ ()。

因为 $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$ (),

所以 $x^2 - y^2 > 0$ 。

所以 $x^2 > y^2$ ()。

(2) 当 $a > b > 0$ 时,求证: $a^2 + b^2 > 2ab$ 。

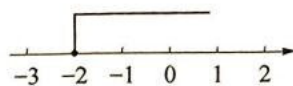


15.2(1) 不等式的解和解集

一、选择题

1 如图,数轴上表示的不等式的解集是()。

- (A) $x > -2$
 (B) $x < -2$
 (C) $x \geq -2$
 (D) $x \leq -2$



第 1 题图

2 有下列结论:①3 是不等式 $x - 1 > 1$ 的一个解;② $x > 5$ 是不等式 $x + 4 > 8$ 的解集;③ -1 是不等式 $x + 1 \geq 0$ 的一个解;④不等式 $x < 11$ 的正整数解有无数个。其中,正确的个数是()。

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

3 下列说法中,正确的是()。

- (A) 如果 $ax > 3$,那么 $x > \frac{3}{a}$ (B) 如果 $-2x > 3$,那么 $x > -\frac{3}{2}$
 (C) 如果 $\frac{1}{2}x < -3$,那么 $x > -6$ (D) 如果 $\frac{1}{2}x > 3$,那么 $x > 6$

二、填空题

4 写出一个解集为 $x \geq -4$ 的一元一次不等式:_____。

5 如果 $(m + 1)x^{|m|} + 2 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式,那么 $m =$ _____。

6 下列数值 $-2, -1.5, -1, 0, 1, 1.5, 2$ 中能使 $1 - 2x > 0$ 成立的个数有_____个。

7 如果 $mx - 8 \leq 4 - 2x$ 是关于 x 的一元一次不等式,那么 m 的取值范围是_____。

8 鱼缸里饲养 A、B 两种鱼,A 种鱼生长温度($x^\circ\text{C}$)的范围是 $19 \leq x \leq 25$,B 种鱼生长温度($y^\circ\text{C}$)的范围是 $20 \leq y \leq 26$,写出一个你认为适宜两种鱼生长的温度:_____。

9 如果 $a < 3$,那么不等式 $(a - 3)x < a - 3$ 的解集为_____。



10 如果不等式 $2x < 4$ 的解都能使不等式 $x - a < 5$ 成立,那么 a 的取值范围是_____。

三、解答题

11 求下列不等式的解集,并将解集在数轴上表示出来:

(1) $5x - 1 < 3\frac{1}{2}$;

(2) $7x + 24 \geq 45$;



$$(3) -\frac{6}{7}x - 1.2 < 3\frac{3}{5};$$

$$(4) 6 - 3x < x + 8.$$

⑫ 分别写出一个满足下列条件的不等式。

(1) -2 、 -1 、 0 都是不等式的解；

(2) 不等式的非正整数解只有 -2 、 -1 、 0 。

⑬ 已知关于 x 的方程 $\frac{3x - 2m}{2} = \frac{m}{4} - \frac{1}{3}$ 的解为非负数，求 m 的取值范围。



⑭ 已知关于 x 的两个不等式：① $\frac{3x + a}{2} < 1$ ，② $1 - 3x > 0$ 。

(1) 若两个不等式的解集相同，求 a 的值；

(2) 若不等式①的解都是不等式②的解，求 a 的取值范围。



15.2(2) 解一元一次不等式

一、选择题

① 关于 x 的不等式 $(a-5)x > a-5$ 的解集是 $x < 1$, 那么 a 的取值范围在数轴上表示正确的是()。



② 不等式 $2(x-2) \leq x-2$ 的非负整数解有()个。

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

③ 关于 x 的方程 $4x - 2m + 1 = 5x - 8$ 的解是非负数, 那么 m 的取值范围是()。

- (A) $m \leq 0$ (B) $m \geq \frac{9}{2}$ (C) $m \leq \frac{9}{2}$ (D) $m > 0$

二、填空题

④ 当 k 为_____时, 不等式 $(k+3)x^{|k|-2} > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式。

⑤ 不等式 $3x - 5 > 5x - 13$ 的非负整数解为_____。

⑥ 如果 $\frac{2(2x-3)}{3}$ 的值大于 1, 那么 x 的取值范围是_____。

⑦ 如果 x 满足不等式 $2(2-x) < 1$, 那么 $|3-2x| =$ _____。

⑧ 已知关于 x 的方程 $4(a-1) = 3a + x - 9$ 的解为非负数, 那么 a 的取值范围是_____。

⑨ 如果不等式 $\frac{x+2}{2} < x - \frac{x-5}{3}$ 的解都能使不等式 $x > 2m+3$ 成立, 那么 m 的取值范围是_____。

⑩ 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x-2y=3k, \\ 2x+y=k+4 \end{cases}$ 满足 $x+3y \geq 0$, 那么 k 的最大值是_____。

三、解答题

⑪ 解下列不等式:

(1) $2x - 1 \geq -3(4 - 3x)$;

(2) $2(1-x) + 3(-1-x) \geq 6 - (3x+2)$;



(3) $\frac{2x-1}{3} + 1 \geq x - \frac{5-3x}{2}$ 。

12 已知 $a = \frac{x+4}{3}$, $b = \frac{2x-7}{4}$, 并且 $2b \leq \frac{5}{2} < a$, 求 x 的取值范围。



13 已知关于 x 的不等式 $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 的解集是 $x < -\frac{1}{3}$, 求关于 y 的不等式 $(a-3b)y > 2a-b$ 的解集。

14 已知关于 a 的方程 $2(a-2) = a+4$ 的解也是关于 x 的方程 $2(x-3) - b = 7$ 的解。

(1) 求 a 、 b 的值;

(2) 求关于 x 的不等式 $ax - 1 \geq \frac{18x-5}{2} - b$ 的最大整数解。



15.2(3) 一元一次不等式的应用

一、选择题

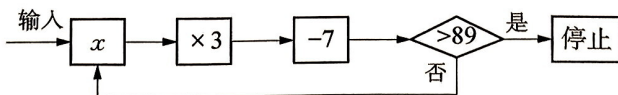
- ① 某种商品进价为 800 元, 标价 1200 元, 由于该商品积压, 商店准备打折销售, 但要保证利润率不低于 5%, 则最多可以打()。
- (A) 八折 (B) 七五折
(C) 七折 (D) 四折
- ② 一次生活常识知识竞赛共有 20 道题, 规定答对一道得 10 分, 答错或不答一道扣 5 分, 乐乐想要在这次竞赛中的得分不低于 80 分, 则他至少要答对的题数是()。
- (A) 15 道 (B) 14 道
(C) 13 道 (D) 12 道
- ③ 小红读一本 300 页的书, 计划 10 天内读完, 前 5 天因各种原因只读了 100 页, 为了按计划读完, 从第六天起平均每天至少要读多少页? 设第六天起平均每天要读 x 页, 根据题意可列不等式是()。
- (A) $100 + 4x \geq 300$ (B) $100 + 5x \geq 300$
(C) $100 + 6x \geq 300$ (D) $100 + 6x > 300$

二、填空题

- ④ 关于 x 的不等式 $ax + 2 > 5$ 的解集为 $x < \frac{3}{a}$, 那么 a 的取值范围是_____。
- ⑤ 不等式 $3(2x + 1) \leq 2 + 2x$ 的最大整数解是_____。
- ⑥ 学校为组织七年级的 234 名同学去春游, 租用了某公交公司的几辆公共汽车。如果每辆汽车坐 30 人, 则最后一辆车不空也不满。他们共租了_____辆公共汽车。
- ⑦ 某汽车行驶前, 油箱中有油 55 升, 已知该汽车每千米耗油 0.1 升, 为了保证行车安全, 油箱中至少需存油 5 升, 则该汽车最多行_____千米后就需加油。
- ⑧ 定义新运算: 对于任意数 a 、 b 均有 $a \ast b = a(a - b) + 1$, 则不等式 $4 \ast x \geq 1$ 的解集为_____。



- ⑨ 对于一个数 x , 按如图所示的程序进行操作, 规定: 程序运行从“输入一个数 x ”到“结果是否大于 89?”为一次操作, 如果只进行一次就停止, 那么 x 的取值范围是_____。



第 9 题图



- ⑩ 已知一个两位数, 个位上的数字与十位上的数字之和为 8, 将其个位上的数字与十位上的数字对调后组成一个新的两位数。如果原两位数与 18 的和不大于新两位数, 那么满足条件的两位数可能是_____。



三、解答题

11 小凡借到一本 108 页的图书,要在 10 天之内读完,开始 3 天每天只读 8 页,在剩下的时间里,小凡平均每天至少要读多少页才能按时读完这本图书?(假设每天读的页数为整数页)

12 有 A、B 两种型号的钢丝,每根 A 型钢丝的长度比每根 B 型钢丝少 3 厘米,现取这两种型号的钢丝各两根分别做长方形框的长和宽,焊接成周长不小于 2.1 米的长方形钢丝框。

(1) 设每根 B 型钢丝长为 x 厘米,按题意列出不等式;

(2) 如果每根 B 型钢丝的长度有以下四种选择:45 厘米、50 厘米、55 厘米、58 厘米,那么哪些合适? 哪些不合适?

13 一水果经销商购进了 A、B 两种水果各 10 箱,分配给他的甲、乙两个零售店(分别简称甲店、乙店)销售(整箱配货),预计每箱水果的盈利情况如右表。

	A 种水果/(元/箱)	B 种水果/(元/箱)
甲店	11	17
乙店	9	13

(1) 如果按照“甲、乙两店各配货 10 箱,其中 A 种水果两店各 5 箱,B 种水果两店各 5 箱”的方案配货,请你计算出经销商能盈利多少元?

(2) 如果按照“甲、乙两店盈利相同配货”的方案配货,请写出一种配货方案:A 种水果甲店____箱,乙店____箱;B 种水果甲店____箱,乙店____箱,并根据你填写的方案计算出经销商能盈利多少元?

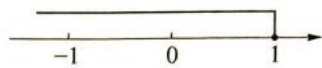
(3) 在甲、乙两店各配货 10 箱,且保证乙店盈利不小于 115 元的条件下,请你设计出使水果经销商盈利最大的配货方案,并求出最大盈利为多少元。



习题 15.1—15.2

一、选择题

- 1 下列不等式的一个解为 $x=2$ 的是()。
- (A) $x+3 < 4$ (B) $\frac{1}{3}x > 3$ (C) $2x-1 < 3$ (D) $3x+5 > 10$
- 2 如图,数轴上所表示的解集对应的不等式是()。
- (A) $x+1 \geq 0$ (B) $2(x+1) < 4$
 (C) $x-1 > 0$ (D) $2(x-1) \leq 0$
- 3 某种商品的进价为 500 元,标价为 750 元,商店要求以利润率不低于 5% 的售价打折出售。设商店在标价的基础上打 x 折出售商品,那么 x 满足的条件是()。
- (A) $750 \cdot \frac{x}{10} \geq 500 \times 5\%$ (B) $750 \cdot \frac{x}{10} \geq 500 \times (1+5\%)$
 (C) $750 \cdot \frac{x}{10} \leq 500 \times 5\%$ (D) $750 \cdot \frac{x}{10} \leq 500 \times (1+5\%)$



第 2 题图

二、填空题

- 4 如果 $0 < a < 1$, 那么 a 、1 和 $\frac{1}{a}$ 的大小关系(用“ $<$ ”连接)是_____。
- 5 如果 $(n-2)y^{n^2-3} + 29 > 0$ 是关于 y 的一元一次不等式,那么 n 的值为_____。
- 6 当代数式 $\frac{3m+4}{2} - \frac{2m-4}{3}$ 的值是非负数时, m 的取值范围是_____。
- 7 已知不等式 $2x - k \geq 0$ 的负整数解是 -1 , 那么 k 的取值范围是_____。
- 8 如果关于 x 的不等式 $mx - n > 0$ 的解集是 $x < \frac{1}{4}$, 那么关于 x 的不等式 $(m-n)x > m+n$ 的解集是_____。
- 9 一辆公交车每月的支出费用为 3000 元,乘车平均票价为 2 元/人,当每月乘客量达到_____人以上时,该公交车才不会亏损。
- 10 某网店护眼灯的进价为 240 元,标价 320 元出售。“6·18”期间,网店为扩大销量,如果计划以利润率不低于 20% 的价格降价出售,那么该护眼灯最多可降价_____元。

三、解答题

- 11 解不等式 $\frac{x+1}{2} + \frac{x-1}{3} \leq 1$, 并把解集在数轴上表示出来。

12 已知不等式 $5x - 2 < 6x + 1$ 的最小正整数解是方程 $3x - \frac{3}{2}ax = 6$ 的解, 求 a 的值。

13 某住宅小区计划购买并种植甲、乙两种树苗共 300 株。已知甲种树苗每株 60 元, 乙种树苗每株 90 元。

(1) 若购买树苗共用去 21 000 元, 问: 甲、乙两种树苗应各买多少株?

(2) 据统计, 甲、乙两种树苗每株对空气的净化指数分别为 0.2 和 0.6, 如果要保证该小区的空气净化指数之和不低于 90, 那么甲树苗最多可以买多少株?



14 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x + 2y = 3m - 1, \\ x - y = 9m + 2. \end{cases}$

(1) 如果此方程组的解是二元一次方程 $2x + 3y = 16$ 的一组解, 求 m 的值;

(2) 如果此方程组的解满足不等式 $2x + y > 6$, 求 m 的取值范围。



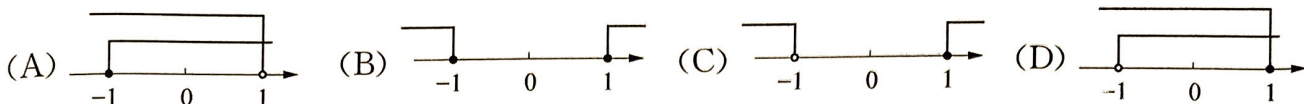
15.3(1) 一元一次不等式组(1)

一、选择题

1 下列不是一元一次不等式组的是()。

(A) $\begin{cases} x > 3, \\ x < 1 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} 3x > 7, \\ 2x - 1 < 5 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x - 2 > 3, \\ y + 2 < 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} 5x - 7 > 3, \\ 2x > 1 \end{cases}$

2 不等式组 $\begin{cases} x - 1 < 0, \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是()。



3 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x < 2, \\ x \geq m, \end{cases}$ 给出下列推断:

- ① 当 $m = -3$ 时, 不等式组的解集是 $-3 \leq x < 2$;
- ② 若不等式组的解集是 $0 \leq x < 2$, 则 $m = 0$;
- ③ 若不等式组无解, 则 $m > 2$;
- ④ 若不等式组的整数解只有 $-1, 0, 1$, 则 $-2 < m \leq -1$.

其中正确推断的序号是()。

- (A) ①②③ (B) ①②④ (C) ①③④ (D) ①②③④

二、填空题

4 不等式组 $\begin{cases} x < 3, \\ x \geq -2 \end{cases}$ 的解集是_____。

5 不等式组 $\begin{cases} x + 2 < -1, \\ x - 1 < 3 \end{cases}$ 的解集是_____。

6 已知不等式组 $\begin{cases} x > a, \\ x > 3 \end{cases}$ 的解集为 $x > 3$, 写出一个满足题意的 a 的值:_____。

7 写出一个解集为 $-1 < x \leq 2$ 的一元一次不等式组:_____。

8 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - a > 0, \\ 1 - x > 0 \end{cases}$ 的整数解共有 4 个, 则 a 的取值范围是_____。

9 如果有理数 m 满足 $-1 < m \leq 2$, 那么关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - 5 < 0, \\ x - m \geq 0 \end{cases}$ 的所有整数解的和为_____。

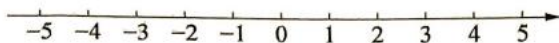


10 定义: 对于有理数 a , 符号 $[a]$ 表示不大于 a 的最大整数。例如: $[6.7] = 6$, $[5] = 5$, $[-2.3] = -3$ 。如果 $[a] = -2$, 那么 a 的取值范围是_____。



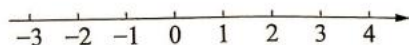
三、解答题

- 11 解不等式组 $\begin{cases} x + 2 < 3, \\ 2x \leq 5x + 6, \end{cases}$ 并把它的解集在数轴上表示出来。



- 12 已知不等式组 $\begin{cases} x + 3 \geq 5, \\ 2 - x > m. \end{cases}$

(1) 当 $m = -1$ 时, 求出此时不等式组的解集并表示在数轴上;



(2) 要使不等式组无解, 直接写出 m 的取值范围。

- 13 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x + y = 3a + 9, \\ x - y = 5a + 7 \end{cases}$ 的解均为正数。

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 化简: $|2a + 5| - |a - 1|$ 。



- 14 同学们已经学习了有理数乘法、不等式组与方程组的知识, 它们之间有着一定的逻辑关联, 请解决以下问题:

【阅读理解】解不等式 $(x + 1)(x - 3) > 0$ 。

解: 根据两数相乘, 同号得正, 原不等式可以转化为 $\begin{cases} x + 1 > 0, \\ x - 3 > 0, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x + 1 < 0, \\ x - 3 < 0. \end{cases}$

解不等式组 $\begin{cases} x + 1 > 0, \\ x - 3 > 0, \end{cases}$ 得 $x > 3$; 解不等式组 $\begin{cases} x + 1 < 0, \\ x - 3 < 0, \end{cases}$ 得 $x < -1$ 。

所以原不等式的解集为 $x > 3$ 或 $x < -1$ 。

【问题解决】(1) 根据以上材料, 不等式 $(x - 2)(x + 3) < 0$ 的解集为 _____;

(2) 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} x + y = 3 - m, \\ x - y = 3m - 1 \end{cases}$ 的解满足 $xy > 0$, 求 m 的取值范围。



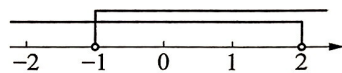
15.3(2) 一元一次不等式组(2)

一、选择题

- 1 不等式组 $\begin{cases} x - 2 < 0, \\ -2x - 1 \leq 1 \end{cases}$ 的最大整数解是()。
- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1
- 2 某数与 2 的和比 1 大,且它的两倍与 3 的差不大于 5,符合题意的不等式组是()。
- (A) $\begin{cases} x + 2 > 1, \\ 2x - 3 < 5 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + 2 > 1, \\ 2x - 3 > 5 \end{cases}$
- (C) $\begin{cases} x + 2 \geq 1, \\ 2x - 3 \leq 5 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + 2 > 1, \\ 2x - 3 \leq 5 \end{cases}$
- 3 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x + 5 < 4x + 1, \\ x - k > 1 \end{cases}$ 的解集是 $x > 2$,那么 k 的取值范围是()。
- (A) $k \leq 1$ (B) $k < 1$ (C) $k \geq 1$ (D) $k > 1$

二、填空题

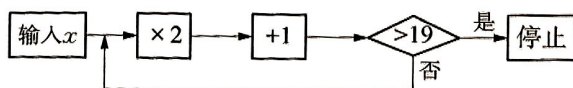
- 4 写出一个解集在如图所示的数轴上的不等式组:_____。
- 5 不等式组 $\begin{cases} 2x + 1 > x, \\ 3x - 2 \leq 4 \end{cases}$ 的解集是_____。
- 6 已知不等式组 $\begin{cases} x - a > 2, \\ x + 1 < b \end{cases}$ 的解集是 $-1 < x < 1$,那么 $a + b =$ _____。
- 7 已知不等式组 $\begin{cases} x + 6 < 4x - 3, \\ x > m \end{cases}$ 的解集是 $x > 3$,那么 m 的取值范围是_____。
- 8 在学校读书节活动中,老师把一些图书分给勤奋小组的同学们。如果每人分 5 本,那么剩余 12 本;如果每人分 8 本,那么最后一人虽分到书但不足 8 本,勤奋小组一共有多少人? 设勤奋小组有 x 人,则可列不等式组为_____。
- 9 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x - a \geq 3(x - 2), \\ -2x < 4, \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解,那么 a 的取值范围是_____。



第 4 题图



- 10 运行程序如图所示,规定:从“输入 x ”到判断结果“是否 > 19 ”为一次操作。



第 10 题图

如果程序运行了两次才停止,那么 x 的取值范围是_____。



三、解答题

11 解不等式组,并把解集在数轴上表示出来:

$$(1) \begin{cases} 2x + 5 \leq 3x + 6, \\ 4(x - 1) < 2x; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 5x - 6 \leq 2(x + 3), \\ \frac{x}{4} - 1 < \frac{x - 3}{3}. \end{cases}$$

12 如果 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2 \end{cases}$ 是关于 x, y 的方程 $(ax + by - 12)^2 + |ax - by + 8| = 0$ 的解,求不等式组

$$\begin{cases} y - a > \frac{13y + 14}{b}, \\ ay - 3 < y + 3 \end{cases} \text{ 的解集.}$$

13 某工厂计划生产 A、B 两种产品共 10 件,其生产成本和利润如下表。

	A 种产品	B 种产品
成本/(万元/件)	2	5
利润/(万元/件)	1	3

(1) 若工厂计划获利 14 万元,问:A、B 两种产品应分别生产多少?

(2) 若工厂计划投入资金不多于 34 万元,且获利多于 14 万元,问:工厂有哪几种生产方案?



14 阅读与思考。

【材料】求不等式组的解集，就是求各个不等式的解集的公共部分。

例：解不等式组 $\begin{cases} x > -1, \\ x > 2, \end{cases}$ 可化简得解集为 $x > 2$ 。

【推广】不等式组 $\begin{cases} x > a, \\ x > b \end{cases}$ ($a > b$) 的解集可化简为 $x > a$ 。

【应用 1】若不等式组 $\begin{cases} x > m, \\ x > 3 \end{cases}$ 的解集可化为 $x > 3$ ，则 m 的取值范围是_____；

【应用 2】若不等式组 $\begin{cases} \frac{x+1}{2} > -1, \\ 1+2(x-a) \leq 3 \end{cases}$ 的解集中恰有 4 个整数，试给出 a 的一个可能的取值，

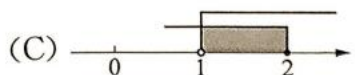
并说明理由。



习题 15.3

一、选择题

① 不等式组 $\begin{cases} 1+3x \leq 7, \\ 5x-2 > 3 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是()。



② 如果不等式组 $\begin{cases} x+a > 0, \\ x-b < 0 \end{cases}$ 的解集为 $-a < x < b$, 那么不等式组 $\begin{cases} x-a < 0, \\ x+b > 0 \end{cases}$ 的解集为()。

(A) $-b < x < a$

(B) $a < x < -b$

(C) $x < a$

(D) $x > -b$

③ 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x+3y=a+4, \\ 3x+y=3a, \end{cases}$ 给出下列结论:

① 当 $a=3$ 时, 方程组的解为 $\begin{cases} x=\frac{5}{2}, \\ y=\frac{3}{2}; \end{cases}$

② 无论 a 为何值, y 的值不变;

③ 当 $-1 \leq x-y < 2$ 时, 则 $1 \leq a < 4$;

④ 当 $2 < a \leq 4$ 时, 则 $\frac{3}{2} < x \leq \frac{7}{2}$ 。

其中正确的个数是()。

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

二、填空题

④ 不等式组 $\begin{cases} 1-x < 0, \\ 2x-1 \geq 2 \end{cases}$ 的最小整数解为_____。

⑤ 不等式组 $\begin{cases} x \leq 3-2x, \\ \frac{1-x}{2} < 1 \end{cases}$ 的解集为_____。

⑥ 如果关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x+1 > a, \\ 2x-6 \leq 0 \end{cases}$ 有解, 那么 a 的取值范围是_____。

⑦ 如果关于 x 、 y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=-4m+5, \\ x+2y=m+4 \end{cases}$ 的解满足 $\begin{cases} x-y > -6, \\ x+y < 8, \end{cases}$ 那么 m 的取值范围是_____。

⑧ 将一箱书分给学生, 若每名学生分 6 本, 则还剩 10 本书; 若每名学生分 8 本, 则最后一名学生虽然分到了书, 但是数量不足 4 本。问: 学生人数为_____人。



9 定义一种新运算： $a \otimes b = a - ab$ ，例如： $2 \otimes 3 = 2 - 2 \times 3 = -4$ 。根据上述定义，不等式

组 $\begin{cases} 2 \otimes x \geq -1, \\ x \otimes 2 \leq 1 \end{cases}$ 的整数解为_____。



10 如果关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} 2x - 4 > 6, \\ x \leq m \end{cases}$ 无解，且关于 y 的方程 $3y - m = -2 - y$ 的解为非负数，那么所有满足条件的整数 m 的和是_____。

三、解答题

11 解下列不等式组：

$$(1) \begin{cases} 3(x+1) > 5x-1, \\ \frac{2x-1}{3} \leq \frac{x-1}{2}; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3(x-1) - x \leq 3, \\ \frac{5x-2}{4} > 1 + \frac{1}{2}x. \end{cases}$$

12 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) + 1 > x + a, \\ \frac{x-4}{2} + 3 \geq x. \end{cases}$

- (1) 当 $a = -2$ 时，求这个不等式组的解集，并把解集在数轴上表示出来；
- (2) 如果不等式组只有 2 个整数解，求 a 的取值范围。



13 【学习背景】我们学习了由两个一元一次不等式组成的不等式组的解法，知道可以借助数轴准确找到不等式组的解集，即两个不等式的解集的公共部分。

【拓展探究】由三个一元一次不等式组成的不等式组的解集是这三个不等式的解集的公共部分。

(1) 直接写出 $\begin{cases} x < 5, \\ x < 3, \\ x > -2 \end{cases}$ 的解集为_____；

(2) 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x < 2, \\ x > -1, \\ x > a \end{cases}$ 无解，那么 a 的取值范围是多少？



14 某商场经销甲、乙两种商品,甲种商品每件进价 15 元,售价 20 元;乙种商品每件进价 35 元,售价 45 元。

(1) 如果该商场同时购进甲、乙两种商品共 100 件,恰好用去 2700 元,那么购进甲、乙两种商品各多少件?

(2) 该商场为使甲、乙两种商品共 100 件的总利润不少于 750 元,且不超过 760 元,请你通过计算求出该商场所有的进货方案。

(3) 在某节假日期间,该商场对甲、乙两种商品进行如下促销活动:


打折前一次性购物总金额	优惠措施
不超过 300 元	不优惠
超过 300 元且不超过 400 元	售价打九折
超过 400 元	售价打八折

按上述优惠条件,如果贝贝第一天只购买甲种商品一次性付款 200 元,第二天只购买乙种商品打折后一次性付款 324 元,那么这两天他在该商场购买甲、乙两种商品各多少件?



单元练习十五

一、选择题

- 1 已知 $a < b < 0$, 那么下列各式中, 正确的是()。
- (A) $3a > 3b$ (B) $a^2 < b^2$
 (C) $-4a + 1 > -4b + 1$ (D) $-\frac{a}{5} < -\frac{b}{5}$
- 2 下列说法中, 不正确的是()。
- (A) 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$ (B) 若 $a > b$, 则 $-\frac{1}{4}a < -\frac{1}{4}b$
 (C) 若 $a > b$, 则 $a - 3 > b - 3$ (D) 若 $-2a > -2b$, 则 $a < b$
- 3 定义新运算“ $*$ ”, 规定 $a * b = a - 2b$ 。若关于 x 的不等式 $x * m > 5$ 的解集为 $x > -1$, 则 m 的值为()。
- (A) -1 (B) -3 (C) 2 (D) 3
- 4 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x - 1 > 0, \\ x - a \leq 0, \end{cases}$ 下列说法中不正确的是()。
- (A) 若它的解集是 $1 < x \leq 4$, 则 $a = 4$
 (B) 当 $a = 1$ 时, 此不等式组无解
 (C) 若它的整数解只有 $2, 3, 4$, 则 $4 \leq a < 5$
 (D) 若不等式组无解, 则 $a \geq 1$
- 5 小明和小亮共下了 10 盘围棋(没有平局), 小明胜一盘记 1 分, 小亮胜一盘记 3 分。当下完第 9 盘后, 小明得分高于小亮; 下完第 10 盘后, 小亮得分高过小明, 小亮最终胜()。
- (A) 1 盘 (B) 2 盘 (C) 3 盘 (D) 4 盘
- 6  《九章算术》中记载“今有共买羊, 人出五, 不足四十五; 人出七, 不足三, 问人数、羊价各几何?”其大意是: 今有人合伙买羊, 若每人出 5 钱, 还差 45 钱; 若每人出 7 钱, 还差 3 钱, 问: 合伙人数、羊价各是多少? 此问题中的人数为()。
- (A) 21 (B) 155 (C) 150 (D) 20

二、填空题

- 7 “ x 的 3 倍不大于 6”, 用不等式表示为_____。
- 8 根据“ x 的 2 倍大于 4, 且 x 的三分之一与 1 的和不大于一”列出的不等式组是_____。
- 9 不等式组 $\begin{cases} 3 - 2x \geq x, \\ 2x + 5 > 1 \end{cases}$ 的解集是_____。
- 10 如果不等式 $(m - 3)x^{|m-2|} + 2 > 0$ 是关于 x 的一元一次不等式, 那么 m 的值为_____。
- 11 若关于 x 的不等式 $(3a - 2)x < 1$ 的解集为 $x < 2$, 则 a 的值为_____。
- 12 若 $x = \frac{a+3}{2}$, $y = \frac{a+2}{3}$, 且 $x > 2 > y$, 则 a 的取值范围是_____。
- 13 若关于 x 的不等式 $2x - 3a + 2 \geq 0$ 的最小整数解为 5, 则 a 的取值范围是_____。



14 如果不等式组 $\begin{cases} x - a > 2, \\ b - 2x > 0 \end{cases}$ 的解集是 $-1 < x < 1$, 那么 $(a + b)^{2025} =$ _____。

15 袋子里有同样大小的红球和黄球各 5 个, 要想摸出的球一定有 2 个同色, 至少要摸出 _____ 个球。

16 商家花费 760 元购进某种水果 80 千克, 销售中有 5% 的水果正常损耗。为了避免亏本, 售价至少应定为 _____ 元/千克。

17 小于 100 的两位正整数, 它的十位比个位数大 4, 这样的两位数有 _____ 个。

18 若方程组 $\begin{cases} x - y = 5a + 1, \\ x + y = 3a + 7 \end{cases}$ 的解 x, y 都是正数, 则 a 的取值范围是 _____。

19 定义一种法则“ \otimes ”如下: $a \otimes b = \begin{cases} a, & a > b, \\ b, & a \leq b. \end{cases}$ 如: $1 \otimes 2 = 2$, 若 $(2m - 5) \otimes 3 = 3$, 则 m 的取值范围是 _____。



20 某班有住宿生若干人, 分住若干间宿舍, 若每间住 4 人, 则还余 10 人无宿舍住; 若每间住 6 人, 则有一间宿舍不空也不满, 该班住宿生有 _____ 人。

三、解答题

21 解不等式组:

$$(1) \begin{cases} 2(x + 1) + x > 5, \\ 3x + 2 \leq 2x - 3; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + 1 \geq -1, \\ \frac{3x - 1}{2} < x + 1. \end{cases}$$

22 x 取哪些整数值时, 不等式 $5x + 2 > 3(x - 1)$ 与 $x - 2 \leq 14 - 3x$ 都成立?

23 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 5x + 1 > 3(x - 1), \\ \frac{1}{2}x \leq 8 - \frac{3}{2}x + 2a \end{cases}$ 恰好有两个整数解, 求 a 的取值范围。



24 酥梨酥脆爽口,山竹酸甜可口,都广受顾客喜爱,某水果商店计划购进山竹和酥梨共 200 千克,已知山竹和酥梨的进价和售价如下表所示:

	进价/(元/千克)	售价/(元/千克)
山竹	12	20
酥梨	4	7

若想要此次山竹和酥梨全部售完的利润不低于 1000 元,则最多可购进酥梨多少千克?

25 某建筑商有钢材 20 吨、木材 12 吨,现计划租用甲、乙两种货车共 8 辆将这批建筑材料全部运往外地销售,已知一辆甲种货车可装钢材 4 吨和木材 1 吨,一辆乙种货车可装钢材和木材各 2 吨。

- 建筑商如何安排甲、乙两种货车可一次性地将这批材料运到销售地? 有几种方案?
- 若甲种货车每辆要付运费 300 元,乙种货车每辆要付运费 240 元,则建筑商应选择哪种方案,能使运费最少? 最少运费是多少?

26 已知关于 x 、 y 的方程组 $\begin{cases} x - y = -5, \\ 2x + y = 6m + 13 \end{cases}$ (m 是常数)。

- 若此方程组的解也是方程 $x - 2y = -7$ 的解,求常数 m 的值;
- 若 x 、 y 满足 $x > 2y$,试化简: $|1 - m| - |m + 2|$;
- 若 x 、 y 满足 $x < -1$, $y > 1$,求 $2x - y$ 的取值范围。





27 我们约定:不等式组 $m < x < n$, $m < x \leq n$, $m \leq x < n$, $m \leq x \leq n$ 的“长度”均为 $d = n - m$ ($m < n$), 不等式组的整数解称为不等式组的“整点”。例如: $-2 < x \leq 2$ 的“长度” $d = 2 - (-2) = 4$, “整点”为 $x = -1, 0, 1, 2$ 。根据该约定, 解答下列问题:

(1) 不等式组 $\begin{cases} 5x + 3 > 3x, \\ 2x - 1 \leq 0 \end{cases}$ 的“长度” $d =$ _____; “整点”为 _____;

(2) 若一元一次不等式组 $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3, \\ ax - 3 < \frac{1}{2}x + 1 \end{cases}$ 的“长度” $d = 2$, 求 a 的取值范围。



28 定义: 如果一元一次方程的解也是一元一次不等式组的解, 那么称该一元一次方程为该不等式组的“相伴方程”。例如: 方程 $2x - 7 = 1$ 的解为 $x = 4$, 不等式组

$\begin{cases} x - 5 < 0, \\ 3x > 6 \end{cases}$ 的解集为 $2 < x < 5$, 因为 $2 < 4 < 5$, 所以称方程 $2x - 7 = 1$ 是不等式组

$\begin{cases} x - 5 < 0, \\ 3x > 6 \end{cases}$ 的相伴方程。

(1) 方程 $2(x - 1) + 9 = 1$ 是不是不等式组 $\begin{cases} x - 3 < 1, \\ x + 2 \leq 0 \end{cases}$ 的相伴方程? 请说明理由。

(2) 若关于 x 的方程 $2x - a = 1$ 是不等式组 $\begin{cases} 3x + 2 > 3 + x, \\ x - 3 \geq 2x - 6 \end{cases}$ 的相伴方程, 求 a 的取值范围。

(3) 若方程 $5x + 10 = 0$ 和 $\frac{2x - 4}{3} = -2$ 都是关于 x 的不等式组 $\begin{cases} kx + 2x < k + 2, \\ x + 3 \geq k \end{cases}$ ($k \neq -2$) 的相伴方程, 求 k 的取值范围。

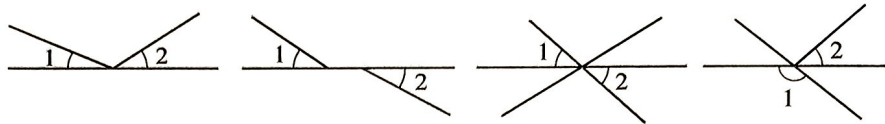


第 16 章 相交线与平行线

16.1(1) 对顶角

一、选择题

1 如图, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是对顶角的图形有()。



第 1 题图

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

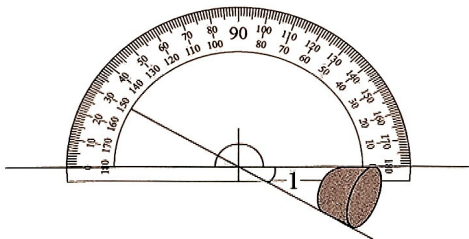
2 如图是一个对顶角量角器, 那么 $\angle 1$ 的大小为()。

(A) 30° (B) 60° (C) 120° (D) 150°

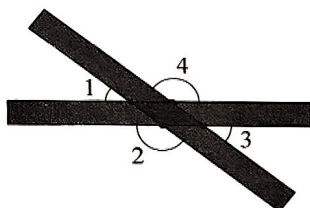
3 下列说法中, 正确的个数有()。

- ① 过两点有且只有一条直线;
- ② 连接两点的线段叫两点间的距离;
- ③ 两点之间, 线段最短;
- ④ 两条直线相交, 只有一个交点;
- ⑤ 相等的角是对顶角;
- ⑥ 有公共顶点的两个角是对顶角。

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个



第 2 题图



第 4 题图

4 如图, 取两根木条 a 、 b , 将它们钉在一起, 得到一个相交的模型。转动木条, 当 $\angle 1$ 增大 2° 时, 下列说法中, 正确的是()。

(A) $\angle 2$ 增大 2° (B) $\angle 3$ 减小 2° (C) $\angle 4$ 减小 2° (D) $\angle 4$ 减小 1°

二、填空题

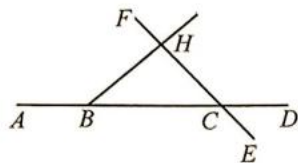
5 如图, 工人砌墙时, 先在两个墙脚的位置分别插一根木桩, 再拉一条直的参照线, 就能使砌的砖在一条直线上, 这样做应用的数学知识是



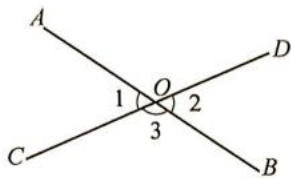
第 5 题图



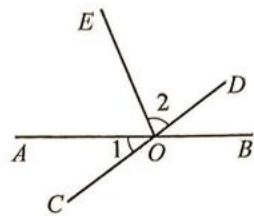
- 6 如图,一共有_____对对顶角。
 7 如图,直线 AB 与 CD 相交于点 O ,如果 $\angle 1 + \angle 2 = 80^\circ$,那么 $\angle 3$ 的度数是_____。



第 6 题图

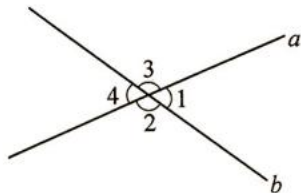


第 7 题图

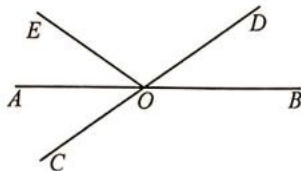


第 8 题图

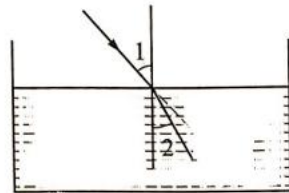
- 8 如图,直线 AB 、 CD 相交于点 O ,如果 $\angle 1 = 35^\circ$, $\angle 2 = 75^\circ$,那么 $\angle EOB$ 的度数为_____。
 9 如图,直线 a 、 b 相交,如果 $\angle 3 = 2\angle 1$,那么 $\angle 4$ 的度数为_____。
 10 如图,直线 AB 、 CD 相交于点 O ,如果 OA 平分 $\angle EOC$, $\angle EOC = 70^\circ$,那么 $\angle BOD$ 的度数是_____。



第 9 题图



第 10 题图



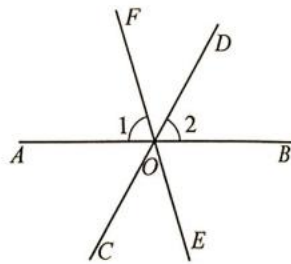
第 11 题图



- 11 如图,当光线从空气射入水中时,光线的传播方向发生了改变,这就是光的折射现象。如果 $\angle 1 = 42^\circ$, $\angle 2 = 28^\circ$,那么光的传播方向改变了_____。(填度数)

三、解答题

- 12 如图,已知三条直线 AB 、 CD 、 EF 相交于点 O , $\angle 1 = 76^\circ$, $\angle COE$ 比 $\angle 2$ 小 16° ,求 $\angle FOD$ 的度数。



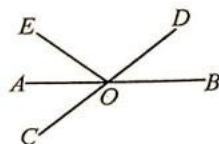
第 12 题图





13 如图,直线 AB 、 CD 相交于点 O , OA 平分 $\angle EOC$ 。

- (1) 如果 $\angle EOC = 78^\circ$, 求 $\angle BOD$ 的度数;
 (2) 如果 $\angle EOC : \angle EOD = 5 : 7$, 求 $\angle BOD$ 的度数。

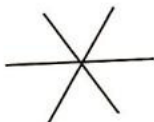


第 13 题图

14 观察下图,并解答下列问题:



第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③

- (1) 图①中,有 _____ 条直线, _____ 对对顶角;
 (2) 图②中,有 _____ 条直线, _____ 对对顶角;
 (3) 图③中,有 _____ 条直线, _____ 对对顶角;
 (4) 猜想:当 n 条直线相交于一点时,可形成 _____ 对对顶角;(用含 n 的式子表示)
 (5) 如果有 100 条直线相交于一点,那么可形成 _____ 对对顶角。



16.1(2) 垂线

一、选择题

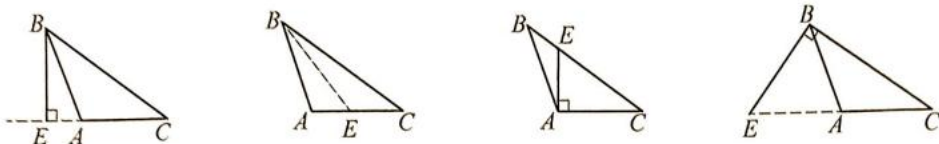
1 如图,在平面内过点 P 作已知直线 m 的垂线,可作垂线的条数有()。

- (A) 1 条 (B) 2 条
(C) 3 条 (D) 无数条



第 1 题图

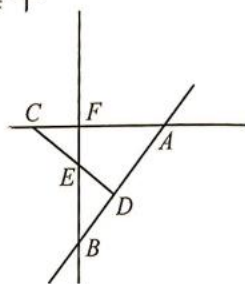
2 数学课上,同学们在练习过点 B 作线段 AC 所在直线的垂线段时,有一部分同学画出下列四种图形,请你数一数,错误的个数有()。



- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

3 如图,已知 $AC \perp BF$ 于点 F , $CD \perp AB$ 于点 D ,交 BF 于点 E ,下列说法中,错误的是()。

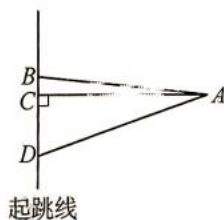
- (A) 线段 CD 的长度是点 C 到直线 AB 的距离
(B) 线段 CF 的长度是点 C 到直线 BF 的距离
(C) 线段 EF 的长度是点 E 到直线 AC 的距离
(D) 线段 BE 的长度是点 B 到直线 CD 的距离



第 3 题图

4 某女同学练习跳远,如图,点 A 是她落地时脚后跟所在点,那么这次跳远成绩是图中线段()的长度。

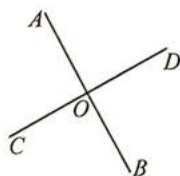
- (A) AB (B) AC
(C) AD (D) CD



第 4 题图

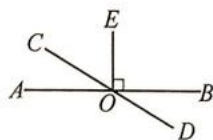
二、填空题

5 如图,直线 AB 与 CD 相交于点 O ,且 $\angle AOD = 90^\circ$,那么直线 AB 与直线 CD 互相_____,直线 AB 是直线 CD 的_____,垂足为点_____。



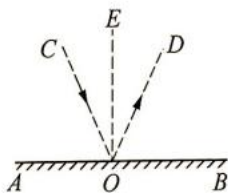
第 5 题图

6 如图,已知直线 AB 与 CD 相交于点 O , $OE \perp AB$, $\angle COE = 60^\circ$,那么直线 AB 与直线 CD 的夹角度数是_____。

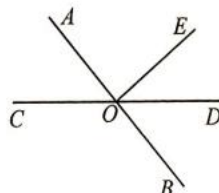


第 6 题图

7 如图是光的反射规律示意图, CO 是入射光线, OD 是反射光线,法线 $EO \perp AB$, $\angle COE = \angle EOD$ 。如果 $\angle AOC = 2\angle EOD$,那么 $\angle COE$ 的度数是_____。



第 7 题图

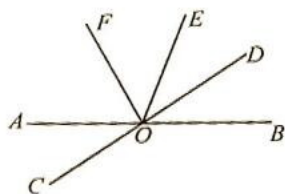


第 8 题图

8 如图,已知直线 AB 、 CD 相交于点 O ,如果 $\angle EOD = 40^\circ$, $\angle BOC = 130^\circ$,那么射线 OE 与直线 AB 的位置关系是_____。



- 9 如图,已知直线 AB 、 CD 相交于点 O ,作 $\angle DOB = \angle DOE$, OF 平分 $\angle AOE$,如果 $\angle AOC = 36^\circ$,那么 $\angle EOF$ 的度数是_____。



第9题图

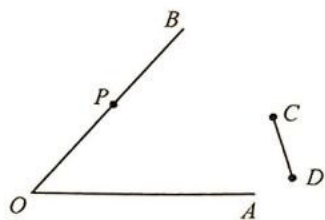


- 10 已知 $OA \perp OC$, $\angle AOB : \angle BOC = 1 : 3$,那么 $\angle BOC$ 的度数为_____。

二、解答题

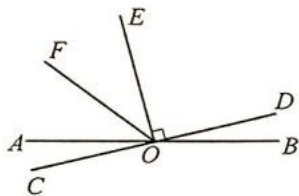
- 11 如图,已知点 P 是 $\angle AOB$ 的边 OB 上一点, CD 是一条线段,按下列要求画图:

- (1) 过点 P 画 OA 的垂线,垂足为 E ;
- (2) 过点 P 画 OB 的垂线,交边 OA 于点 F ;
- (3) 过点 P 画线段 CD 的垂线,垂足为 G 。



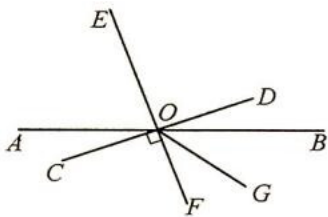
第11题图

- 12 如图,已知直线 AB 、 CD 相交于点 O , $OE \perp OC$, OF 是 $\angle AOE$ 的角平分线, $\angle AOF = 38^\circ$,求 $\angle BOD$ 的度数。



第12题图

- 13 如图,已知直线 AB 、 CD 、 EF 相交于点 O , OG 平分 $\angle BOF$,且 $CD \perp EF$, $\angle AOE = 70^\circ$,求 $\angle DOG$ 的度数。

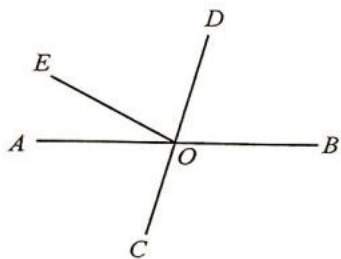


第13题图



- 14 如图,已知直线 AB 与 CD 相交于点 O , OE 在 $\angle AOD$ 内, $\angle AOE : \angle COB = 2 : 7$, OD 平分 $\angle EOB$ 。

- (1) 求 $\angle AOC$ 的度数;
- (2) 过点 O 作 $OF \perp OE$,求 $\angle BOF$ 的度数。



第14题图



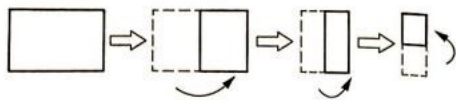
16.2(1) 平行公理

一、选择题

1 下列生活实例中：①交通道口的斑马线；②天上的彩虹；③课桌的两条长边；④百米跑道线；⑤火车的平直铁轨线。其中含有平行的有()。

- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

2 如图，将一张长方形纸对折三次，产生的折痕间的位置关系是()。



第2题图

- (A) 平行 (B) 垂直
(C) 平行和垂直 (D) 无法确定

3 在同一平面上有互不重合的四条直线 a 、 b 、 c 、 d ，下列推理中，正确的是()。

- (A) 因为 $a \parallel b$, $b \parallel c$, 所以 $c \parallel d$ (B) 因为 $a \parallel c$, $b \parallel d$, 所以 $c \parallel d$
(C) 因为 $a \parallel b$, $a \parallel c$, 所以 $b \parallel c$ (D) 因为 $a \parallel b$, $c \parallel d$, 所以 $a \parallel c$

4 下列说法中，正确的个数有()。

① 两条不相交的直线叫平行线； ② 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直； ③ 过一点有且只有一条直线与已知直线平行； ④ 从直线外一点到这条直线的垂线段，叫作这点到直线的距离。

- (A) 3个 (B) 2个 (C) 1个 (D) 0个

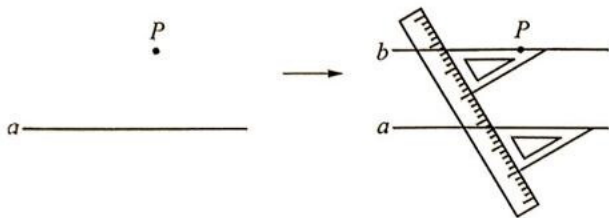
二、填空题

5 在同一平面上，不重合的两条直线的位置关系是_____或_____。

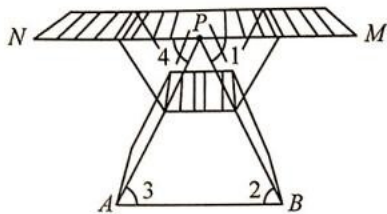
6 如图，已知直线和直线外一点，我们可以用直尺和三角尺，过点画已知直线的平行线。下面的操作步骤：①沿直尺上移三角尺使三角尺一边经过点；②用直尺紧靠三角尺的另一边；③沿三角尺的边作出直线；④用三角尺的一边紧靠住直线。正确的操作顺序是_____。(填序号)

7 在同一平面上，与已知直线 a 平行的直线有_____条；而经过直线外一点 P ，与已知直线 a 平行的直线有且只有_____条。

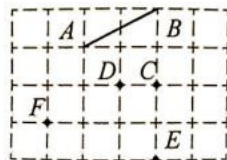
8 如图是一个可折叠的衣架， AB 是地平线，当 $\angle 1 = \angle 2$ 时， $PM \parallel AB$ ；当 $\angle 3 = \angle 4$ 时， $PN \parallel AB$ ，那么可确定点 N 、 P 、 M 三点在同一条直线上的依据是_____。



第6题图



第8题图



第9题图

9 如图，在 4×6 的正方形网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 都在格点上，连接 C 、 D 、 E 、 F 中任意两点得到的所有线段中，与线段 AB 平行的是_____，与线段 AB 垂直的是_____。



10 在同一平面上有 2026 条直线 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2025}, a_{2026}$ ，如果 $a_1 \perp a_2, a_2 \parallel a_3, a_3 \perp a_4, a_4 \parallel a_5, \dots$ 那么直线 a_1 与 a_5 的位置关系是_____；直线 a_{28} 与 a_{2026}



的位置关系是_____。

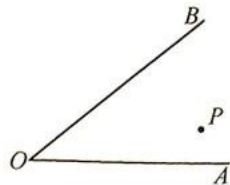
三、解答题

11 如图所示,在 $\angle AOB$ 内有一点 P 。

(1) 过 P 作 $l_1 \parallel OA$;

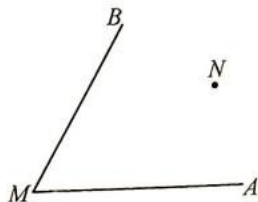
(2) 过 P 作 $l_2 \parallel OB$;

(3) 用量角器量一量 l_1 与 l_2 相交所成的角与 $\angle O$ 有怎样的数量关系?



第 11 题图

12 如图,点 M 、 N 代表两个城市, MA 、 MB 是已建的两条公路,现规划建设两条经过 N 市的公路,这两条公路分别与 MA 、 MB 平行,并在其与 MA 、 MB 的交汇处分别建一座立交桥。问立交桥应建在何处,请画出示意图。



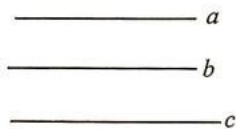
第 12 题图

13 在同一平面上的三条互不重合的直线交点有多少个?

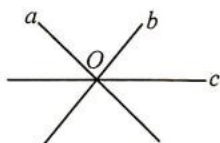
甲:在同一平面上,三条直线相交交点的个数为 0 个,因为 $a \parallel b \parallel c$,如图①所示。

乙:在同一平面上,三条直线相交交点的个数只有 1 个,因为 a 、 b 、 c 相交于同一点 O ,如图②所示。

以上说法谁对谁错?为什么?



第 13 题图①



第 13 题图②



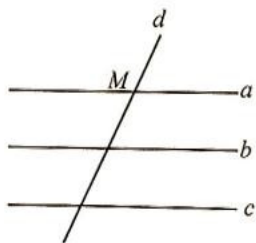
14 如图,已知直线 $a \parallel b$, $b \parallel c$, d 与 a 相交于点 M 。

(1) 判断直线 a 与 c 的位置关系,并说明理由;

思考: $a \parallel b$, $b \parallel c$,根据_____,得_____。

(2) 判断直线 c 与 d 的位置关系,并说明理由。

思考:直线 a 与 d 可以看作经过直线 c 外一点 M 的两条直线,根据平行公理,知直线 c 与 d 不_____。请尝试用“反证法”证明。



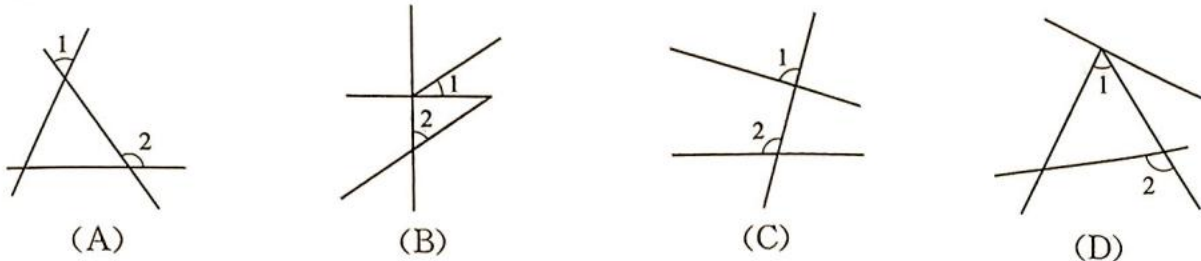
第 14 题图



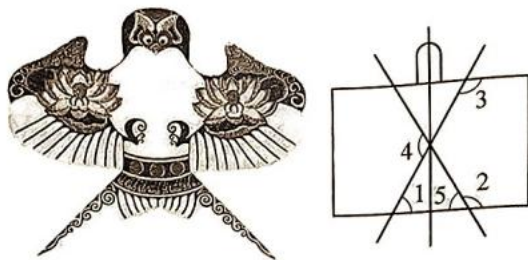
16.2(2) 平行线的判定与性质(1)

一、选择题

1 下列图形中, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不是同位角的是()。



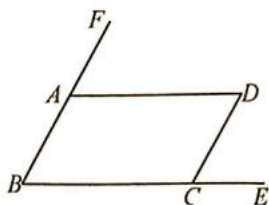
2 风筝是中国古代劳动人民发明于春秋时期的产物,其材质在不断改进之后,坊间开始用纸做风筝,称为“纸鸢”。如图所示的纸骨架中,与 $\angle 1$ 构成同位角的是()。



第2题图

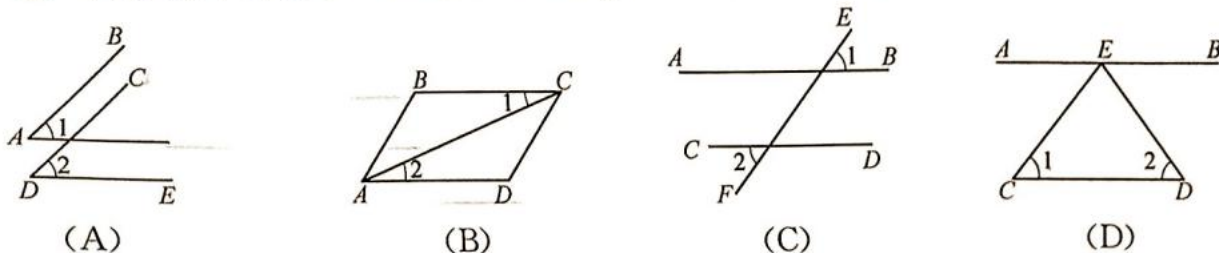
3 如图,点 E 在线段 BC 的延长线上,点 F 在线段 BA 的延长线上,下面证明 $AB \parallel CD$ 的推理中,正确应用了“同位角相等,两直线平行”这一原理的是()。

- (A) 因为 $\angle B = \angle D$, 所以 $AB \parallel CD$
 (B) 因为 $\angle B = \angle DCE$, 所以 $AB \parallel CD$
 (C) 因为 $\angle D = \angle FAD$, 所以 $AB \parallel CD$
 (D) 因为 $\angle B + \angle BCD = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$



第3题图

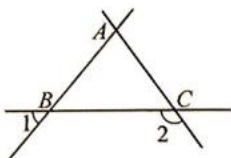
4 下列图形中,由 $\angle 1 = \angle 2$ 能得到 $AB \parallel CD$ 的是()。



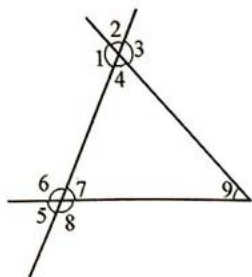
二、填空题

5 如图, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是直线_____和直线_____被直线_____所截得的_____角。

6 如图,同位角有_____对。



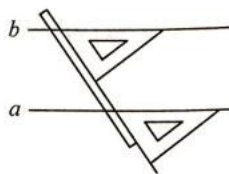
第5题图



第6题图

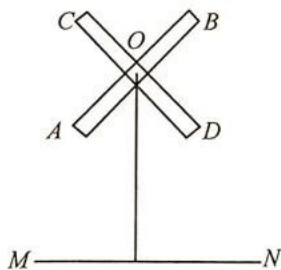


7 我们学过用直尺和三角尺画平行线的方法,如图所示,直线 $a \parallel b$ 的依据是_____。

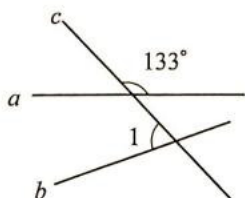


第7题图

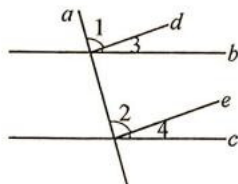
8 如图是一个风车,当风车的一片叶子 AB 旋转到与地面 MN 平行时,叶子 CD 与地面 MN _____ (填“平行”或“不平行”),理由是_____。



第8题图



第9题图



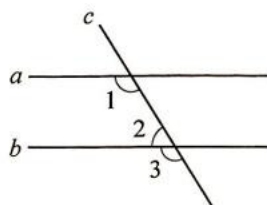
第10题图



10 如图,如果 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = 20^\circ$, 那么当 $\angle 4$ 的度数是_____时, $b \parallel c$ 。

三、解答题

11 如图,直线 a, b 被直线 c 所截,且 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 请你运用“同位角相等,两直线平行”的判定方法说明 $a \parallel b$ 。



第11题图

12 如图,已知 $\angle CDA = \angle CBA$, DE 平分 $\angle CDA$, BF 平分 $\angle CBA$, 且 $\angle 1 = \angle 2$, 请填写理由,说明 $DE \parallel FB$ 。

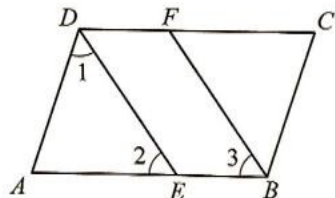
解:因为 DE 平分 $\angle CDA$ (),

所以 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle CDA$ 。

因为 BF 平分 $\angle CBA$ (),

所以 $\angle 3 = \frac{1}{2} \angle CBA$ 。

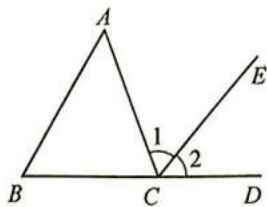
(请继续完成说理过程)



第12题图



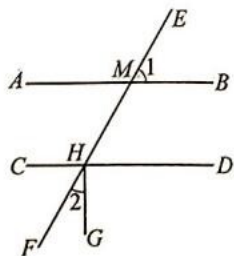
- 13 如图,如果 CE 平分 $\angle ACD$, $\angle 1 = \angle B$, 试说明 $AB \parallel CE$ 的理由。



第 13 题图



- 14 如图,直线 AB 、 CD 被直线 EF 所截, H 为 CD 与 EF 的交点, M 为 AB 与 EF 的交点, $\angle 1 = 60^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, $GH \perp CD$, 垂足为点 H , 请问 $AB \parallel CD$ 吗? 为什么?



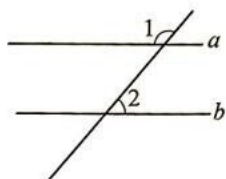
第 14 题图



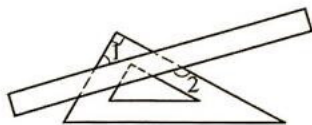
16.2(3) 平行线的判定与性质(2)

一、选择题

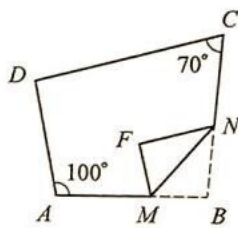
- 1 如图,已知 $a \parallel b$, $\angle 2 = 50^\circ$, 那么 $\angle 1$ 的度数为()。
 (A) 50° (B) 130° (C) 30° (D) 150°
- 2 将一把直尺与一块三角板如图放置,如果 $\angle 1 = 45^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数为()。
 (A) 115° (B) 120° (C) 145° (D) 135°



第 1 题图



第 2 题图

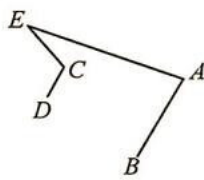


第 3 题图

- 3 如图,在四边形 $ABCD$ 中,点 M 、 N 分别在 AB 、 BC 上,将 $\triangle BMN$ 沿 MN 翻折,得到 $\triangle FMN$,如果 $MF \parallel AD$, $FN \parallel DC$,那么 $\angle B$ 的度数是()。
 (A) 80° (B) 100° (C) 90° (D) 95°
- 4 为增强学生体质,感受中国的传统文化,某学校将国家级非物质文化遗产“抖空竹”引入阳光特色大课间。图①是某同学“抖空竹”时的一个瞬间,小聪把它抽象成图②的数学问题:已知 $AB \parallel CD$, $\angle EAB = 80^\circ$, $\angle ECD = 110^\circ$, 那么 $\angle E$ 的度数是()。



第 4 题图①

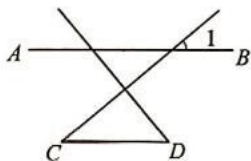


第 4 题图②

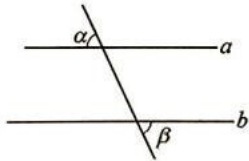
- (A) 30° (B) 35° (C) 40° (D) 45°

二、填空题

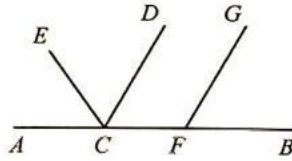
- 5 如图,已知 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = 40^\circ$, 那么 $\angle C =$ _____。(填度数)



第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图

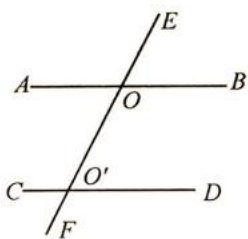
- 6 如图,已知 $a \parallel b$, $\alpha = (5x - 12)^\circ$, $\beta = (3x + 18)^\circ$, 那么 $\alpha =$ _____。(填度数)
- 7 如图,点 A 、 C 、 F 、 B 在同一直线上, CD 平分 $\angle ECB$, $FG \parallel CD$ 。如果 $\angle ECA = 58^\circ$, 那么 $\angle GFB$ 的度数为 _____。



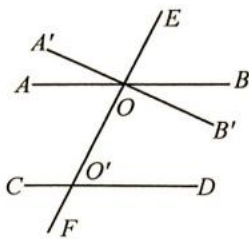
8 数学课上,某同学提出如下问题:如何证明“两直线平行,同位角相等”?

老师说这个证明可以用反证法完成,思路及过程如下:

如图①,我们想要证明“如果直线 AB 、 CD 被直线 EF 所截, $AB \parallel CD$, 那么 $\angle EOB = \angle EO'D$ ”。



第 8 题图①



第 8 题图②

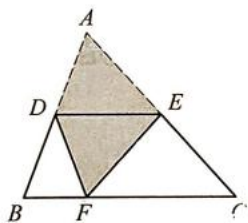
如图②,假设 $\angle EOB \neq \angle EO'D$,过点 O 作直线 $A'B'$,使 $\angle EOB' = \angle EO'D$ 。

依据(1) _____,可得 $A'B' \parallel CD$ 。

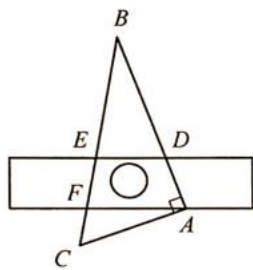
这样过点 O 就有两条直线 AB , $A'B'$ 都平行于直线 CD ,这与基本事实(2) _____ 矛盾,说明 $\angle EOB \neq \angle EO'D$ 的假设不成立,于是有 $\angle EOB = \angle EO'D$ 。



9 如图,将 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠,使点 A 落在 BC 上的点 F 处,且 $DE \parallel BC$,若 $\angle B = 70^\circ$,则 $\angle EDF$ 的度数是 _____。



第 9 题图

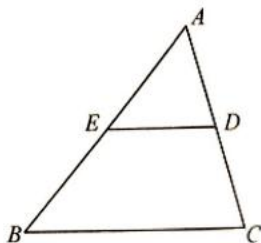


第 10 题图

10 如图, $\triangle ABC$ 是一块直角三角板, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$ 。现将三角板叠放在一把直尺上,使得点 A 落在直尺的一边上, AB 与直尺的另一边交于点 D , BC 与直尺的两边分别相交于点 E 、 F 。若 $\angle CAF = 20^\circ$,则 $\angle BED$ 的度数为 _____。

三、解答题

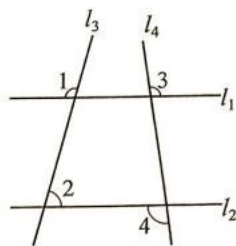
11 如图,已知 $\angle ADE = \angle C$,那么 $\angle AED = \angle B$ 吗? 为什么?



第 11 题图



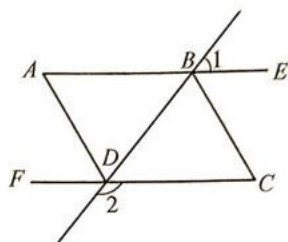
12 如图,已知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 试说明 $\angle 3 = \angle 4$ 的理由。



第 12 题图

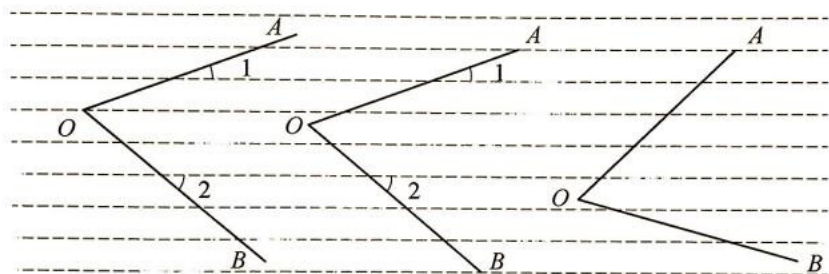


13 如图,已知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle A = \angle C$, DA 平分 $\angle BDF$, 试说明 BC 平分 $\angle DBE$ 的理由。



第 13 题图

14 下图所示的虚线互相平行。小明在虚线中画已知角,探究角的两边与虚线形成的锐角所满足的数量关系,他先画出 $\angle AOB = 60^\circ$ 。



第 14 题图① 第 14 题图② 第 14 题图③

- (1) 如图①,点 O 在一条虚线上,当 $\angle 1 = 20^\circ$ 时, $\angle 2 =$ _____;
- (2) 如图②,点 O 在两条虚线之间,用等式表示 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 之间的数量关系,并证明;
- (3) 在图③中,小明画射线 OC ,使得 $\angle COB = 45^\circ$ 。记 OA 与图中一条虚线形成的锐角为 α , OC 与图中另一条虚线形成的锐角为 β ,请直接等式表示 α 与 β 之间的数量关系。(提示: OC 在 $\angle AOB$ 的内部或在 $\angle AOB$ 的外部)



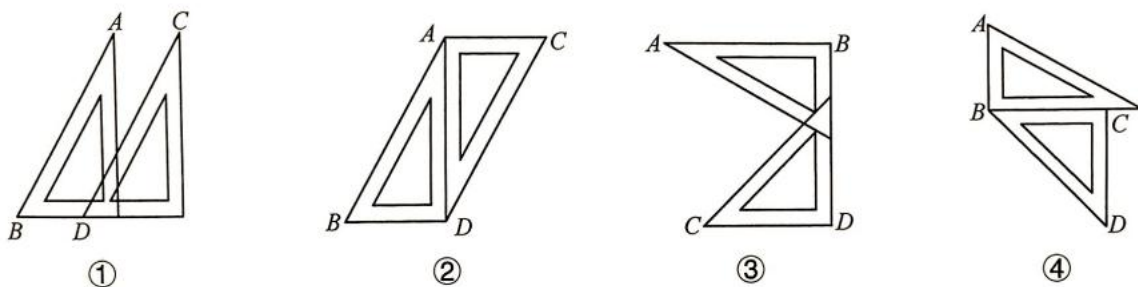
16.2(4) 平行线的判定与性质(3)

一、选择题

1 图中 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互为内错角的是()。

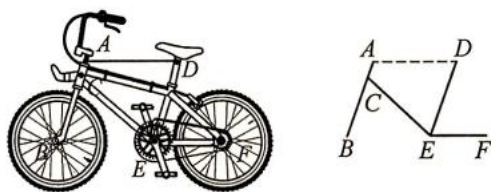


2 下列各图是由含 30° 或 45° 的直角三角板组合而成,其中利用内错角相等,画出 $AB \parallel CD$ 的有()。



(A) ①③ (B) ②④ (C) ①②④ (D) ②③④

3 随着科技发展,骑行共享单车这种“低碳”生活方式已融入人们的日常生活,如图是共享单车车架的示意图,线段 AB 、 CE 、 DE 分别为前叉、下管和立管(点 C 在 AB 上), EF 为后下叉。已知 $AB \parallel DE$, $AD \parallel EF$, $\angle BCE = 67^\circ$, $\angle CEF = 137^\circ$,那么 $\angle ADE$ 的度数为()。



第3题图

(A) 43° (B) 53° (C) 67° (D) 70°

4 求证:两直线平行,内错角相等。

如图①,若 $AB \parallel CD$,且 AB 、 CD 被 EF 所截,求证: $\angle AOF = \angle EO'D$ 。

理论依据 1:内错角相等,两直线平行;

理论依据 2:过直线外一点,有且只有一条直线与已知直线平行。

以下是打乱后用反证法证明的过程:

① 如图②,过点 O 作直线 $A'B'$,使 $\angle A'OF = \angle EO'D$ 。

② 依据理论依据 1,可得 $A'B' \parallel CD$ 。

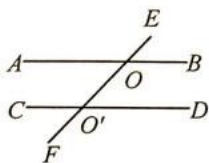
③ 假设 $\angle AOF \neq \angle EO'D$ 。

④ 所以 $\angle AOF = \angle EO'D$ 。

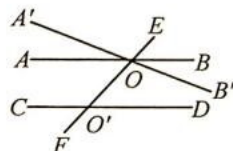
⑤ 与理论依据 2 矛盾,假设不成立。



证明步骤的正确顺序是()。



第4题图①

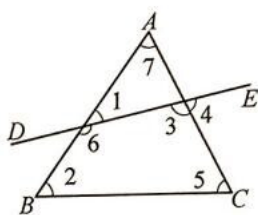


第4题图②

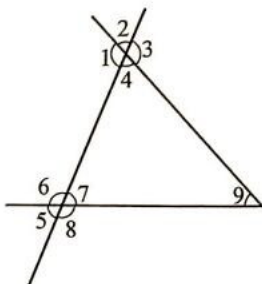
- (A) ①②③④⑤ (B) ①③②⑤④ (C) ③①④②⑤ (D) ③①②⑤④

二、填空题

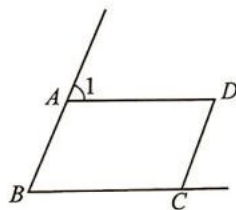
5 如图, $\angle 1$ 和 $\angle 3$ 是直线_____和_____被直线_____所截而成的_____角。



第5题图

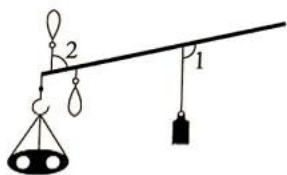


第6题图

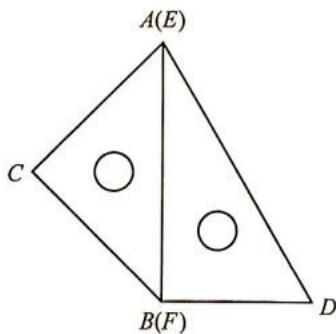


第7题图

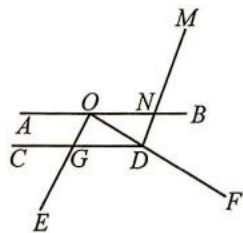
- 6 如图, 内错角有_____对。
 7 如图, 如果 $\angle B = \angle 1$, $\angle B = \angle D$, 那么可以得到直线 $AB \parallel$ _____。
 8 在两千多年前, 我们的先祖就运用杠杆原理发明了木杆秤, 学名叫作戥(děng)子, 木杆秤在称物时所有秤绳都平行。如图, 这是一杆古秤在称物时的状态, 已知 $\angle 1 = 102^\circ$, 那么 $\angle 2$ 的度数为_____。



第8题图



第9题图



第10题图

9 一副三角板按如图位置摆放, 将三角板 ABC 绕着点 B 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 使得 $AB \parallel DE$, 那么 α 的度数是_____。

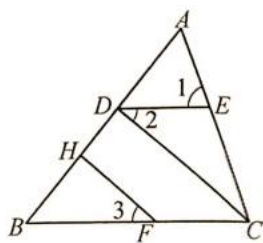


10 如图是一种躺椅的简化结构示意图, 扶手 AB 与底座 CD 都平行于地面, 靠背 DM 与支架 OE 平行, 前支架 OE 与后支架 OF 分别与 CD 交于点 G 和点 D , AB 与 DM 交于点 N , 当前支架 OE 与后支架 OF 正好垂直, $\angle ODC = 32^\circ$ 时, 人躺着最舒服, 则此时扶手 AB 与靠背 DM 所成的角 $\angle AND$ 的度数是_____。



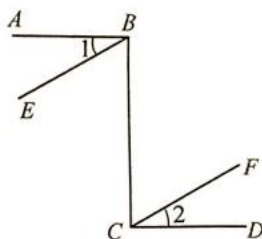
三、解答题

11 如图,已知 $\angle 1 = \angle ACB$, $\angle 2 = \angle 3$,求证: $FH \parallel CD$ 。



第 11 题图

12 如图,若 $AB \perp BC$, $BC \perp CD$, $\angle 1 = \angle 2$,则 BE 与 CF 平行吗?为什么?

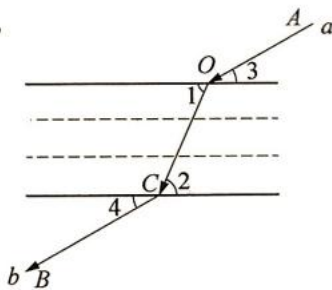


第 12 题图



13 光线从空气中射入水中会产生折射现象,同时光线从水中射入空气中也会产生折射现象。如图,光线 a 从空气中射入水中,再从水中射入空气中,形成光线 b ,根据光学知识有 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$,请判断光线 a 与光线 b 是否平行,

并说明理由。



第 13 题图

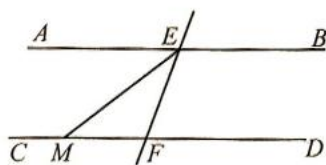
14 如图①,已知直线 EF 与直线 AB 相交于点 E ,与直线 CD 相交于点 F , EM 平分 $\angle AEF$ 交直线 CD 于点 M ,且 $\angle FEM = \angle FME$ 。

(1) 试判断直线 AB 与 CD 的位置关系,并说明理由;

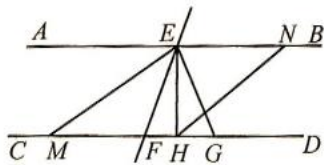
(2) 点 G 是射线 MD 上的一个动点(不与点 M 、 F 重合), EH 平分 $\angle FEG$ 交直线 CD 于点 H ,过点 H 作 $HN \parallel EM$ 交直线 AB 于点 N 。设 $\angle EHN = \alpha$, $\angle EGF = \beta$ 。

① 如图②,当点 G 在点 F 的右侧,且 $\alpha = 50^\circ$ 时,求 β 的值;

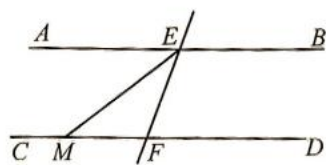
② 当点 G 在运动过程中, α 和 β 之间有怎样的数量关系?请写出你的猜想,并加以证明。



第 14 题图①



第 14 题图②



备用图



16.2(5) 平行线的判定与性质(4)

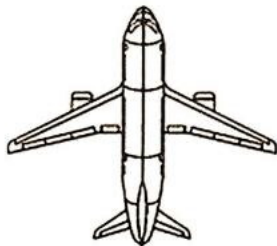
一、选择题

1 科技是国家强盛之基,创新是民族进步之魂。近些年来,我国的航空事业不断发展,在如图①所示的飞机中抽象出图②的数学图形,在图②中,与 $\angle 1$ 构成同旁内角的是()。

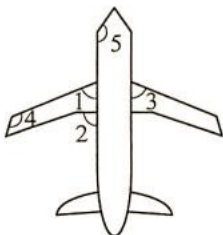
- (A) $\angle 2$ (B) $\angle 3$ (C) $\angle 4$ (D) $\angle 5$

2 如图, $\angle B$ 的同旁内角有()。

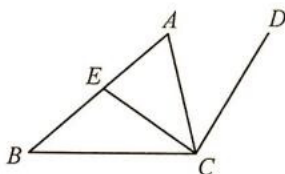
- (A) 2 个 (B) 3 个 (C) 4 个 (D) 5 个



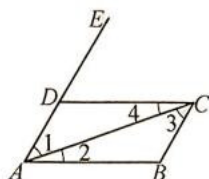
第 1 题图①



第 1 题图②



第 2 题图



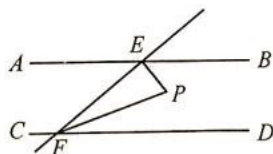
第 3 题图

3 如图,给出下列条件:① $\angle 1 = \angle 3$;② $\angle 2 = \angle 4$;③ $\angle DAB + \angle ADC = 180^\circ$;④ $\angle DAB + \angle B = 180^\circ$,其中能推出 $AD \parallel BC$ 的条件有()。

- (A) ①② (B) ②④ (C) ②③ (D) ①④

4 如图,已知 $AB \parallel CD$, EF 与 AB 、 CD 分别相交于点 E 、 F , $EP \perp EF$,与 $\angle EFD$ 的平分线 FP 相交于点 P ,如果 $\angle BEP = 50^\circ$,那么 $\angle EPF$ 的度数是()。

- (A) 70° (B) 65°
(C) 60° (D) 55°

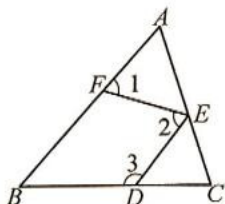


第 4 题图

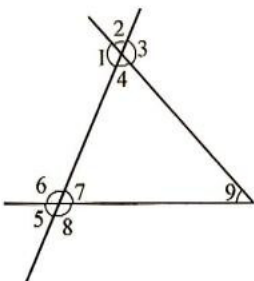
二、填空题

5 如图, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是直线_____、_____被_____所截成的内错角; $\angle 1$ 与 $\angle B$ 是直线_____、_____被_____所截成的同位角; $\angle 3$ 与 $\angle B$ 是直线_____、_____被_____所截成的同旁内角。

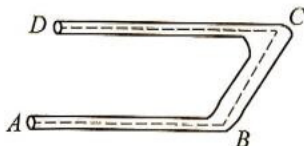
6 如图,同旁内角有_____对。



第 5 题图



第 6 题图



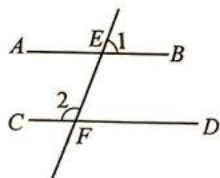
第 7 题图

7 如图,一个零件 $ABCD$ 需要 AB 边与 CD 边平行,现只有一个量角器,测得拐角 $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle BCD = 60^\circ$,这个零件合格吗?_____。(选填“合格”或“不合格”)

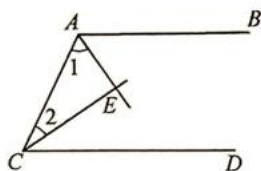


8 如图,已知 $AB \parallel CD$, $\angle 2 = 2\angle 1$,那么 $\angle 2$ 的度数是_____。

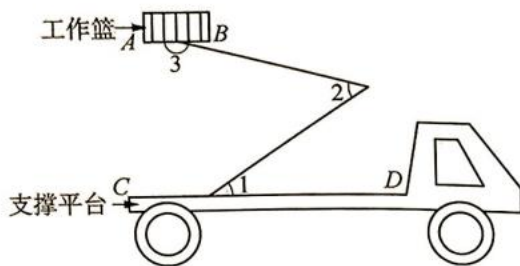
9 如图, AE 、 CE 分别平分 $\angle BAC$ 、 $\angle ACD$,如果 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,那么_____判断 $AB \parallel CD$ 。(选填“一定能”“不一定能”或“一定不能”)



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图



10 如图是路政工程车的工作示意图,工作篮底部与支撑平台平行,若 $\angle 3 = 160^\circ$, $\angle 2 = 50^\circ$,则 $\angle 1$ 的度数为_____。

三、解答题

11 按要求回答:

问题:如图, $AB \parallel CD$, $\angle A = 130^\circ$, $\angle C = 110^\circ$,求 $\angle APC$ 。

解答:方法一:过点 P 作 $PQ \parallel AB$,

则 $\angle A + \angle 1 =$ _____ ()。

又因为 $\angle A = 130^\circ$ ()，

所以 $\angle 1 =$ _____。

因为 $PQ \parallel AB$, $AB \parallel CD$,

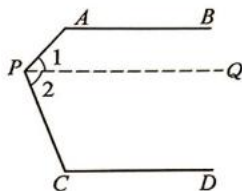
所以 _____ \parallel _____ ()，

所以 _____ ()。

又因为 $\angle C = 110^\circ$ ()，

所以 $\angle 2 =$ _____。

所以 $\angle APC =$ _____ $+$ _____ $=$ _____。

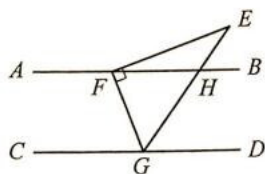


第 11 题图

方法二:延长 AP 与 DC 的延长线相交于点 M ,你能给出接下来的解答吗? 试一试。



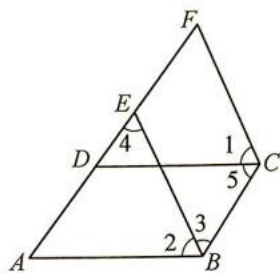
- 12 如图,已知 $AB \parallel CD$, $\triangle EFG$ 的顶点 F 、 G 分别落在直线 AB 、 CD 上, GE 交 AB 于点 H , GE 平分 $\angle FGD$ 。若 $\angle EFG = 90^\circ$, $\angle E = 35^\circ$, 求 $\angle EFB$ 的度数。



第 12 题图

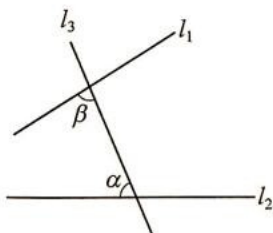


- 13 如图,已知 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle 5 = \angle A$, 求证: $BE \parallel CF$ 。

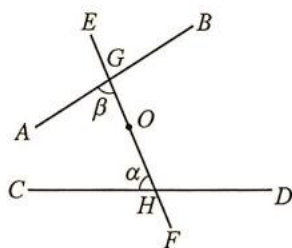


第 13 题图

- 14 定义:若 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 是同旁内角,并且 $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 满足 $\angle \beta = \angle \alpha + 20^\circ$, 则称 $\angle \beta$ 是 $\angle \alpha$ 的内联角。



第 14 题图①



第 14 题图②

(1) 如图①,已知 $\angle \beta$ 是 $\angle \alpha$ 的内联角。

① 当 $\angle \alpha = 60^\circ$ 时, $\angle \beta =$ _____; (填度数)

② 当直线 $l_1 \parallel l_2$ 时,求 $\angle \beta$ 的度数。

(2) 如图②,已知 $\angle \beta$ 是 $\angle \alpha$ 的内联角,点 O 是线段 GH 上一定点。

① $\angle DHG$ 是 $\angle BGH$ 的内联角吗? 请说明理由;

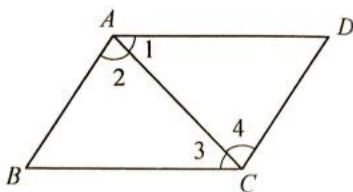
② 过点 O 的直线分别交直线 CD 、 AB 于点 P 、 Q ,如果 $\angle \alpha = 60^\circ$ 且 $\angle EOP$ 是图中某个角的内联角,请直接写出 $\angle EOP$ 是哪个角的内联角,以及此时 $\angle EOP$ 的度数。



16.2(6) 平行线的判定与性质(5)

一、选择题

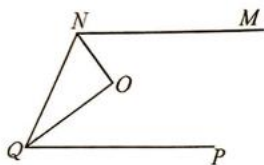
- 1 如图,下列推理中,正确的是()。
- (A) 因为 $\angle BAD + \angle ABC = 180^\circ$,所以 $AB \parallel CD$
 (B) 因为 $\angle BAD + \angle ADC = 180^\circ$,所以 $AD \parallel BC$
 (C) 因为 $\angle 2 = \angle 4$,所以 $AD \parallel BC$
 (D) 因为 $\angle 1 = \angle 3$,所以 $AD \parallel BC$



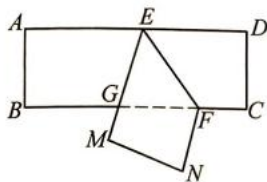
第 1 题图

- 2 如图,已知 NO 、 QO 分别是 $\angle QNM$ 和 $\angle PQN$ 的平分线,且 $\angle QON = 90^\circ$,那么 MN 与 PQ ()。
- (A) 可能平行,也可能相交
 (B) 一定平行
 (C) 一定相交
 (D) 以上答案都不对
- 3 如图,将一张长方形纸条 $ABCD$ 沿 EF 折叠后, EM 与 BF 相交于点 G ,如果 $\angle EFG = 55^\circ$,那么 $\angle BGE$ 的度数为()。

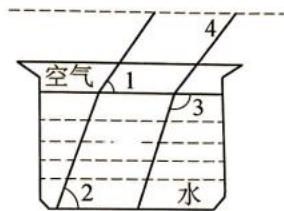
- (A) 105° (B) 110° (C) 125° (D) 115°



第 2 题图



第 3 题图



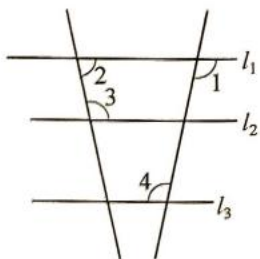
第 4 题图

- 4 光线在相同介质中的传播速度是相同的,在不同介质中的传播速度是不同的,因此当光线从水中射向空气时,要发生折射,由于折射率相同,所以在水中是平行的光线,在空气中也是平行的。如图,已知 $\angle 1 + \angle 2 = 129^\circ$, $\angle 4 = 51^\circ$,那么 $\angle 3$ 的度数为()。

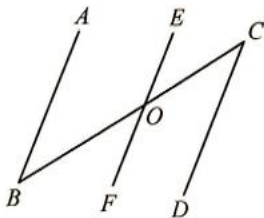
- (A) 129° (B) 108° (C) 102° (D) 101°

二、填空题

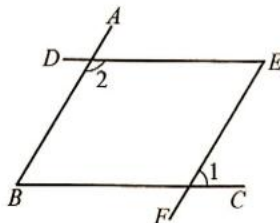
- 5 如图,如果 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补, $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 互补,那么 _____ // _____。
- 6 如图,已知 $\angle B = \angle C$, $\angle C + \angle COF = 180^\circ$,那么图中平行的直线有 _____。



第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图

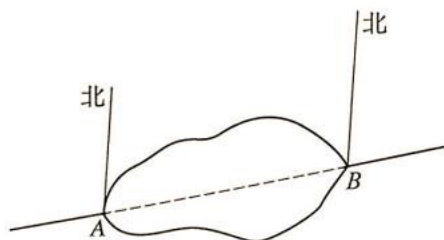
- 7 如图,已知 $AB \parallel EF$, $DE \parallel BC$, $\angle 1 = (4x - 10)^\circ$, $\angle 2 = (6x + 20)^\circ$,那么 $\angle 1$ 的度数是 _____。



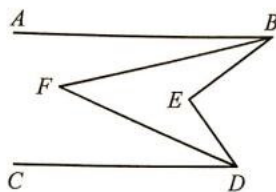
8 如图所示,修高速公路需开凿隧道,为节省时间,现从山的两侧 A、B 处同时开工,在 A 处测得隧道的走向是北偏东 75° ,那么在 B 处应按_____方向开工,才能使隧道准确接通。



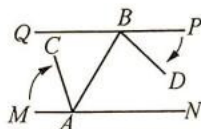
9 如图,若 $AB \parallel CD$, BF 、 DF 分别平分 $\angle ABE$ 和 $\angle CDE$,则 $\angle DEB$ 与 $\angle DFB$ 的数量关系为_____。



第 8 题图



第 9 题图

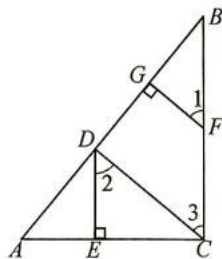


第 10 题图

10 为保证安全,某两段铁路 MN 、 PQ 两旁安置了两座可旋转探照灯 A、B,探照灯的光线可看作射线。如图,灯 A 的光线 AC 从射线 AM 开始,绕点 A 顺时针旋转至射线 AN 上便立即回转,灯 B 的光线 BD 从射线 BP 开始,绕点 B 顺时针旋转至射线 BQ 便立即回转,两灯不停交叉照射巡视。已知 $PQ \parallel MN$,连接 AB , $\angle BAM : \angle BAN = 2 : 1$,则 $\angle BAN$ 的度数为_____;若灯 B 的光线先转动,每秒转动 1° ,45 秒后灯 A 的光线才开始转动,每秒转动 2° ,在灯 B 的光线第一次到达 BQ 之前,灯 A 的光线转动_____秒时,两灯的光线互相平行。

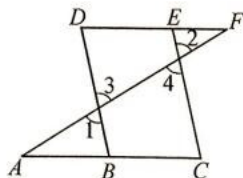
三、解答题

11 如图,已知 $DE \perp AC$,垂足为点 E, $BC \perp AC$,垂足为点 C, $FG \perp AB$,垂足为点 G, $\angle 1 = \angle 2$,试说明 $CD \perp AB$ 的理由。



第 11 题图

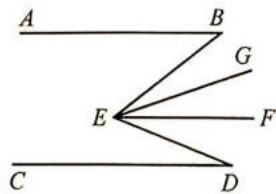
12 如图,已知 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle C = \angle D$,试说明 $\angle A = \angle F$ 的理由。



第 12 题图



- 13 如图,已知 $AB \parallel EF \parallel CD$, EG 平分 $\angle BEF$, $\angle B + \angle BED + \angle D = 198^\circ$, $\angle B - \angle D = 25^\circ$,求 $\angle GEF$ 的度数。



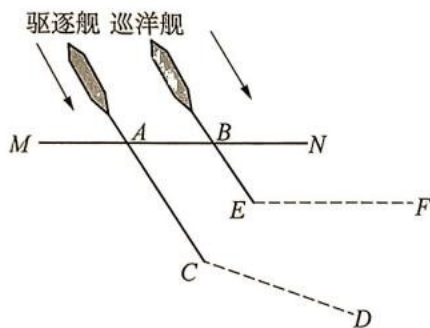
第 13 题图



- 14 如图是驱逐舰、巡洋舰两艘舰艇参与某次演练的情景,已知 $\angle MAC = 120^\circ$, $\angle NBE = 60^\circ$ 。

(1) 已知驱逐舰在 AC 方向上航行,巡洋舰在 BE 方向上航行,假设在航行过程中各自航行方向保持不变,试判断这两艘舰艇会不会相撞,请说明理由。

(2) 已知驱逐舰到达点 C 后沿 CD 继续航行,巡洋舰到达点 E 后沿 EF 继续航行,且 $MN \parallel EF$, $\angle ACD = 140^\circ$ 。若驱逐舰在原航向上逆时针转动 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) 后,才能与巡洋舰航向相同,求 α 的值。



第 14 题图



习题 16.1—16.2

一、选择题

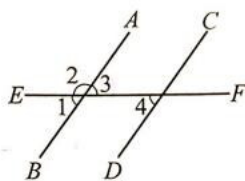
1 在同一平面上,下列说法中,错误的有()。

- ① 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直;
 ② 两条射线不相交就平行;
 ③ 有公共顶点且相等的角是对顶角;
 ④ 直线外一点到已知直线的垂线段叫作这点到直线的距离;
 ⑤ 过一点有且只有一条直线与已知直线平行。

- (A) 1 个 (B) 2 个
 (C) 3 个 (D) 4 个

2 如图,直线 AB 、 CD 被 EF 所截,下列条件不能判断 $AB \parallel CD$ 的是()。

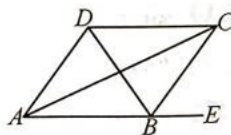
- (A) $\angle 1 = \angle 4$ (B) $\angle 3 = \angle 4$
 (C) $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$ (D) $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$



第 2 题图

3 如图,四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 为 AB 延长线上一点,连接 DB 、 AC , AC 平分 $\angle DAB$, 且 $\angle ADC + \angle CBE = 180^\circ$, 那么下列判断错误的是()。

- (A) $AD \parallel BC$ (B) $\angle ACD = \angle ACB$
 (C) $\angle DAC = \angle DCA$ (D) $\angle DBA = \angle CBE$

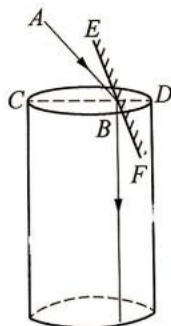


第 3 题图

4 如图①,汉代初期的《淮南万毕术》是中国古代有关物理、化学的重要文献,书中记载了我国古代学者在科学领域做过的一些探索及成就。其中所记载的“取大镜高悬,置水盆于其下,则见四邻矣”,是古人利用光的反射定律改变光路的方法,即“反射光线与入射光线、法线在同一平面上;反射光线和入射光线位于法线的两侧;反射角等于入射角”。为了探清一口深井的底部情况,运用此原理,如图②,在井口放置一面平面镜可改变光路,如图②,当太阳光线 AB 与地面 CD 所成夹角 $\angle ABC = 50^\circ$ 时,要使太阳光线经反射后刚好垂直于地面射入深井底部,则需要调整平面镜 EF 与地面的夹角 $\angle EBC$ 的度数为()。



第 4 题图①



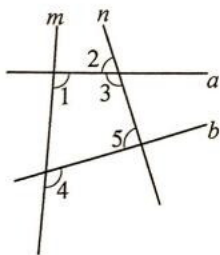
第 4 题图②

- (A) 60° (B) 70° (C) 80° (D) 85°



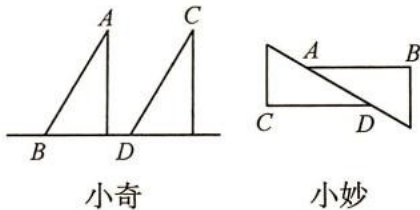
二、填空题

5 如图,用图中标出的 5 个角填空, $\angle 1$ 与 _____ 是同位角, $\angle 5$ 与 _____ 是同旁内角, $\angle 2$ 与 _____ 是内错角。

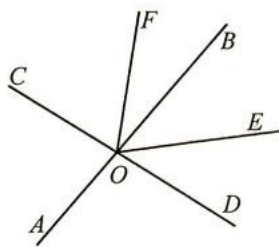


第 5 题图

6 一节数学实践课上,老师让同学们用两个大小、形状都相同的三角板画平行线 AB 、 CD ,并要说出自己作法的依据。小奇、小妙两位同学的作法如图所示,小奇说:“我作法的依据是:同位角相等,两直线平行。”则小妙作法的依据是: _____。



第 6 题图



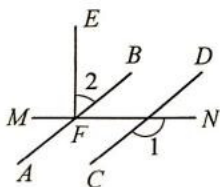
第 7 题图

7 如图,直线 AB 、 CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle BOD$, OF 平分 $\angle COE$ 。

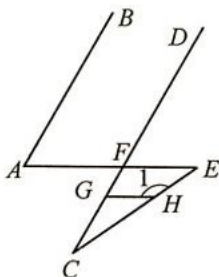
(1) 如果 $\angle AOC = 76^\circ$,那么 $\angle BOF =$ _____;

(2) 如果 $\angle BOF = 36^\circ$,那么 $\angle AOC =$ _____。

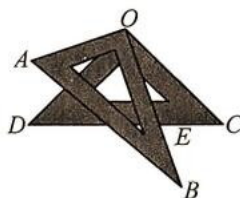
8 如图,直线 $EF \perp MN$,垂足为点 F ,且 $\angle 1 = 140^\circ$,那么当 $\angle 2$ 的度数是 _____ 时, $AB \parallel CD$ 。



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

9 如图,已知 $AB \parallel CD$, $\angle A = 60^\circ$, $\angle C = 25^\circ$, $GH \parallel AE$,那么 $\angle 1 =$ _____。



10 如图,一副直角三角板中, $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle D = \angle C = 45^\circ$,现将直角顶点 O 按照如图方式叠放,若按住 $\triangle DOC$ 不动,将 $\triangle AOB$ 绕点 O 转动一周,能使 $\triangle AOB$ 有一条边与 CD 平行的所有 $\angle COB$ ($0^\circ < \angle COB < 180^\circ$) 的度数为 _____。

三、解答题

11 如图,已知 $\triangle ABC$ 。

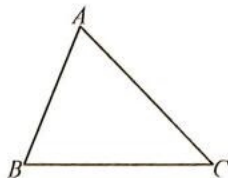
(1) 按要求画图:

① 过点 C 画线段 AB 的垂线,垂足为点 D ;



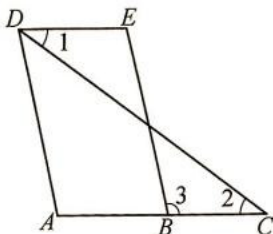
② 过点 D 画 $DE \parallel BC$, 交 AC 于点 E ;

(2) 在(1)完成的图中, 点 C 到线段 AB 所在直线的距离就是线段_____的长度; 若 $\angle B = 68^\circ$, 则 $\angle CDE$ 的度数为_____。



第 11 题图

12 如图, 已知 $AD \parallel BE$, $\angle 1 = \angle 2$, 请判断 $\angle A$ 与 $\angle E$ 是否相等? 并说明理由。



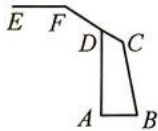
第 12 题图



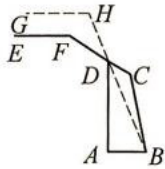
13 依据《国家学生体质健康标准》“使每个学生掌握至少两项终身受益的体育锻炼项目”的目标要求, 某学校增设了篮球项目的教学, 篮球架实物如图①。图②为该校放置在水平操场上的篮球架的横截面图形, 初始状态时, 篮球架的横梁 EF 平行于 AB , 立柱 AD 垂直于地面, EF 与上拉杆 CF 形成的角为 $\angle F$, 且 $\angle F = 150^\circ$, 这一篮球架可以通过调整 CF 和后拉杆 BC 的位置来调整篮筐的高度。在调整 EF 的高度时, 为使 EF 和 AB 平行, 需要改变 $\angle EFC$ 和 $\angle C$ 的度数, 如图③, 调整 EF 使其上升到 GH 的位置, 此时, GH 与 AB 平行, $\angle CDB = 35^\circ$, 并且点 H 、 D 、 B 三点在同一直线上, 请你帮忙求出 $\angle H$ 的度数。



第 13 题图①



第 13 题图②



第 13 题图③

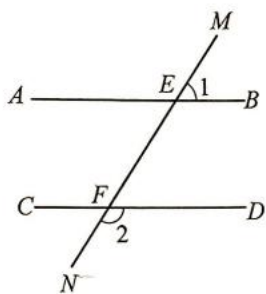


14 如图①,直线 MN 与直线 AB 、 CD 分别交于点 E 、 F , $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补.

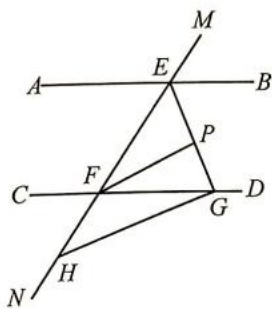
(1) 试判断直线 AB 与直线 CD 的位置关系,并说明理由;

(2) 如图②, $\angle BEF$ 与 $\angle EFD$ 的角平分线相交于点 P , EP 与 CD 相交于点 G ,点 H 是 MN 上一点,且 $GH \perp EG$,求证: $PF \parallel GH$;

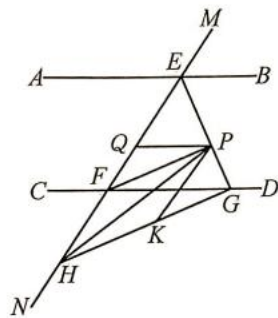
(3) 如图③,在(2)的条件下,连接 PH , K 是 GH 上一点且 $\angle PHK = \angle HPK$,作 PQ 平分 $\angle EPK$,问: $\angle HPQ$ 的大小是否发生变化? 若不变,请直接写出其值.



第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③



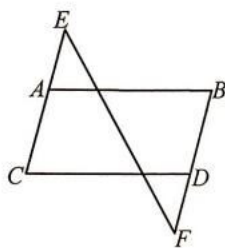
16.3(1) 命题

一、选择题

- 1 下列语句中,不是命题的是()。
- (A) 两点之间线段最短 (B) 在同一个平面内两直线不平行就相交
(C) 连接 A、B 两点 (D) 对顶角相等
- 2 对于“两条直线被第三条直线所截,同旁内角互补”,有两种不同的说法:
甲:它是假命题,所以不是命题;
乙:它是命题,并且是真命题。
下列判断中,正确的是()。
- (A) 甲对乙错 (B) 甲错乙对 (C) 甲乙都错 (D) 甲乙都对
- 3 关于命题“如果 $a > 0, b > 0$,那么 $ab > 0$ ”,下列判断中,正确的是()。
- (A) 该命题及其逆命题都是真命题 (B) 该命题是真命题,其逆命题是假命题
(C) 该命题是假命题,其逆命题是真命题 (D) 该命题及其逆命题都是假命题
- 4 下列命题中,是真命题的有()。
- ① 两条直线被第三条直线所截,同位角的平分线平行;
② 垂直于同一条直线的两条直线互相平行;
③ 过一点有且只有一条直线与已知直线平行;
④ 对顶角相等,邻补角互补。
- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

二、填空题

- 5 命题“若 $a > b$,则 $a - 3 < b - 3$ ”是_____命题。(填“真”或“假”)
- 6 把“对顶角相等”改写成“如果……那么……”的形式:_____。
- 7 命题“两直线平行,同位角相等”的条件是_____。
- 8 命题“如果两个角是同一个角的补角,那么这两个角相等”的逆命题是_____
_____,它是_____命题。(填“真”或“假”)
- 9 有下列命题:
① 两条直线被第三条直线所截,同位角相等;② 过一点有且只有一条直线与已知直线平行;③ 若 $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2$ 的两边与 $\angle 1$ 的两边分别平行,则 $\angle 2 = 40^\circ$ 或 140° ;④ 若 $b \perp c, a \perp c$,则 $b \parallel a$ 。其中是假命题的有_____。(填序号)
- 10 如图,点 A、D 分别在线段 CE、BF 上,连接 AB、CD、EF。现有以下三个论断:① $AB \parallel CD$;② $\angle B = \angle C$;③ $\angle E = \angle F$ 。如果以其中两个论断为条件,另一个论断为结论构造命题,能够构成_____个真命题。



第 10 题图



三、解答题

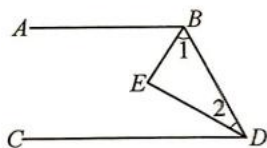
11 将下列命题改写成“如果……,那么……”的形式,并判断它们是真命题还是假命题,若是假命题,请举出反例。

- (1) 互为相反数的两个数的和为零;
- (2) 同旁内角互补;
- (3) 等角的余角相等。

12 如图,① $AB \parallel CD$;② BE 平分 $\angle ABD$;③ DE 平分 $\angle BDC$;④ $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 。

(1) 如果以①②③为条件,④为结论组成一个命题,那么这个命题是_____ (“真”或“假”)命题;

(2) 若(1)为真命题,证明(1)中的结论;若(1)为假命题,请举出反例。



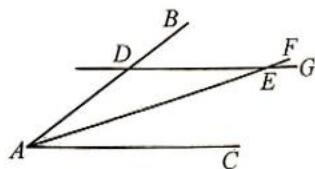
第 12 题图



13 如图,点 D 在 AB 上,直线 DG 交 AF 于点 E 。请从 ① $DG \parallel AC$;② AF 平分 $\angle BAC$;③ $\angle DAE = \angle DEA$ 中任选两个作为条件,余下一个作为结论,构造一个真命题,并求证。

已知:_____,求证:_____ (只需填写序号)。

证明:



第 13 题图

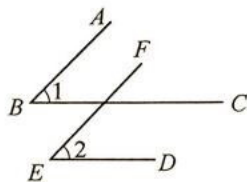




14 已知一个角的两边与另一个角的两边分别平行,结合下面图形探索这两个角的关系。

(1) 如图①,已知 $AB \parallel EF$, $BC \parallel ED$, 那么 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系是_____;

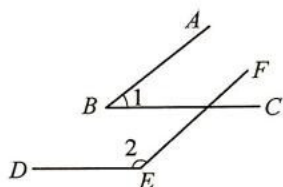
证明:



第 14 题图①

(2) 如图②,已知 $AB \parallel EF$, $BC \parallel ED$, 那么 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 的关系是_____;

证明:



第 14 题图②

(3) 经过探索,综合上述,我们可以得一个真命题是_____。



16.3(2) 证明

一、选择题

1 有下列命题:①同位角相等,两直线平行;②平行于同一条直线的两条直线垂直;③经过直线外一点,有且只有一条直线与这条直线平行;④两条直线被第三条直线所截,内错角相等;⑤直线外一点到这条直线的垂线段,叫作点到直线的距离;⑥若 $a > b$, 则 $ac > bc$ 。其中真命题有()。

- (A) 2个 (B) 3个 (C) 4个 (D) 5个

2 将命题“互余的两个锐角之和为直角”改写成“如果……那么……”的形式,正确的是()。

- (A) 如果两个角是锐角,那么这两个角互余
 (B) 如果两个角互余,那么这两个角是锐角
 (C) 如果有两个锐角互余,那么这两个角的和为直角
 (D) 如果有两个锐角的和为直角,那么这两个角互余

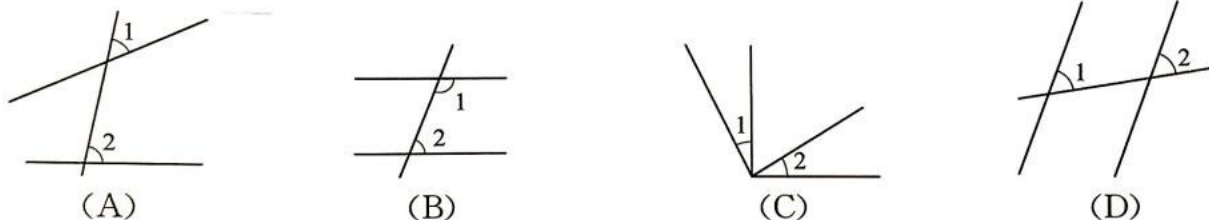
3 有下列命题:

- ① 同旁内角互补,两直线平行;
 ② 若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$;
 ③ 直角都相等;
 ④ 相等的角是对顶角。

它们的逆命题是真命题的个数是()。

- (A) 4个 (B) 3个 (C) 2个 (D) 1个

4 下列图形中, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 能作为反例说明“同位角相等”是假命题的是()。



二、填空题

5 命题“一个角的补角大于这个角”是_____命题。(填“真”或“假”)

6 下列命题是真命题的有_____。(填序号)

- ① 如果 $a \perp b, c \perp b$, 则 $a \perp c$;
 ② 在同一平面内,过一点有且只有一条直线与已知直线平行;
 ③ 同位角相等;
 ④ 同旁内角互补,则它们的角平分线互相垂直;
 ⑤ 互补的两个角是邻补角;
 ⑥ 过一点画已知直线的垂线可以画而且只能画一条。

7 已知命题“两个锐角的和是锐角”是个假命题,请你举一个反例说明它是假命题:_____

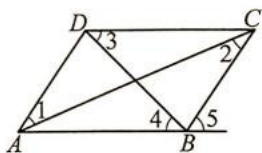


8 看图填空:

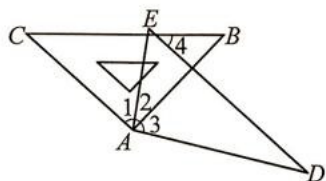
- (1) 由 $\angle 1 = \angle 2$, 可以得到 _____ // _____, 依据是 _____;
- (2) 由 $\angle 3 = \angle 4$, 可以得到 _____ // _____, 依据是 _____;
- (3) 由 $\angle 5 = \angle DAB$, 可以得到 _____ // _____, 依据是 _____;
- (4) 要得到 $AD \parallel BC$, 需 $\angle DAB +$ _____ $= 180^\circ$, 依据是 _____;
- (5) 要得到 $AB \parallel DC$, 需 _____ $+ \text{_____} = 180^\circ$, 依据是 _____。

9 将一副三角板按如图放置, 下列结论:

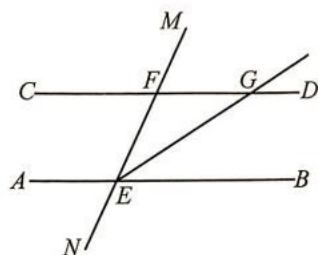
- ① $\angle 1 = \angle 3$; ② 如果 $\angle 2 = 30^\circ$, 那么 $AC \parallel DE$; ③ 如果 $\angle 2 = 45^\circ$, 那么 $BC \parallel AD$; ④ 如果 $\angle 4 = \angle C$, 那么 $\angle 2 = 30^\circ$, 其中正确的有 _____。(填序号)



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图



- 10 如图, 直线 MN 分别与直线 AB 、 CD 相交于点 E 、 F , EG 平分 $\angle BEF$, 交直线 CD 于点 G , 如果 $\angle MFD = \angle BEF = 56^\circ$, 过点 G 作 GP 垂直于 EG , 那么 $\angle PGF$ 的度数是 _____。

三、解答题

- 11 判断下列命题的真假, 如果是假命题, 请用举反例的方法说明; 如果是真命题, 请写出证明过程。

- (1) 如图所示, 如果 $2AC = 2BD$, 那么 $2AB = 2CD$;
- (2) 若 $m > n$, 则 $mp > np$ 。



第 11 题图



12 证明:两条平行直线被第三条直线所截,一对同旁内角的平分线互相垂直。

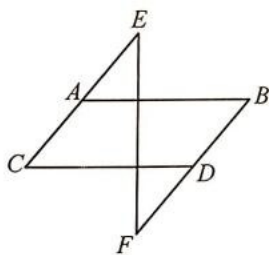


13 如图,有三个条件:① $AB \parallel CD$,② $\angle B = \angle C$,③ $\angle E = \angle F$ 。请将其中的两个作为已知条件,另一个作为结论,写出一个真命题,并进行证明。(证明过程中每步后面要写理由)

已知:_____ (只需填写序号);

结论:_____ (只需填写序号);

证明:



第 13 题图

14 (1) 【感知】如图①,已知 $AB \parallel CD$, AM 平分 $\angle BAC$, 求证: $\angle CAM = \angle CMA$ 。

请将下列证明过程补充完整:

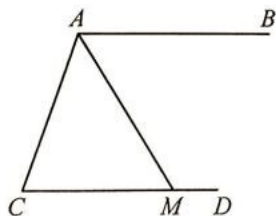
证明:因为 AM 平分 $\angle BAC$ (已知), 所以 $\angle CAM =$ _____ (角平分线的意义)。

又因为 $AB \parallel CD$ (已知), 所以 $\angle CMA =$ _____ (两直线平行, 内错角相等)。

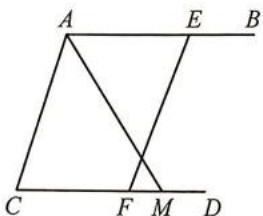
所以 $\angle CAM = \angle CMA$ (等量代换)。

(2) 【探索】如图②, AM 平分 $\angle BAC$, $\angle CAM = \angle CMA$, 点 E 在射线 AB 上, 点 F 在线段 CM 上, 若 $\angle AEF = \angle C$, 求证: $EF \parallel AC$ 。

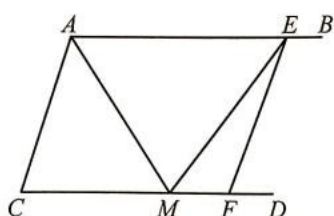
(3) 【拓展】如图③, 将【探索】中的点 F 移动到线段 CM 的延长线上, 其他条件不变, 若 $\angle CAM = 3\angle MEF = 57^\circ$, 请直接写出 $\angle AME$ 的度数。(提示: 过点 M 作 $MG \parallel AC$)



第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③



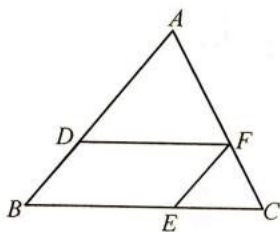
习题 16.3

一、选择题

- 1 下列语句中,是命题的是()。
- (A) 两直线被第三条直线所截
(B) 过直线外一点作这条直线的垂线
(C) 两直线相交
(D) 内错角相等
- 2 在“同一平面内”这个条件下,下列命题是真命题的是()。
- (A) 从直线外一点到这条直线的垂线段,叫做这点到这条直线的距离
(B) 如果一个角的两边分别平行于另一个角的两边,则这两个角相等
(C) 过一点有且只有一条直线与已知直线平行
(D) 如果两条平行线被第三条直线所截,同旁内角相等,那么这两条平行线都与第三条直线垂直
- 3 下列命题的逆命题是真命题的有()。
- ① 相等的角是对顶角;
② 同位角相等;
③ 如果 $ab=0$,那么 $a+b=0$;
④ 4 的倍数都是偶数。
- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- 4 说明“一个角的余角大于这个角”是假命题,可以举反例。下列表述中,不符合举反例要求的是()。
- (A) 设这个角是 45° ,它的余角是 45° ,但 $45^\circ = 45^\circ$,即一个角的余角不大于这个角
(B) 设这个角是 30° ,它的余角是 60° ,但 $30^\circ < 60^\circ$,即一个角的余角不大于这个角
(C) 设这个角是 60° ,它的余角是 30° ,但 $30^\circ < 60^\circ$,即一个角的余角不大于这个角
(D) 设这个角是 50° ,它的余角是 40° ,但 $40^\circ < 50^\circ$,即一个角的余角不大于这个角

二、填空题

- 5 把命题“互为相反数的两个数的和为零”写成“如果……那么……”的形式:_____。
- 6 “如果两个实数的绝对值相等,那么这两个数相等”,请你写出它的逆命题:_____。
- 7 举反例说明命题“如果 $a > b$,那么 $ac > bc$ ”是假命题,可以取 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____。
- 8 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 、 F 分别在 AB 、 BC 、 AC 上,已知 $EF \parallel AB$,要使 $DF \parallel BC$,只需要添加的一个条件是_____。
- 9 如图,已知 $GF \perp AB$, $\angle B = \angle AGH$, $\angle 1 = \angle 2$,有下列结论:

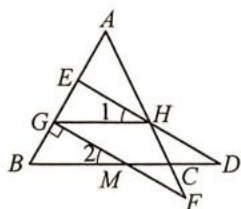


第 8 题图

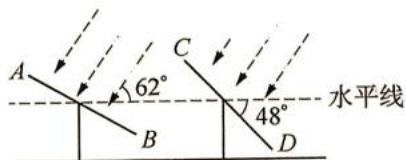


① $GH \parallel BC$; ② $DE \perp AB$; ③ $\angle D = \angle HGM$; ④ HE 平分 $\angle AHG$ 。

其中正确的有_____。(填序号)



第 9 题图



第 10 题图



⑩ 为响应国家新能源建设,某公交站亭装上了太阳能电池板。当地某一季节的太阳光(平行光线)与水平线最大夹角为 62° , 如图所示,此刻电池板 AB 与太阳光线相垂直,电池板 CD 与水平线夹角为 48° , 要使 $AB \parallel CD$, 需将电池板 CD 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 那么 α 的度数为_____。

三、解答题

⑪ 大课间结束后,某学习小组的几个同学立即开始讨论数学问题:

小明说:在同一平面上,平行于同一直线的两条直线也平行。

小丽说:在同一平面上,垂直于同一直线的两条直线也垂直。

小军说:你们两人说的命题都是真命题吗?

小红说:我感觉他们两人说的命题好像不都是真命题……

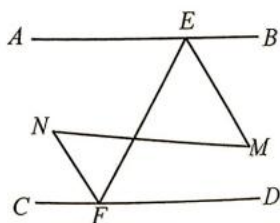
数学老师早就注意到他们的讨论,走过来说:这两个命题中,如果是真命题,请画图,写出已知、求证,并证明(注明理由);如果是假命题,请举反例并画图说明。

下面请你一起完成数学老师所说的任务。

⑫ 数学课上,老师在黑板上画出如图所示的图形,并写出三个条件: ① $\angle BEF + \angle DFE = 180^\circ$; ② EM 平分 $\angle BEF$, FN 平分 $\angle CFE$; ③ $\angle M = \angle N$ 。要求同学们以其中两个条件作为题设,另一个条件作为结论,构造一个真命题,并给予证明。

你选择的题设:_____, 结论:_____ (填序号)。

证明:



第 12 题图

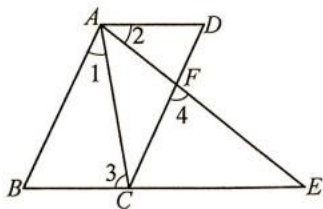




13 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E 是 BC 的延长线上一点, AE 与 CD 相交于点 F , 且 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$ 。

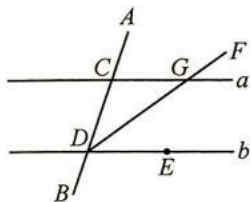
(1) 若 $CD \perp AE$, $\angle B = 55^\circ$, 求 $\angle ACD$ 的度数;

(2) 求证: $AD \parallel BE$ 。

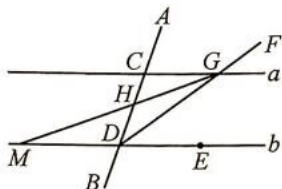


第 13 题图

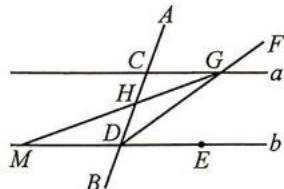
14 已知直线 AB 与直线 a 、 b 分别交于 C 、 D 两点, 点 E 在直线 b 上(点 E 在点 D 的右侧), 射线 DF 平分 $\angle ADE$ 交直线 a 于点 G , $\angle ACG = 2\angle CDG$ 。



第 14 题图①



第 14 题图②



备用图

(1) 如图①, 求证: $a \parallel b$;

(2) 如图②, 点 H 是线段 CD 上一点, 射线 GH 交直线 b 于点 M , $\angle ADE = 70^\circ$, $\angle DGM = 15^\circ$ 。

① 求 $\angle DMG$ 的度数;

② 点 N 在射线 DF 上, 连接 CN , 且满足 $\angle GCN = \angle DMG$, 请补全图形, 并求出 $\angle BCN$ 的度数。(提示: 点 N 在射线 DF 上分为点 N 在线段 DG 上、点 N 在线段 DG 的延长线上两种情况)



单元练习十六

一、选择题

1 有下列命题:

- ① 同位角相等,两直线平行;
- ② 平行于同一条直线的两条直线垂直;
- ③ 在同一平面上,过一点有且只有一条直线与已知直线平行;
- ④ 在同一平面上,过一点有且只有一条直线与已知直线垂直;
- ⑤ 直线外一点到这条直线的垂线段,叫作点到直线的距离。

其中真命题有()。

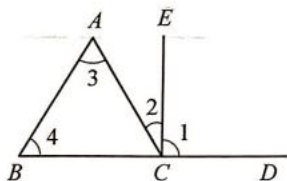
- (A) 2个 (B) 3个 (C) 4个 (D) 5个

2 如图,下列结论中,不正确的是()。

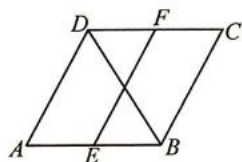
- (A) $\angle 1$ 与 $\angle 4$ 是同位角 (B) $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角
 (C) $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 是同旁内角 (D) $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是同旁内角

3 如图,已知 $AD \parallel EF \parallel BC$, $AB \parallel CD$, $\angle ABD = \angle ADB$,那么图中与 $\angle ABD$ 相等的角(除 $\angle ADB$ 外)还有()。

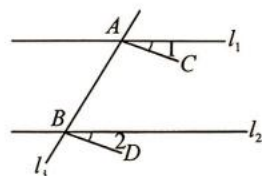
- (A) 2个 (B) 3个 (C) 4个 (D) 5个



第 2 题图



第 3 题图

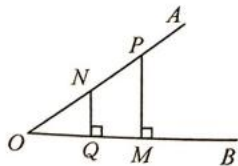


第 4 题图

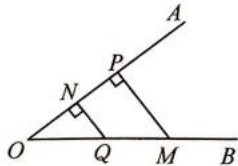
4 如图, l_1, l_2 被 l_3 截于 A、B 两点,且 $AC \parallel BD$,如果 $\angle 1 = 20^\circ$,那么 $\angle 2$ 的度数是()。

- (A) 20° (B) 160° (C) 30° (D) 无法确定

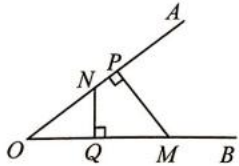
5 已知 P、Q 分别是 $\angle AOB$ 的边 OA、OB 上的点,分别画出点 P 到 OB 的垂线段 PM,点 Q 到 OA 的垂线段 QN,正确的图形是()。



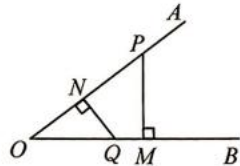
(A)



(B)



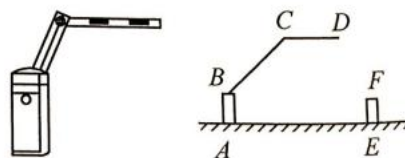
(C)



(D)



6 小林乘车进入车库时仔细观察了车库门口的“曲臂直杆道闸”,并抽象出如图所示的模型,已知 AB 垂直于水平地面 AE。当车牌被自动识别后,曲臂直杆道闸的 BC 段绕点 B 缓慢向上旋转,CD 段则一直保持水平状态上升(即 CD 与 AE 始终平行),在该过程中 $\angle ABC + \angle BCD$ 始终等于()。



第 6 题图

- (A) 180° (B) 250° (C) 270° (D) 360°

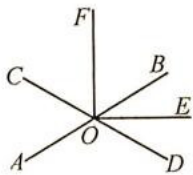


二、填空题

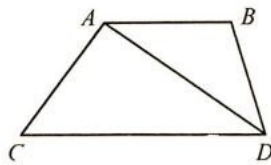
- 7 如图,与 $\angle 1$ 是同位角的有_____个,与 $\angle 1$ 是内错角的有_____个。



第 7 题图



第 8 题图



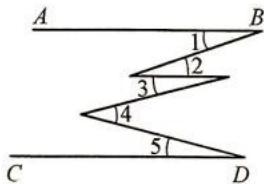
第 10 题图

- 8 如图,直线 AB 与 CD 相交于点 O , OE 平分 $\angle BOD$, $OF \perp OE$ 于点 O , 如果 $\angle AOC = 60^\circ$, 那么 $\angle COE$ 的度数是_____。

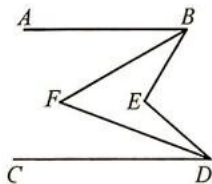
- 9 如果两个角的两边分别平行, 其中一个角是 55° , 那么另一个角的度数为_____。

- 10 如图, 如果 $AB \parallel CD$, DA 平分 $\angle BDC$, $\angle ADC : \angle B = 1 : 3$, 那么 $\angle BAD$ 的度数是_____。

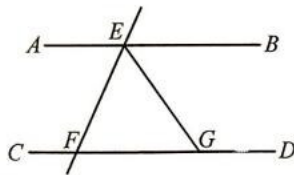
- 11 如图, 如果 $AB \parallel CD$, 那么 $\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 - \angle 4 + \angle 5 =$ _____。(填度数)



第 11 题图



第 12 题图



第 13 题图

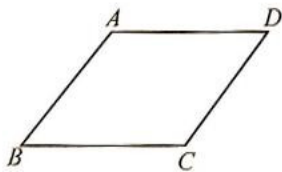
- 12 如图, 已知 $AB \parallel CD$, BF 平分 $\angle ABE$, DF 平分 $\angle CDE$, $\angle BED = 100^\circ$, 那么 $\angle BFD$ 的度数是_____。

- 13 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 直线 EF 分别交 AB 、 CD 于 E 、 F 两点, $\angle BEF$ 的平分线交 CD 于点 G , 若 $\angle EFG = 72^\circ$, 则 $\angle EGF$ 的度数是_____。

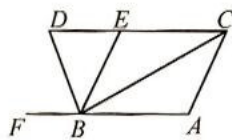
- 14 将命题“平行于同一条直线的两条直线平行”写成“如果……那么……”的形式为_____。

- 15 如图, 给出下列条件: ① $AB \parallel CD$; ② $AD \parallel BC$; ③ $\angle A + \angle B = 180^\circ$; ④ $\angle B + \angle C = 180^\circ$ 。选取其中一个作为已知条件, 另一个作为结论, 写出一个真命题:_____。

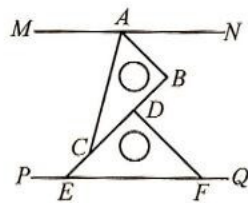
- 16 如图, $AF \parallel CD$, BD 平分 $\angle EBF$, 且 $BC \perp BD$, 有下列结论: ① BC 平分 $\angle ABE$; ② $AC \parallel BE$; ③ $\angle CBE + \angle D = 90^\circ$; ④ $\angle DEB = 2\angle BCD$ 。其中正确的结论为_____。(填序号)



第 15 题图



第 16 题图



第 17 题图

- 17 已知直线 $MN \parallel PQ$, 现将一副直角三角板如图摆放, 且 $\angle CAB = 60^\circ$, $\angle DEF = 45^\circ$ 。

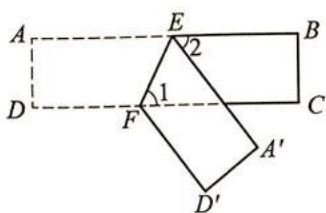


下列结论:① $AB \parallel DF$;② $\angle ACE = 150^\circ$;③ $\angle MAC = 65^\circ$;④ $\angle NAB = \angle DFE$, 其中正确的结论为_____。(填序号)

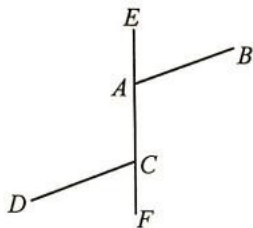


18 如图, 四边形 $ABCD$ 为一长条形纸带, $AB \parallel CD$, 将纸带 $ABCD$ 沿 EF 折叠, A 、 D 两点分别与点 A' 、 D' 对应, 如果 $\angle 1 = 2\angle 2$, 那么 $\angle AEF$ 的度数为_____。

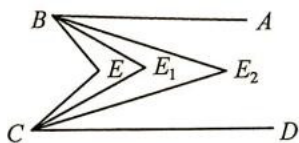
19 如图, 直线 EF 上有两点 A 、 C , 分别引两条射线 AB 、 CD , $\angle BAF = 110^\circ$, CD 与 AB 在直线 EF 两侧。若 $\angle DCF = 60^\circ$, 射线 AB 、 CD 分别绕 A 点、 C 点以 1 度/秒和 6 度/秒的速度同时顺时针转动, 设时间为 t 秒, 在射线 CD 转动一周的时间内, 当时间 t 的值为_____时, CD 与 AB 平行。



第 18 题图



第 19 题图

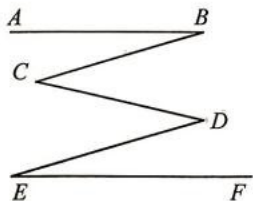


第 20 题图

20 如图, 已知 $AB \parallel CD$, CE 、 BE 的交点为 E , 现做如下操作: 第一次操作, 分别作 $\angle ABE$ 和 $\angle DCE$ 的平分线, 交点为 E_1 , 第二次操作, 分别作 $\angle ABE_1$ 和 $\angle DCE_1$ 的平分线, 交点为 E_2 , 第三次操作, 分别作 $\angle ABE_2$ 和 $\angle DCE_2$ 的平分线, 交点为 E_3 , …… 第 n 次操作, 分别作 $\angle ABE_{n-1}$ 和 $\angle DCE_{n-1}$ 的平分线, 交点为 E_n 。若 $\angle E_n = 2^\circ$, 则 $\angle BEC =$ _____。(填度数)

三、解答题

21 如图, 已知 $AB \parallel EF$, $\angle ABC = \angle DEF$, 试判断 BC 和 DE 的位置关系, 并说明理由。

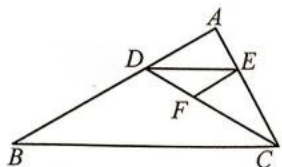


第 21 题图

22 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, F 在线段 CD 上。给出下列条件:
① $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$; ② $DE \parallel BC$; ③ $\angle DEF = \angle B$ 。

(1) 从这三个条件中选出两个作为已知, 另一个作为结论, 组成命题, 在组成的所有命题中, 正确命题的个数有几个? 请按 $\otimes \otimes \rightarrow \otimes$ 的形式一一写出来;

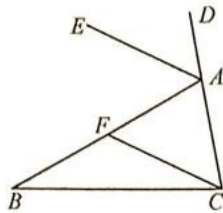
(2) 请选择其中的一个正确命题加以证明。



第 22 题图



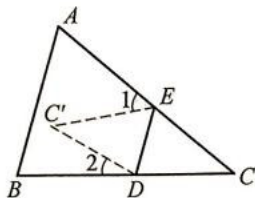
23 如图,已知 AE 平分 $\angle BAD$, $CF \parallel AE$, 若 $\angle BAC = 70^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 求 $\angle BCF$ 的度数。



第 23 题图



24 如图,在纸片三角形 ABC 中, $\angle A = 65^\circ$, $\angle B = 75^\circ$, $ED \parallel AB$, 将纸片的一角沿 DE 折叠,使点 C 落在 $\triangle ABC$ 内的点 C' 上,求 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 的度数。



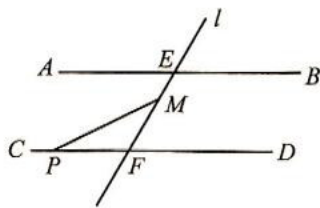
第 24 题图



25 已知直线 $AB \parallel CD$, 直线 l 分别交 AB 、 CD 于点 E 、 F , 点 M 在直线 EF 上, 点 P 是直线 CD 上的一个动点(点 P 不与点 F 重合)。

(1) 如图所示,当点 P 在射线 FC 上移动时, $\angle FMP + \angle FPM$ 与 $\angle AEF$ 有什么数量关系? 请说明理由。

(2) 当点 P 在射线 FD 上移动时,试画出图形,并思考: $\angle FMP + \angle FPM$ 与 $\angle AEF$ 有什么数量关系? 请直接写出结果。



第 25 题图



26 如图①,自行车尾灯是由塑料罩片包裹的若干个小平面镜组成,利用平面镜反射光线,以提醒后方车辆注意。小亮所在学习小组对其工作原理进行探究,发现以下规律:如图②, EF 为平面镜, AB 、 BC 分别为入射光线和反射光线,则 $\angle ABE = \angle CBF$ 。请继续以下探究:

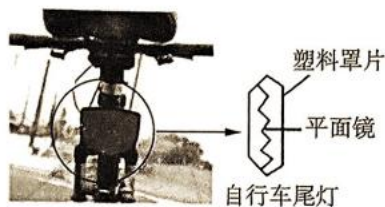
(1) 探究反射规律

① 如图③,已知 $\angle ABE = \alpha$, $\angle BFC = 105^\circ$,那么 $\angle DCG =$ _____ (用含 α 的代数式表示)。

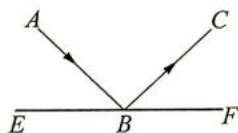
② 若光线 $AB \parallel CD$,判断 EF 与 FG 的位置关系,并说明理由。

(2) 模拟应用研究

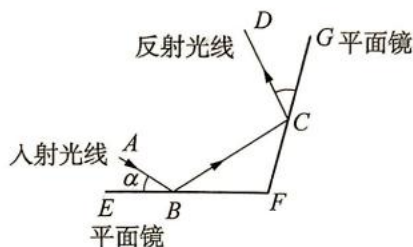
在行驶过程中,后车驾驶员平视前方,且视点 D 会高于反射点 C (如图④),因此小亮认为反射光线 CD 应与水平视线 DH 成一定角度。学习小组设计了如图⑤所示的模拟实验装置,使入射光线 $AB \parallel DH$,当 CD 与 DH 所成夹角为 15° 时,求 $\angle BFC$ 的度数。



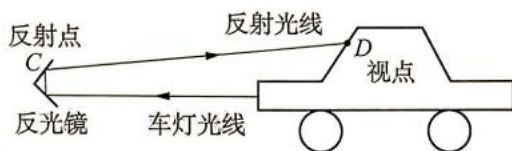
第 26 题图①



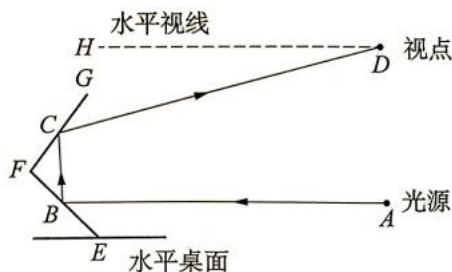
第 26 题图②



第 26 题图③



第 26 题图④



第 26 题图⑤

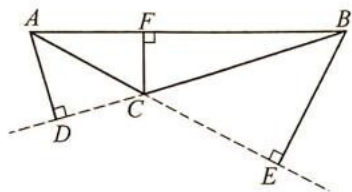


第 17 章 三角形

17.1(1) 三角形的有关概念(1)

一、选择题

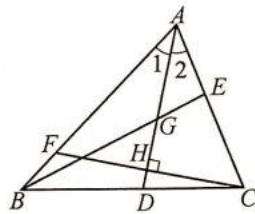
- 1 下列各组给出的不同长度的三条线段,不能组成三角形的是()。
- (A) 3, 8, 4 (B) 4, 9, 6 (C) 15, 20, 8 (D) 9, 15, 8
- 2 已知三角形的三边长分别为 2、 x 、13,如果 x 为正整数,那么这样的三角形有()。
- (A) 2 个 (B) 3 个 (C) 5 个 (D) 13 个
- 3 如图,在 $\triangle ABC$ 中,下列说法中,正确的是()。



第 3 题图

- (A) 线段 AD 是 AC 边上的高
 (B) 线段 CF 是 BC 边上的高
 (C) 线段 CF 是 AC 边上的高
 (D) 线段 BE 是 AC 边上的高

- 4 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle 1 = \angle 2$, G 为 AD 的中点,延长 BG 交 AC 于点 E , F 为边 AB 上的一点,且 $CF \perp AD$ 于点 H 。下列判断中,正确的是()。



第 4 题图

- (A) AD 是 $\triangle ABE$ 的一条角平分线
 (B) BE 是 $\triangle ABD$ 的一条中线
 (C) CH 为 $\triangle ACD$ 的边 AD 上的高
 (D) AH 是 $\triangle ABC$ 的一条角平分线

二、填空题

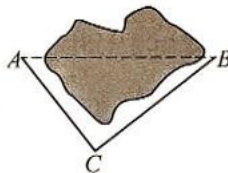
- 5 一个三角形的两边长分别是 2 cm 和 5 cm,如果第三边长为偶数,那么这个三角形的周长为 _____ cm。

- 6 4 条线段的长分别是 5、6、18、19,以其中任意三条为边,可以构成 _____ 个三角形。

- 7 如图,已知 A 、 B 两个城镇之间有两条线路,

线路①:隧道公路线段 AB ;线路②:普通公路折线段 $AC - CB$ 。

我们知道,线路①的路程比线路②的路程短;理由既可以是两点之间,线段最短,还可以是 _____。



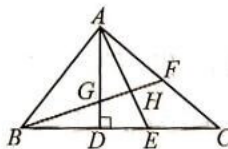
第 7 题图

- 8 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 在 BC 上,点 F 在 AC 上。

- (1) 如果 AE 平分 $\angle DAC$,那么 AH 是 \triangle _____ 的角平分线, AE 是 \triangle _____ 的角平分线;

- (2) 如果 $AF = FC$,那么 _____ 是 $\triangle ABC$ 的中线;

- (3) 如果 $AD \perp BC$,垂足为点 D ,以 AD 为高的三角形有 _____ 个,它们分别是 _____。

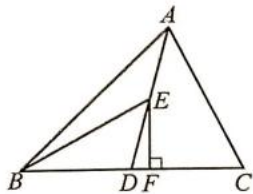


第 8 题图

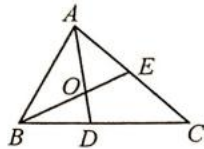




- 9 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, BE 是 $\triangle ABD$ 的中线, $EF \perp BC$ 于点 F 。如果 $S_{\triangle ABC} = 24$, $BC = 8$, 那么 EF 的长为_____。



第 9 题图



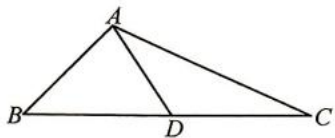
第 10 题图

- 10 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, E 为 AC 的中点, D 为 BC 上一点, 且 $BD : CD = 2 : 3$, AD 、 BE 交于点 O , 如果 $S_{\triangle ABE} = 5$, 那么 $S_{\triangle ACD} =$ _____。

三、解答题

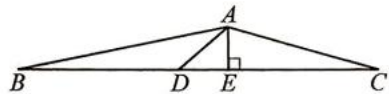
- 11 已知一个三角形的三边长分别为 5 、 $2a - 1$ 、 10 , 化简: $|a - 8| - |a - 2|$ 。

- 12 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的中线, $\triangle ADC$ 的周长比 $\triangle ABD$ 的周长多 5 cm, AB 与 AC 的和为 13 cm, 求 AC 的长。



第 12 题图

- 13 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 、 AE 分别是边 BC 上的中线和高的, $AE = 2$ cm, $S_{\triangle ABD} = 8$ cm²。求 BC 的长。



第 13 题图



- 14 如果一个三角形的三边 a 、 b 、 c 满足: $a - b > b - c$ ($a > b > c$), 那么称它为“不均衡三角形”, 例如: 一个三角形的三边长分别为 7 、 5 、 4 , 因为 $7 - 5 > 5 - 4$, 所以这个三角形为“不均衡三角形”。

(1) 以下两组长度的小木棍能组成“不均衡三角形”的是_____。(填序号)

① 13 cm、 18 cm、 9 cm; ② 9 cm、 8 cm、 6 cm。

(2) 已知 x 为整数, 且“不均衡三角形”三边长分别为 $2x$ 、 16 、 10 , 求出所有符合条件的 x 的值。



17.1(2) 三角形的有关概念(2)

一、选择题

1 图中的三角形被木板遮住了一部分,那么这个三角形是()。

- (A) 锐角三角形 (B) 直角三角形
(C) 钝角三角形 (D) 以上都有可能



第1题图

2 如果一个三角形的三条高的交点恰是三角形的一个顶点,那么这个三角形是()。

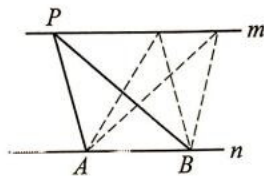
- (A) 锐角三角形 (B) 直角三角形
(C) 钝角三角形 (D) 等腰三角形

3 下列说法中,正确的是()。

① 等腰三角形是等边三角形; ② 等边三角形是等腰三角形; ③ 等腰三角形至少有两边相等; ④ 三角形按角分为锐角三角形、直角三角形和钝角三角形。

- (A) ①③ (B) ②④
(C) ②③④ (D) ①③④

4 如图,点 P 在直线 m 上运动, A 、 B 是直线 n 上的两个定点,且直线 $m \parallel n$, 则①点 P 到直线 n 的距离;② $\triangle PAB$ 的周长;③ $\triangle PAB$ 的面积;④ $\angle APB$ 的大小,其中不会随着点 P 的移动而变化的是()。



第4题图

- (A) ①② (B) ①③
(C) ②④ (D) ③④

二、填空题

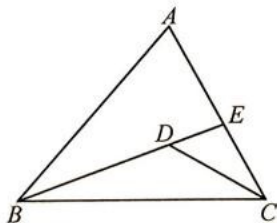
5 如果一个等腰三角形的两边长为 5 和 8,那么这个三角形的周长为_____。

6 如果一个等腰三角形的三边长分别为 12、6、 $a+2$, 那么这个等腰三角形的周长为_____。

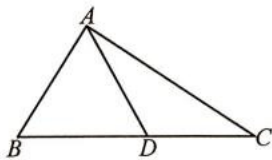
7 如果一个等腰三角形的周长为 20,一边长 6,那么其他两边长为_____。

8 如果一个等腰三角形的周长为 5,它的三边长都是整数,那么它的腰长为_____。

9 定义:有一条公共边的两个三角形称为一对“共边三角形”。如图,以 BC 为公共边的“共边三角形”有_____对。



第9题图



第10题图

10 如图,已知 $\triangle ABC$ 的周长为 21 cm, $AB = 6$ cm,边 BC 上的中线 $AD = 5$ cm, $\triangle ABD$ 的周长为 15 cm,那么 AC 的长为_____ cm。



三、解答题

11 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=7$, $BC=4x$, $AC=3x$ 。

(1) 求 x 的取值范围;

(2) 如果 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 求 x 的值。



12 已知一个等腰三角形一腰上的中线把这个三角形的周长分成 12 cm 和 21 cm 两部分, 求这个等腰三角形底边的长。

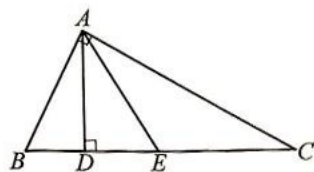


13 如图, 已知 AD 、 AE 分别是 $\triangle ABC$ 的高和中线, $AB=6$ cm, $AC=8$ cm, $BC=10$ cm, $\angle CAB=90^\circ$ 。求:

(1) AD 的长;

(2) $\triangle ABE$ 的面积;

(3) $\triangle ACE$ 和 $\triangle ABE$ 的周长的差。



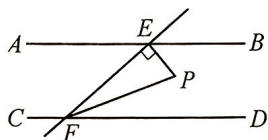
第 13 题图



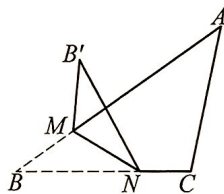
17.2(1) 三角形的内角和

一、选择题

- 1 如果一个三角形的两个内角的度数分别为 60° 、 50° ，那么这个三角形是()。
- (A) 锐角三角形 (B) 直角三角形
(C) 钝角三角形 (D) 以上都有可能
- 2 下列说法中，正确的是()。
- (A) 三角形的高都在三角形内
(B) 三角形的三条中线相交于三角形内一点
(C) 钝角三角形的内角和大于锐角三角形的内角和
(D) 三角形最大的一个内角的度数可以小于 60°
- 3 如图， $AB \parallel CD$ ， EF 与 AB 、 CD 分别相交于点 E 、 F ， $EP \perp EF$ ，与 $\angle EFD$ 的平分线 FP 相交于点 P ，且 $\angle BEP = 50^\circ$ ，那么 $\angle EPF$ 的度数是()。
- (A) 70° (B) 65° (C) 60° (D) 55°



第3题图



第4题图

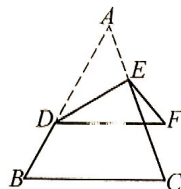
- 4 如图，在 $\triangle ABC$ 中， M 、 N 分别是边 AB 、 BC 上的点，将 $\triangle BMN$ 沿 MN 折叠，使点 B 落在点 B' 处，如果 $\angle B = 35^\circ$ ， $\angle BNM = 28^\circ$ ，那么 $\angle AMB'$ 的度数为()。
- (A) 30° (B) 37° (C) 54° (D) 63°

二、填空题

- 5 在直角三角形中，如果一个锐角等于 75° ，那么另一个锐角的度数是_____。
- 6 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 5$ ，那么 $\angle B$ 的度数是_____。
- 7 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = \angle B = 4\angle C$ ，那么 $\angle C$ 的度数是_____。
- 8 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 的平分线分别为 AD 和 BE ，那么直线 AD 与 BE 的夹角度数为_____。
- 9 当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时，我们称此三角形为“奇妙三角形”。如果一个“奇妙三角形”的一个内角为 60° ，那么这个“奇妙三角形”的另两个内角的度数为_____。



- 10 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 分别是边 AB 和 AC 上的点，将这个 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 折叠，点 A 落到点 F 的位置。如果 $DF \parallel BC$ ， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle CEF = 20^\circ$ ，那么 $\angle A$ 的度数为_____。

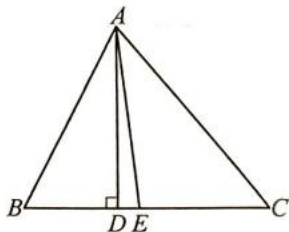


第10题图



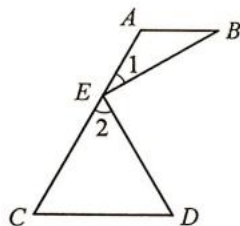
三、解答题

11 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=64^\circ$, $\angle C=48^\circ$, AD 是边 BC 上的高, AE 是 $\angle BAC$ 的平分线,求 $\angle DAE$ 的度数。



第 11 题图

12 如图,已知点 E 为 AC 上一点, $BE \perp DE$, $\angle 1 = \angle B$, $\angle 2 = \angle D$, $\angle A = 120^\circ$,求 $\angle C$ 的度数。

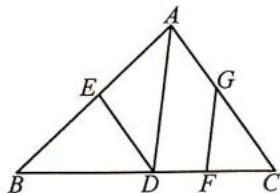


第 12 题图

13 如图, D 、 E 、 F 、 G 是 $\triangle ABC$ 边上的点, $\angle BAC = \angle BED$, $\angle ADE = \angle CGF$ 。

(1) 求证: $AD \parallel GF$;

(2) 如果 AD 平分 $\angle BAC$, $\angle AED = 100^\circ$, $\angle C = 55^\circ$,求 $\angle CFG$ 的度数。



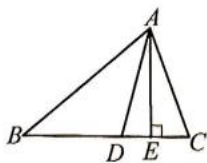
第 13 题图



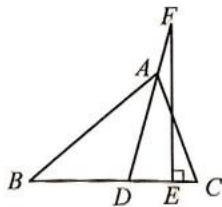
14 【感知】如图①,在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $AE \perp BC$, $\angle B=40^\circ$, $\angle C=70^\circ$,求 $\angle DAE$ 的度数;

【探究】如图②,在 $\triangle ABC$ 中,如果把“ $AE \perp BC$ ”变成“点 F 在 DA 的延长线上, $FE \perp BC$ ”,其他条件不变,求 $\angle DFE$ 的度数;

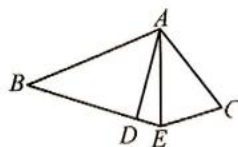
【拓展】如图③,如果把“ $\triangle ABC$ ”变成“四边形 $ABEC$ ”,把“ $AE \perp BC$ ”变成“ EA 平分 $\angle BEC$ ”,其他条件不变,求 $\angle DAE$ 的度数。



第 14 题图①



第 14 题图②



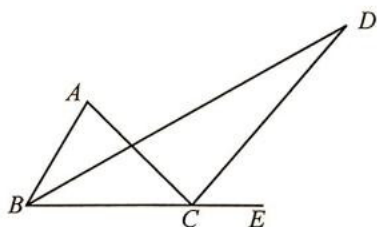
第 14 题图③



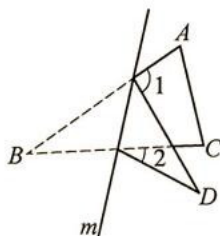
17.2(2) 三角形的外角及其性质(1)

一、选择题

- 1 如果三角形的一个外角等于与它相邻的内角,那么这个三角形是()。
- (A) 锐角三角形 (B) 直角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 以上都有可能
- 2 下列命题:①三角形的三个内角中最多有一个钝角;②三角形的三个内角中至少有两个锐角;③有两个内角分别为 50° 和 20° 的三角形一定是钝角三角形;④直角三角形中两锐角的和为 90° 。其中,真命题的个数有()。
- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个
- 3 如图,已知 BD 、 CD 分别是 $\triangle ABC$ 的一条内角平分线与一条外角平分线, $\angle D = 20^\circ$, 那么 $\angle A$ 的度数为()。
- (A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 60°



第3题图



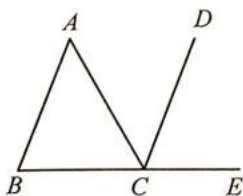
第4题图



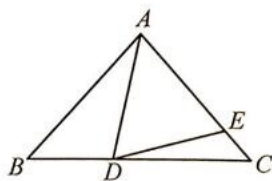
- 4 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 32^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 m 翻折,点 B 落在点 D 的位置,那么 $\angle 1 - \angle 2$ 的度数是()。
- (A) 32° (B) 64° (C) 65° (D) 70°

二、填空题

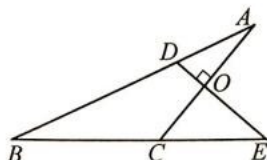
- 5 命题“三角形的外角大于它的任何一个内角”是_____命题(填“真”或“假”)。
- 6 如图,已知 $\angle A = 50^\circ$, $\angle ACB = 60^\circ$, $AB \parallel CD$,那么 $\angle DCE$ 的度数为_____。
- 7 如图,已知 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 、 AC 上的点,如果 $\angle B = \angle C$, $\angle ADE = \angle AED$, $\angle BAD = 30^\circ$,那么 $\angle EDC$ 的度数为_____。
- 8 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 25^\circ$,延长 BC 至点 E ,过点 E 作 AC 的垂线 ED ,垂足为点 O ,且 $\angle E = 40^\circ$,那么 $\angle A$ 的度数为_____。



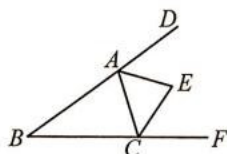
第6题图



第7题图



第8题图

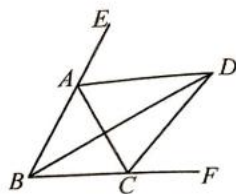


第9题图

- 9 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 36^\circ$, 三角形的外角 $\angle DAC$ 和 $\angle ACF$ 的平分线交于点 E ,那么 $\angle AEC$ 的度数为_____。



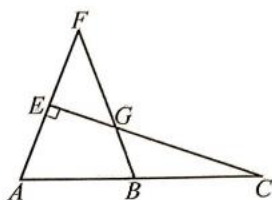
- 10 如图,已知 $\angle ABC = \angle ACB$, AD 、 BD 、 CD 分别平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle EAC$ 、内角 $\angle ABC$ 、外角 $\angle ACF$,有以下结论:① $AD \parallel BC$;② $\angle ACB = 2\angle ADB$;③ $\angle ADC = 90^\circ - \angle ABD$;④ $\angle BDC = \frac{1}{2}\angle BAC$ 。其中,正确的结论是_____。(填序号)



第 10 题图

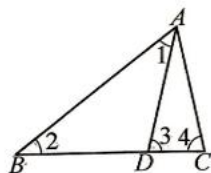
三、解答题

- 11 如图, $FA \perp EC$,垂足为点 E , $\angle F = 40^\circ$, $\angle C = 20^\circ$,求 $\angle FBC$ 的度数。



第 11 题图

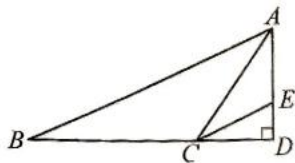
- 12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle BAC = 63^\circ$,求 $\angle DAC$ 的度数。



第 12 题图

- 13 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 25^\circ$, $\angle BAC = 31^\circ$,过点 A 作边 BC 上的高,交 BC 的延长线于点 D , CE 平分 $\angle ACD$,交 AD 于点 E 。

求:(1) $\angle ACD$ 的度数;(2) $\angle AEC$ 的度数。



第 13 题图

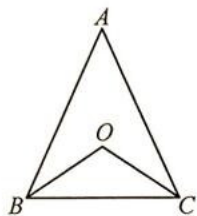




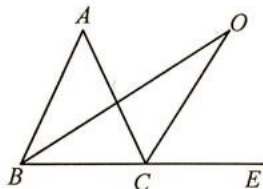
14 探究下列问题:

(1) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, BO 平分 $\angle ABC$, CO 平分 $\angle ACB$, 如果 $\angle A = 50^\circ$, 那么 $\angle BOC =$ _____ ; 此时 $\angle A$ 与 $\angle BOC$ 有怎样的数量关系? 试说明理由。

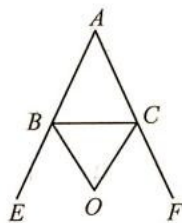
(2) 如图②, BO 平分 $\angle ABC$, CO 平分 $\angle ACE$, 如果 $\angle A = 50^\circ$, 那么 $\angle BOC =$ _____ ; 此时 $\angle A$ 与 $\angle BOC$ 有怎样的数量关系? 试说明理由。



第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③

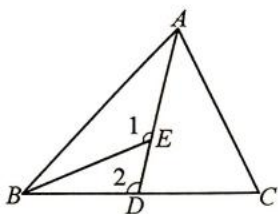
(3) 如图③, $\triangle ABC$ 的外角 $\angle CBE$ 、 $\angle BCF$ 的平分线 BO 、 CO 相交于点 O , 如果 $\angle A = 50^\circ$, 那么 $\angle BOC =$ _____ ; 并直接写出此时 $\angle A$ 与 $\angle BOC$ 的数量关系。



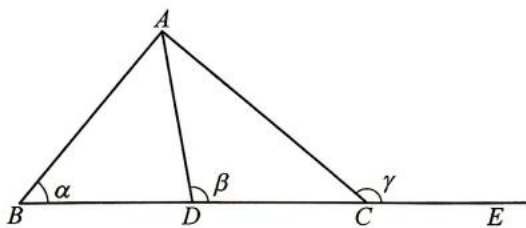
17.2(3) 三角形的外角及其性质(2)

一、选择题

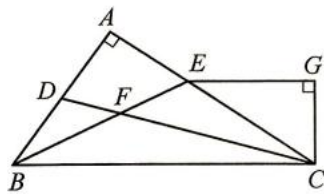
- 1 如图, $\angle C$ 、 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 之间的大小关系是()。
- (A) $\angle C > \angle 2 > \angle 1$ (B) $\angle 2 > \angle 1 > \angle C$
 (C) $\angle C > \angle 1 > \angle 2$ (D) $\angle 1 > \angle 2 > \angle C$
- 2 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{3}\angle C$, 那么这个三角形是()。
- (A) 锐角三角形 (B) 直角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 以上都有可能
- 3 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, B 、 C 、 E 三点在一条直线上, 那么 α 、 β 、 γ 之间的数量关系是()。
- (A) $\alpha + \beta = \gamma$ (B) $2\alpha - \beta = \gamma$ (C) $2\beta - \alpha = \gamma$ (D) $2\gamma - \alpha = \beta$



第 1 题图



第 3 题图

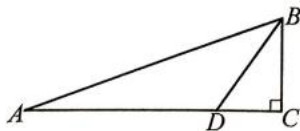


第 4 题图

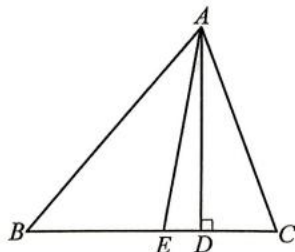
- 4 如图, $\triangle ABC$ 的角平分线 CD 、 BE 相交于点 F , $\angle A = 90^\circ$, $EG \parallel BC$, 且 $CG \perp EG$ 于点 G , 下列结论: ① $\angle CEG = 2\angle DCB$; ② $\angle DFB = \frac{1}{2}\angle CGE$; ③ $\angle ADC = \angle GCD$; ④ CA 平分 $\angle BCG$, 其中, 一定成立的结论个数有()。
- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

二、填空题

- 5 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 64^\circ$, $\angle A = 31^\circ$, 那么 $\angle C$ 的度数为_____。
- 6 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 20^\circ$, BD 为 $\angle ABC$ 的平分线, 那么 $\angle BDC$ 的度数为_____。
- 7 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 20^\circ$, 点 D 在边 AB 上, 连接 CD 。如果 $\triangle ACD$ 为直角三角形, 那么 $\angle DCB$ 的度数为_____。



第 6 题图



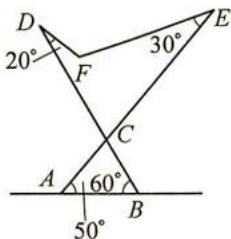
第 8 题图

- 8 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的高, AE 是 $\angle BAC$ 的平分线, $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$

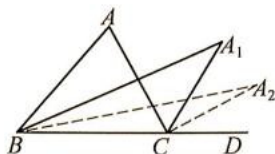


那么 $\angle DAE$ 的度数为 _____。

- 9 如图是可调躺椅几何示意图(数据如图), AE 与 BD 的交点为 C , 且 $\angle EAB$ 、 $\angle DBA$ 、 $\angle E$ 保持不变。为了舒适, 需调整 $\angle D$ 的大小, 使 $\angle EFD = 130^\circ$, 那么图中 $\angle D$ 应 _____ (选填“增加”或“减少”) _____ 度。



第 9 题图

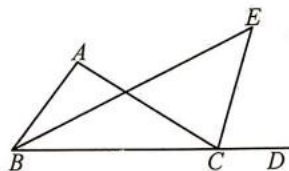


第 10 题图

- 10 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 64^\circ$, $\angle ABC$ 和 $\angle ACD$ 的平分线交于点 A_1 , 得 $\angle A_1$; $\angle A_1BC$ 和 $\angle A_1CD$ 的平分线交于点 A_2 , 得 $\angle A_2$; \dots ; $\angle A_4BC$ 和 $\angle A_4CD$ 的平分线交于点 A_5 , 那么 $\angle A_5$ 的度数为 _____。

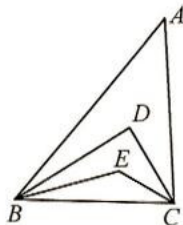
三、解答题

- 11 如图, 已知 D 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 延长线上一点, $\angle A = 96^\circ$, $\angle ABC$ 与 $\angle ACD$ 的平分线交于点 E , 求 $\angle E$ 的度数。



第 11 题图

- 12 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 42^\circ$, 点 D 、 E 为 $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的三等分线的交点, 求 $\angle D$ 、 $\angle E$ 的度数。



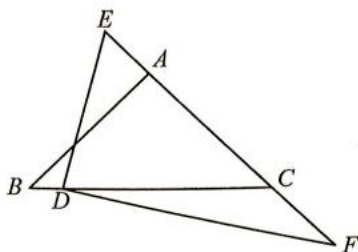
第 12 题图



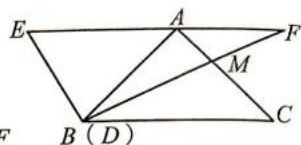


13 生活中到处都存在着数学知识,只要同学们学会用数学的眼光观察生活,就会有许多意想不到的收获。下面是用一副三角板(在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$;在 $\triangle DEF$ 中, $\angle EDF = 90^\circ$, $\angle E = 60^\circ$)所拼成的图形。

- (1) 如图①,点 D 在边 BC 上,求 $\angle CDE$ 的度数;
 (2) 如图②,点 B 与点 D 重合,点 A 、 E 、 F 在同一条直线上, AC 交 BF 于点 M ,如果 $\angle ABE = 75^\circ$,判断并证明 BC 与 EF 的位置关系。



第 13 题图①

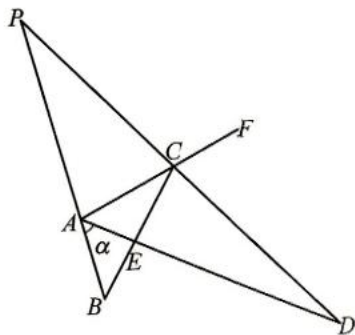


第 13 题图②



14 定义:在一个三角形中,如果有一个角是另一个角的 2 倍,我们称这两个角互为“如意角”,这个三角形叫做“如意三角形”。例如:在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 40^\circ$,那么 $\angle A$ 与 $\angle B$ 互为“如意角”, $\triangle ABC$ 为“如意三角形”。

- (1) 如果 $\triangle ABC$ 为“如意三角形”, $\angle A = 132^\circ$,那么在 $\triangle ABC$ 中,最小的内角度数为_____;
 (2) 如果 $\triangle ABC$ 为“如意三角形”, $\angle A = 66^\circ$,那么在 $\triangle ABC$ 中,最大的内角度数为_____;
 (3) 如图, AD 平分 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle BAC$,交 BC 于点 E , CD 平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle BCF$,延长 BA 和 DC 交于点 P ,已知 $\angle P = 30^\circ$, $\angle BAE$ 和 $\angle B$ 互为“如意角”,设 $\angle BAE = \alpha$,求 α 的值。



第 14 题图

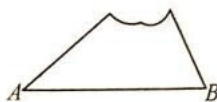


习题 17.1—17.2

一、选择题

1 如图,一个缺角的三角形 ABC 残片,量得 $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 65^\circ$, 那么这个三角形残缺前的 $\angle C$ 的度数为()。

- (A) 55° (B) 65°
(C) 75° (D) 85°



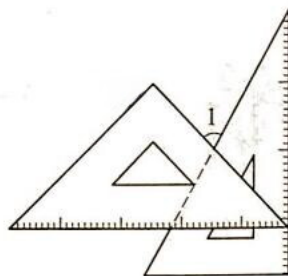
第 1 题图

2 如果将一张三角形纸片剪开分成两个三角形,那么这两个三角形不可能()。

- (A) 都是锐角三角形
(B) 都是直角三角形
(C) 都是钝角三角形
(D) 是一个锐角三角形和一个钝角三角形

3 在实践活动中,李明和王刚进行角的探究,他们将一副三角板按如图所示方式摆放,使有刻度的两边互相垂直,那么 $\angle 1$ 的度数为()。

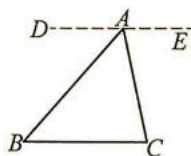
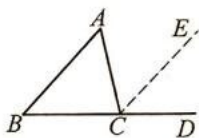
- (A) 45°
(B) 60°
(C) 50°
(D) 75°



第 3 题图

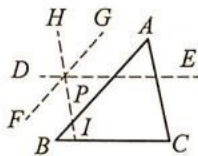
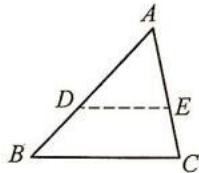
4 在探究证明“三角形的内角和等于 180° ”时,飞翔班的同学作了如下四种辅助线,其中不能证明“三角形的内角和等于 180° ”的是()。

- (A) 延长 BC 至点 D ,过点 C 作 $CE \parallel AB$ (B) 过点 A 作 $DE \parallel BC$



- (C) 过点 D 作 $DE \parallel BC$,交 AC 于点 E

- (D) 过点 P 作 $FG \parallel AB$, $DE \parallel BC$, $HI \parallel AC$



二、填空题

5 如果,等腰三角形的两边长为 4 和 9,那么这个等腰三角形的周长为_____。

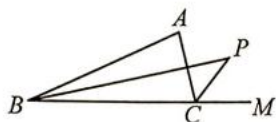
6 已知五条线段的长分别为 1 cm、2 cm、3 cm、4 cm、5 cm,那么以其中三条线段为边可以构成_____个三角形。

7 已知等腰三角形的一个内角为 120° ,则它的一条腰上的高与另一条腰的夹角度数为_____。

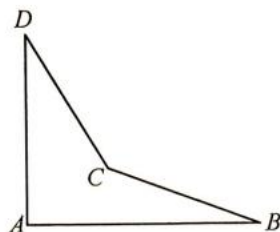


8 如图, BP 是 $\triangle ABC$ 中 $\angle ABC$ 的平分线, CP 是 $\angle ACB$ 的外角的平分线, 如果 $\angle ABP = 20^\circ$, $\angle ACP = 50^\circ$, 那么 $\angle P$ 的度数是 _____。

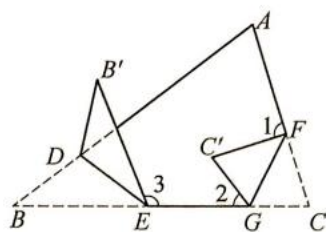
9 一个零件的形状如图所示, 按规定 $\angle A$ 应等于 90° , $\angle B$ 与 $\angle D$ 的度数分别是 20° 和 30° , 牛叔叔量得 $\angle BCD = 140^\circ$, 请你帮助牛叔叔计算 $\angle A =$ _____, 并判断该零件 _____。(填“合格”或“不合格”)



第 8 题图



第 9 题图



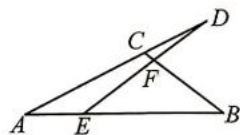
第 10 题图



10 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 65^\circ$, 将 $\angle B$ 、 $\angle C$ 按照如图所示折叠, 已知 $\angle ADB' = 35^\circ$, 那么 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____。

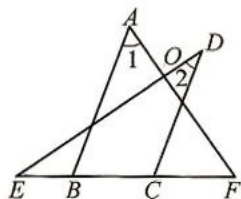
三、解答题

11 如图, 已知 $\angle A = 27^\circ$, $\angle B = 38^\circ$, $\angle D = 10^\circ$, 求 $\angle DCB$ 、 $\angle DEB$ 的度数。



第 11 题图

12 如图, 已知 $AB \parallel CD$, $\angle 1 = \angle F$, $\angle 2 = \angle E$, 求 $\angle EOF$ 的度数。

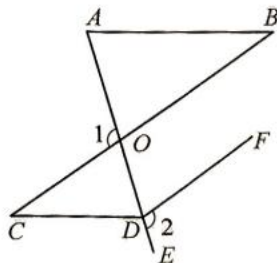


第 12 题图

13 如图, AD 和 BC 相交于点 O , $\angle A = \angle AOB$, $\angle COD = \angle CDO$ 。

(1) 求证: $\angle B = \angle C$;

(2) 如果 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 = 110^\circ$, 求 $\angle B$ 的度数。



第 13 题图





14 如图①,已知线段 AB 、 CD 相交于点 O ,连接 AC 、 BD ,我们把形如这样的图形称为“8 字型”。

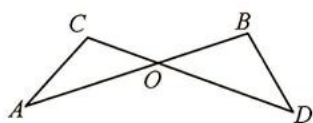
(1) 求证: $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$;

(2) 如图②, AP 平分 $\angle CAB$, DP 平分 $\angle CDB$, AP 与 CD 相交于点 M , AB 与 DP 相交于点 N 。

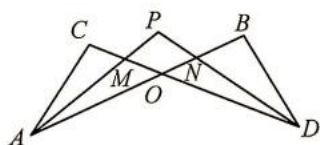
① 以线段 AC 为边的“8 字型”有 _____ 个,以点 O 为交点的“8 字型”有 _____ 个。

② 如果 $\angle B = 100^\circ$, $\angle C = 120^\circ$, 求 $\angle P$ 的度数。

③ 如果将“ AP 平分 $\angle CAB$, DP 平分 $\angle CDB$ ”条件改为“ $\angle CAP = \frac{1}{3}\angle CAB$, $\angle CDP = \frac{1}{3}\angle CDB$ ”, 试探究 $\angle P$ 与 $\angle B$ 、 $\angle C$ 三者的数量关系,并说明理由。



第 14 题图①



第 14 题图②



17.3 全等三角形的概念与性质

一、选择题

1 下列说法中,正确的是()。

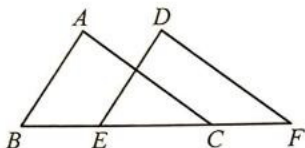
- (A) 形状相同的两个三角形全等 (B) 面积相等的两个三角形全等
(C) 完全重合的两个三角形全等 (D) 所有的等边三角形全等

2 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与顶点 D 、 E 、 F 对应, 点 B 、 E 、 C 、 F 在同一直线上, $BC = 7$, $EC = 4$, 那么 CF 的长是()。

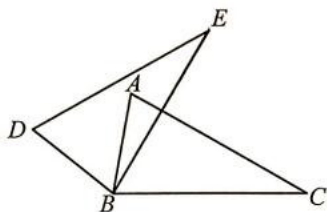
- (A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7

3 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DBE$, 顶点 A 、 C 分别与顶点 D 、 E 对应, $\angle ABC = 80^\circ$, $\angle D = 65^\circ$, 那么 $\angle C$ 的度数为()。

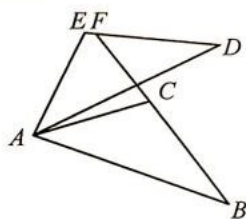
- (A) 20° (B) 25° (C) 30° (D) 35°



第 2 题图



第 3 题图



第 4 题图

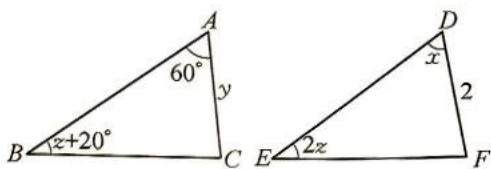
4 如图, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 顶点 B 、 C 分别与顶点 D 、 E 对应, BC 的延长线交 DE 于点 F , $\angle B = 33^\circ$, $\angle AED = 110^\circ$, $\angle DAC = 10^\circ$, 那么 $\angle DFB$ 等于()。

- (A) 55° (B) 47° (C) 65° (D) 60°

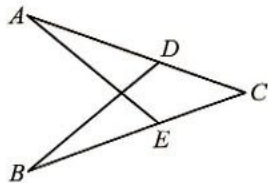
二、填空题

5 如图, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与顶点 D 、 E 、 F 对应, 那么 $x =$ _____, $y =$ _____, $z =$ _____。

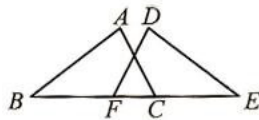
6 如图, 已知 $\triangle ACE \cong \triangle BCD$, 顶点 A 、 E 分别与顶点 B 、 D 对应, $CD = 5$ cm, $BC = 12$ cm, $AD =$ _____ cm。



第 5 题图



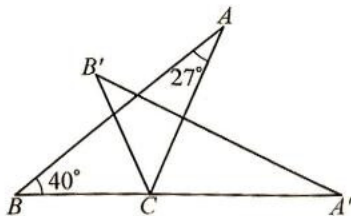
第 6 题图



第 7 题图

7 如图, 用同种材料制成的金属框架, 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与顶点 D 、 E 、 F 对应, $AC = DF$, $AB = DE$, 其中 $\triangle ABC$ 的周长为 24 cm, $CF = 3$ cm, 那么制成整个金属框架所需材料为 _____ cm。

8 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 按顺时针方向旋转至 $\triangle A'B'C$, 使点 A' 落在 BC 的延长线上。已知 $\angle A = 27^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, 那么 $\angle ACB'$ 的度数为 _____。



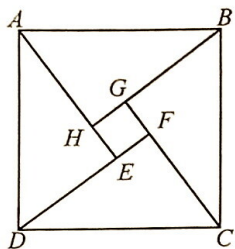
第 8 题图



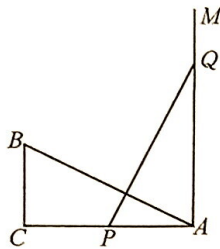
9 如图是我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”，其中 $\triangle ABH$ 、 $\triangle BCG$ 、 $\triangle CDF$ 和 $\triangle DAE$ 是四个全等的直角三角形，四边形 $ABCD$ 和 $EFGH$ 都是正方形，如果 $AH=6$ ， $EF=2$ ，那么正方形 $ABCD$ 的面积为_____。



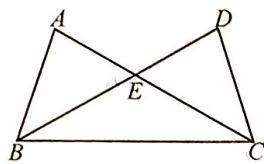
10 如图，已知 $\angle C = \angle CAM = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 4$ ， P 、 Q 两点分别在线段 AC 和射线 AM 上运动，且 $PQ = AB$ 。如果 $\triangle ABC$ 与 $\triangle PQA$ 全等，那么 AP 的长为_____。



第 9 题图



第 10 题图



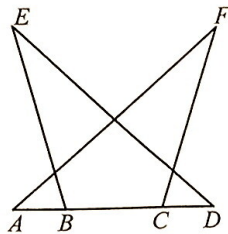
第 11 题图

三、解答题

11 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ ，点 A 与点 D 对应， $\angle ABC = 72^\circ$ ， $\angle ACB = 30^\circ$ 。

- (1) 求 $\angle D$ 的度数；
- (2) 求 $\angle AEB$ 的度数。

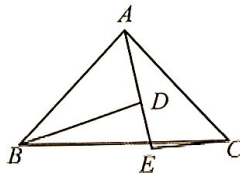
12 如图，已知 $\triangle ACF \cong \triangle DBE$ ，顶点 A 、 C 、 F 分别与顶点 D 、 B 、 E 对应， $AD = 11$ ， $BC = 7$ ，求 AB 的长。



第 12 题图

13 如图，已知点 A 、 D 、 E 在同一条直线上，且 $\triangle BAD \cong \triangle ACE$ ，点 D 与 E 对应， $\angle ABD$ 与 $\angle CAE$ 对应， $\angle BAD$ 与 $\angle ACE$ 对应。

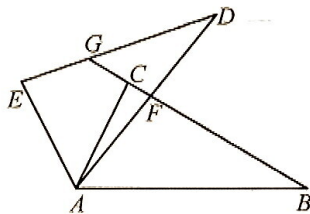
- (1) 求证： $BD = DE + CE$ ；
- (2) 求 $\angle BAC$ 满足什么条件时， $BD \parallel CE$ ？



第 13 题图



14 如图，已知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，点 B 、 C 分别与点 D 、 E 对应，且 $\angle CAD = 10^\circ$ ， $\angle B = \angle D = 32^\circ$ ， $\angle EAB = 124^\circ$ ，延长 BC 交 DE 于点 G ，求 $\angle DFB$ 和 $\angle DGB$ 的度数。



第 14 题图



17.4(1) 三角形全等的判定(1)

一、选择题

1 如图,盖房子时,在窗框未安装好之前,木工师傅常常先在窗框上斜钉一根木条使窗框不变形,这样做的数学依据是()。

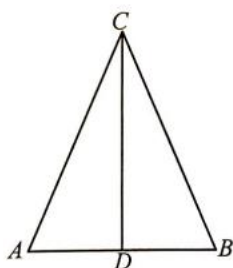
- (A) 两点之间线段最短 (B) 两点确定一条直线
(C) 三角形的稳定性 (D) 垂线段最短

2 如图,已知 $AC = CB$, $AD = DB$, 下列结论中,不一定成立的是()。

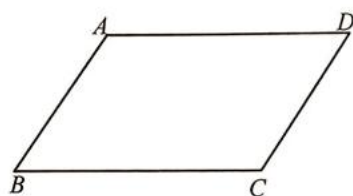
- (A) $\triangle CAD \cong \triangle CBD$ (B) $\angle ADC = 90^\circ$
(C) $\angle ACD = \frac{1}{2}\angle C$ (D) CD 平分 $\angle ACB$



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

3 如图, $AB = CD$, $BC = AD$, 下列结论中,不一定成立的是()。

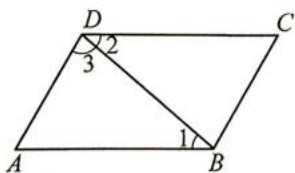
- (A) $AB \parallel CD$ (B) $\angle B = \angle D$
(C) $\angle A = \angle C$ (D) $AB = BC$

二、填空题

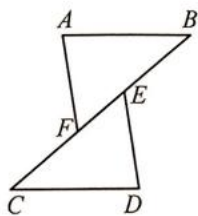
4 如图,已知 $AB = CD$, $AD = BC$, $\angle 2 = 40^\circ$, $\angle 3 = 80^\circ$, 那么 $\angle A$ 的度数为 _____。

5 如图,已知 $AB = CD$, $DE = AF$, $CF = BE$, $\angle AFB = 60^\circ$, $\angle CDE = 80^\circ$, 那么 $\angle ABC$ 的度数为 _____。

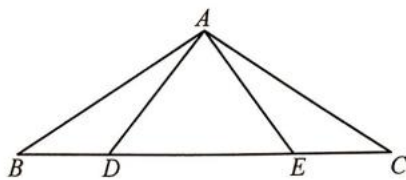
6 如图,如果 $AB = AC$, $BE = CD$, $AE = AD$, 那么 $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, 依据是 _____, 所以 $\angle AEB = \angle$ _____, $\angle BAE = \angle$ _____。



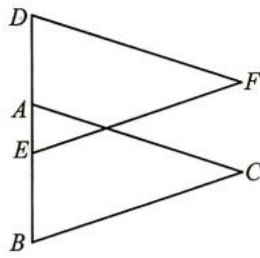
第 4 题图



第 5 题图



第 6 题图

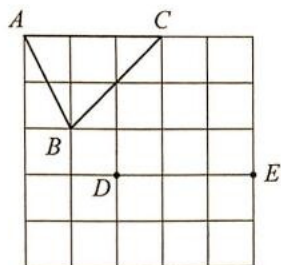


第 7 题图

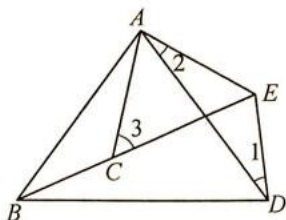
7 如图, $AC = DF$, $BC = EF$, $AD = BE$, $\angle BAC = 72^\circ$, $\angle F = 32^\circ$, 那么 $\angle ABC$ 的度数为 _____。



8 如图, 5×5 的正方形网格, 以 D 、 E 为两个顶点作位置不同的格点三角形, 使所作的格点三角形与 $\triangle ABC$ 全等, 这样的格点三角形可以画出 _____ 个。



第 8 题图



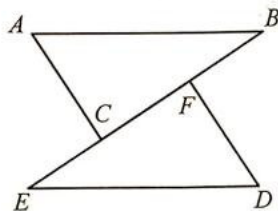
第 9 题图



9 如图, 点 B 、 C 、 E 在同一直线上, 且 $AB = AD$, $AC = AE$, $BC = DE$, 如果 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 94^\circ$, 那么 $\angle 3$ 的度数为 _____。

三、解答题

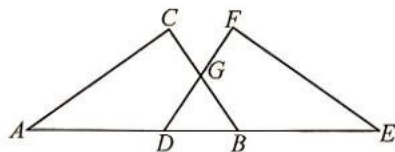
10 如图, 点 B 、 F 、 C 、 E 在同一条直线上, $BF = EC$, $AB = DE$, $AC = DF$ 。
求证: $AB \parallel DE$ 。



第 10 题图

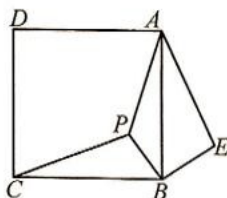
11 如图, 已知点 A 、 D 、 B 、 E 在同一条直线上, $AC = EF$, $AD = EB$, $BC = DF$, BC 与 DF 相交于点 G 。

- (1) 求证: $\angle A = \angle E$;
- (2) 当 $\angle CGD = 110^\circ$ 时, 求 $\angle GBD$ 的度数。



第 11 题图

12 如图, 已知点 P 是正方形 $ABCD$ 内一点, 在正方形外有一点 E , 满足 $BE = BP$, $AE = CP$ 。求证: (1) $\triangle ABE \cong \triangle CBP$; (2) $\angle PBE = 90^\circ$ 。

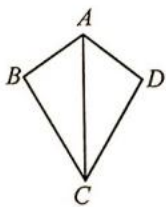


第 12 题图

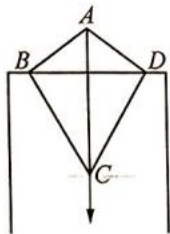




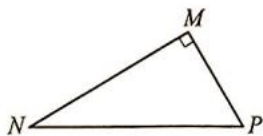
13 【操作应用】(1) 定义: 有两组邻边分别相等, 且对边不相等的四边形叫做“筝形”。实践小组用四根木条钉成“筝形”仪器, 如图①所示, 其中 $AB=AD$, $BC=DC$, 相邻两根木条的连接处是可以转动的。连接 AC , 求证: AC 平分 $\angle BAD$ 。



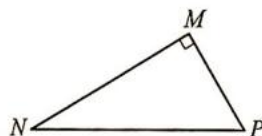
第 13 题图①



第 13 题图②



第 13 题图③



备用图

【实践拓展】(2) 实践小组尝试使用“筝形”仪器检测教室门框是否水平。如图②, 在仪器上的点 A 处绑一条线绳, 线绳另一端挂一个铅锤, 仪器上的点 B 、 D 紧贴门框上方, 观察发现线绳恰好经过点 C , 即判断门框是水平的。实践小组的判断对吗? 请说明理由。

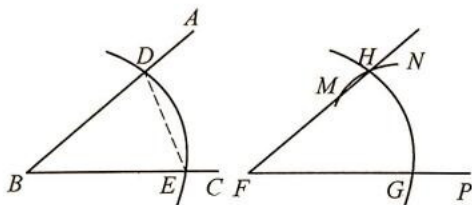
(3) 如图③, 在 $\triangle MNP$ 中, $\angle M=90^\circ$, $\angle N=30^\circ$, E 、 F 分别是边 MN 、 NP 上的动点。当四边形 $MEFP$ 为“筝形”时, 求 $\angle NFE$ 的度数。



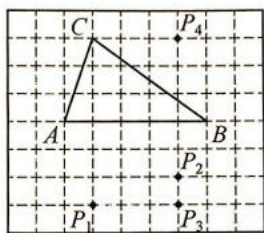
17.4(2) 三角形全等的判定(2)

一、选择题

- 1 下列作图中,属于尺规作图的是()。
- (A) 用量角器画出 $\angle AOB$,使 $\angle AOB = 60^\circ$
 (B) 已知一个角为 α ,借助没有刻度的直尺和圆规作 $\angle AOB$,使 $\angle AOB = 2\alpha$
 (C) 用三角尺画 $MN = 1.5 \text{ cm}$
 (D) 用三角尺过点 P 作 AB 的垂线
- 2 如图,尺规作 $\angle HFG = \angle ABC$,作图痕迹中弧 MN 是()。
- (A) 以点 F 为圆心,以 BE 长为半径的弧 (B) 以点 F 为圆心,以 DE 长为半径的弧
 (C) 以点 G 为圆心,以 BE 长为半径的弧 (D) 以点 G 为圆心,以 DE 长为半径的弧



第 2 题图

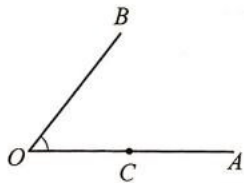


第 3 题图

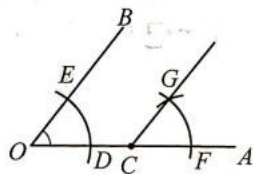
- 3 如图,在方格纸中,以 AB 为一边作 $\triangle ABP$,使之与 $\triangle ABC$ 全等,从 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 四个点中找出符合条件的点 P ,那么符合要求的点 P 有()。
- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

- 4 “经过已知角一边上的一点,作一个角等于已知角”的尺规作图过程如下:如图①,已知 $\angle AOB$ 和 OA 上的一点 C 。求作:一个角等于 $\angle AOB$,使它的顶点为 C ,一边为 CA 。作法:如图②,第一步:在 OA 上取一点 D ,以点 O 为圆心, OD 长为半径作弧,交 OB 于点 E ;第二步:以点 C 为圆心,以 OD 长为半径作弧,交 CA 于点 F ,以点 F 为圆心,以 DE 长为半径作弧,两弧交于点 G ;第三步:作射线 CG 。那么 $\angle GCA$ 就是所求作的角。此作图的依据中不含有()。

- (A) 三边分别相等的两个三角形全等
 (B) 全等三角形的对应角相等
 (C) 两点确定一条直线
 (D) 两直线平行,同位角相等



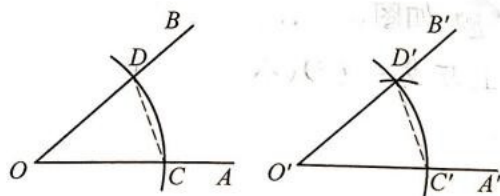
第 4 题图①



第 4 题图②

二、填空题

- 5 如图,小明同学用直尺和圆规作一个角等于已知角,不用度量,就能得到 $\angle A'O'B' = \angle AOB$,他是通过全等三角形的判定得到的结论,那么他用的判定依据是_____。

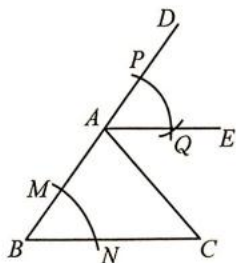


第 5 题图

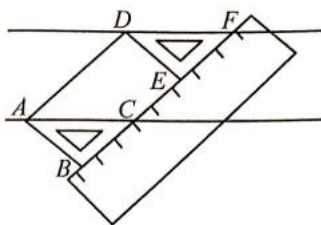
- 6 如图, $\angle CAD$ 为 $\triangle ABC$ 的外角,按以下步骤作图:
- ① 以点 B 为圆心,以适当长为半径画弧,交 BA 于点 M ,交 BC 于点 N ;



- ② 以点 A 为圆心, 以 BM 长为半径画弧, 交 AD 于点 P ;
 ③ 以点 P 为圆心, 以 MN 长为半径画弧, 交前一条弧于点 Q ;
 ④ 经过点 Q 画射线 AE , 如果 $\angle C = 50^\circ$, 那么 $\angle EAC$ 的度数是_____。



第 6 题图



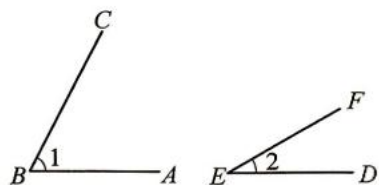
第 7 题图



- 7 如图, 小明用直角三角尺和刻度尺画平行线时, 将 $\triangle ABC$ 沿刻度尺推到 $\triangle DEF$ 的位置。如果 $AB = BC = a$, $CF = b$, 那么四边形 $ACED$ 的面积是_____ (用含 a 、 b 的代数式表示)。

三、解答题

- 8 如图, 已知 $\angle 1 = \angle ABC$, $\angle 2 = \angle DEF$, 画 $\angle MON$, 使 $\angle MON = 2\angle 1 - \angle 2$ 。(不写作法)。

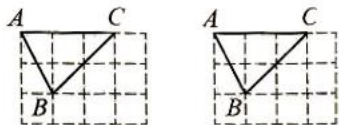


第 8 题图

- 9 如图, 在 4×3 的正方形网格中, $\triangle ABC$ 的顶点都在正方形网格的格点上。请你在图①和图②中分别画出一个三角形, 同时满足以下两个条件:

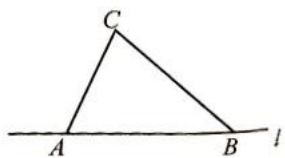
- ① 以点 B 为一个顶点, 另外两个顶点也在正方形网格的格点上。
 ② 与 $\triangle ABC$ 全等, 且不与 $\triangle ABC$ 重合。

请标记好字母, 并写出全等。



第 9 题图① 第 9 题图②

- 10 如图, A 、 B 为直线 l 上两点, 点 C 在直线 l 上方。连接 AC 、 BC 。请用尺规作图, 在直线 l 上方找一点 D (不与点 C 重合), 使 $\triangle ABD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积。(保留作图痕迹, 不写作法)



第 10 题图

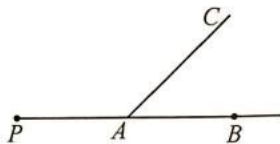




11 如图,点 P 、 A 、 B 在一条直线上。

(1) 尺规作图,以 P 为顶点,以射线 PB 为一边,作 $\angle QPB = \angle CAB$; (不写作法,保留作图痕迹)

(2) 已知 $\angle CAB = 45^\circ$, 判断 AC 与 PQ 的位置关系,并说明理由。



第 11 题图

12 平行的思考

【作平行】

(1) 如图①,尺规作图,过点 P 作 $l_2 \parallel AB$ 。(不写作法,保留作图痕迹)

【折平行】

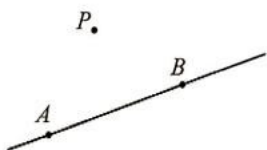
现有一张长方形纸片 $ABCD$, 小明和小丽分别折平行线。

小明:如图②,折出 BD , 展平后再折叠纸片,使点 A 、 C 分别落在 BD 所在直线上的点 A' 、 C' 处,展平纸片,得到折痕 BM 、 DN 。

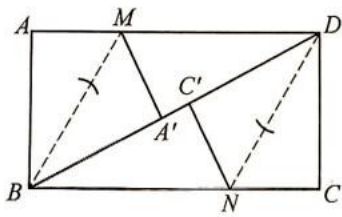
小丽:如图③,将边 MC 折至 MC' 处,再将边 AD 折至 AD' 处,使得 MC' 和 $A'D'$ 在同一条直线上,展平纸片,得到折痕 MN 、 EF 。

【证平行】

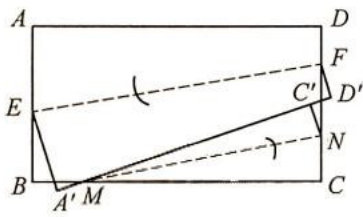
(2) 小明发现 $BM \parallel DN$, 小丽发现 $MN \parallel EF$ 。请你选择其中一个发现进行证明。



第 12 题图①



第 12 题图②



第 12 题图③



17.4(3) 三角形全等的判定(3)

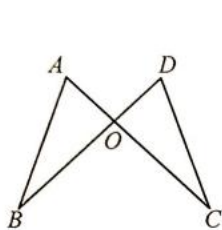
一、选择题

1 如图,已知 AC 和 BD 相交于点 O ,如果 $OA = OD$,用“SAS”证明 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ 还需添加条件()。

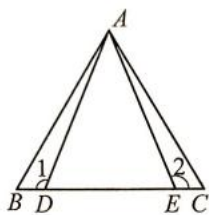
- (A) $AB = CD$ (B) $OB = OC$
(C) $\angle C = \angle D$ (D) $\angle AOB = \angle DOC$

2 如图,已知 $BE = CD$, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 1 = 110^\circ$, $\angle BAE = 60^\circ$,那么 $\angle CAE =$ ()。

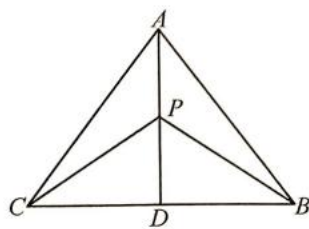
- (A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 50°



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

3 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, AD 平分 $\angle BAC$,那么下列结论中不一定成立的是()。

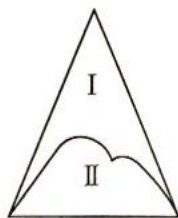
- (A) $AD \perp BC$ (B) $CD = BD$
(C) $\angle ACP = \angle ABP$ (D) $S_{\triangle ACP} = S_{\triangle BDP}$

二、填空题

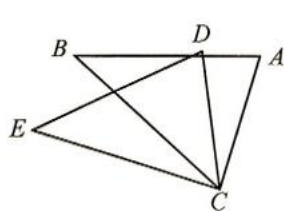
4 如图,一块三角形玻璃碎成了 I、II 两块,现需购买一块同样大小的三角形玻璃,为方便起见,只需带上第_____块玻璃碎片。

5 如图,已知 $\angle B = \angle E$, $AB = DE$,要使得 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$,如果以“SAS”为依据,那么还需添加条件:_____。

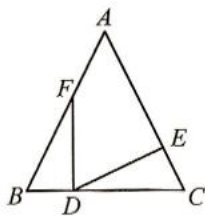
6 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中,已知 $AB = DE = 4$, $AC = DF = 6$, $\angle C = \angle F = 50^\circ$,那么这两个三角形_____全等。(选填“一定”或“不一定”)。



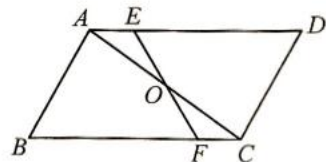
第 4 题图



第 5 题图



第 7 题图



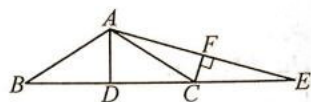
第 8 题图

7 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, $BF = CD$, $BD = CE$, $\angle FDE = 65^\circ$,那么 $\angle A$ 的度数为_____。

8 如图,在四边形 $ABCD$ 中,点 E 、 F 分别在边 AD 、 BC 上,线段 EF 与 AC 相交于点 O 且互相平分,如果 $AD = BC = 10$, $EF = AB = 6$,那么四边形 $EFCD$ 的周长是_____。



- 9 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线,点 E 是 BC 延长线上一点,连接 AE , CF 是 AE 的垂直平分线,如果 $CE=5$, $BD=4$,那么 $\triangle ABC$ 的周长为_____。



第9题图

三、解答题

- 10 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 的中点,点 P 是 AD 上一点, $PC=PB$, $\angle ACP=\angle ABP$ 。

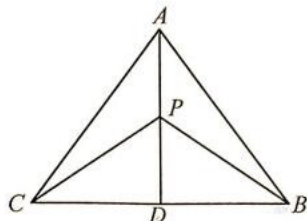
求证: $\angle CAP=\angle BAP$ 。

证明:在 $\triangle APC$ 和 $\triangle APB$ 中,

$$\begin{cases} PC=PB, \\ \angle ACP=\angle ABP, \\ AP=AP. \end{cases}$$

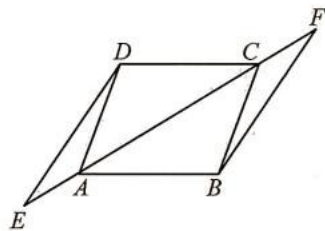
所以 $\triangle APC \cong \triangle APB$ (第一步),因此 $\angle CAP=\angle BAP$ (第二步)。

- (1) 上面证明过程是否正确? 如果正确,请写出每一步推理根据;如果不正确,请指出错在哪一步。(2) 写出你认为正确的推理过程。



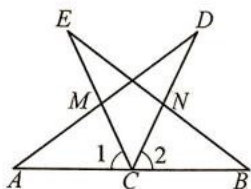
第10题图

- 11 如图,已知 $AD \parallel BC$, $AD=BC$, $AE=CF$,求证: $DE \parallel BF$ 。



第11题图

- 12 如图,已知 C 、 M 、 N 分别为 AB 、 CE 、 CD 的中点,且 $CM=CN$, $\angle 1=\angle 2$,求证: $AD=BE$ 。



第12题图

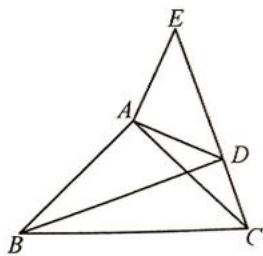




13 如图,在 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADE$ 中, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $AB = AC$, $AD = AE$.
点 C 、 D 、 E 在同一直线上,连接 BD .

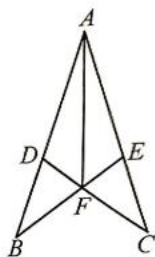
(1) 求证: $\triangle BAD \cong \triangle CAE$;

(2) 请判断 BD 、 CE 有怎样的数量关系和位置关系,并说明理由。



第 13 题图

14 如图,已知 $AB = AC$, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上,且 $BD = CE$, BE 交 CD 于点 F , 连接 AF . 在不添加任何辅助线的情况下,请直接写出图中所有的全等三角形,并任选一组全等三角形说明理由。



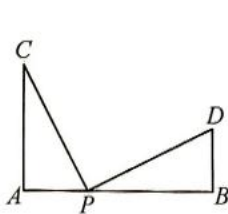
第 14 题图



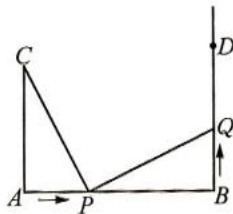
15 【基础巩固】如图①,已知 $AC \perp AB$, $BD \perp AB$, 垂足分别为点 A 、 B . 已知 $AC = PB$, $AP = BD$, 探究 PC 与 PD 的数量、位置关系,并说明理由。

【尝试应用】如图②, $AB = 9$ cm, $AC \perp AB$, $BD \perp AB$, 垂足分别为点 A 、 B , $AC = 7$ cm. 点 P 在线段 AB 上以 2 cm/s 的速度由点 A 向点 B 运动,同时点 Q 在射线 BD 上以同样的速度运动,它们运动的时间为 t 秒(当点 P 运动结束时,点 Q 的运动随之结束). 当 $t = 1$ 时,判断此时线段 PC 和线段 PQ 的数量、位置关系,并说明理由。

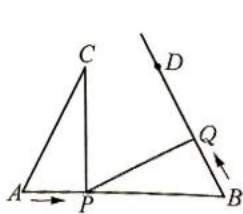
【拓展提高】如图③,在【尝试应用】的基础上,把“ $AC \perp AB$, $BD \perp AB$ ”改为“ $\angle CAB = \angle DBA$ ”, 设点 Q 的运动速度为 x cm/s,其他条件不变,当 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等时,求出相应的 x 的值。



第 15 题图①



第 15 题图②



第 15 题图③



17.4(4) 三角形全等的判定(4)

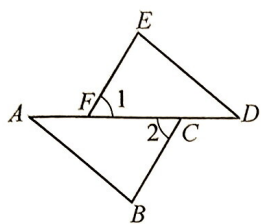
一、选择题

1 如图,已知 $\angle A = \angle D$, $\angle 1 = \angle 2$,要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ASA) 还需要添加的条件是 ()。

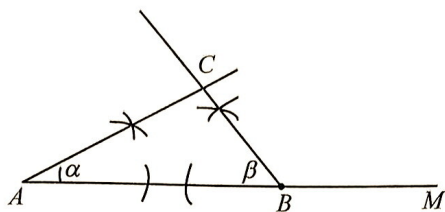
- (A) $\angle B = \angle E$ (B) $AB = DE$ (C) $BC = EF$ (D) $AF = CD$

2 如图是作 $\triangle ABC$ 的作图痕迹,那么作此图的已知条件是 ()。

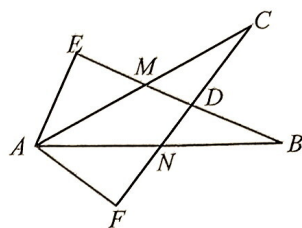
- (A) 已知两边及夹角 (B) 已知三边
(C) 已知两角及夹边 (D) 已知两边及一边对角



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

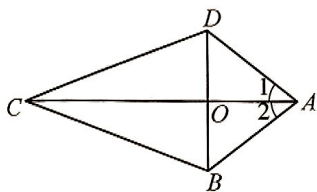
3 如图,已知 $\angle E = \angle F = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$, $BE = CF$,有下列结论:① $EM = FN$;② $CD = DN$;③ $\angle FAN = \angle EAM$;④ $\triangle ACN \cong \triangle ABM$ 中,正确的结论个数有 ()。

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

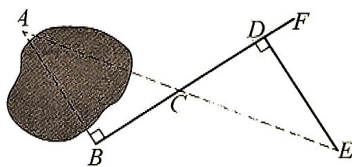
二、填空题

4 (1) 如图,已知 $\angle 1 = \angle 2$,添加一个条件 _____,可使 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (ASA);

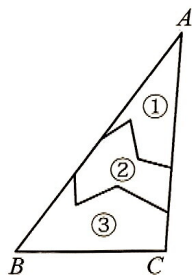
(2) 如图,已知 $\angle 1 = \angle 2$,添加一个条件 _____,可使 $\triangle AOD \cong \triangle AOB$ (SAS)。



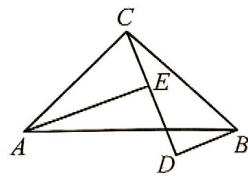
第 4 题图



第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图

5 如图,要测量池塘两岸相对的两点 A、B 的距离,小明在池塘外取 AB 的垂线 BF 上的点 C、D,使 $BC = CD$,再画出 BF 的垂线 DE,使点 E 与 A、C 在一条直线上,可得 $\triangle ABC \cong \triangle EDC$,依据是 _____,这时测得 DE 的长就是 AB 的长。

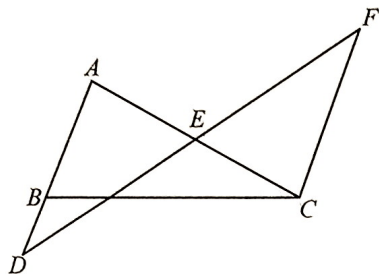
6 如果有一块三角形玻璃碎成如图所示的样子,现要拿其中一块去配新玻璃,那么应拿 _____。(填编号)

7 如图, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $AE \perp CE$ 于点 E, $BD \perp CD$ 于点 D, $AE = 5$ cm, $BD = 2$ cm,那么 DE 的长是 _____。

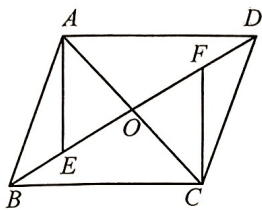


8 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 为边 AB 延长线上一点, E 为边 AC 的中点,过点 C 作 $CF \parallel AB$ 交射线 DE 于点 F ,如果 $BD=1$, $CF=5$,那么 AB 的长度为_____。

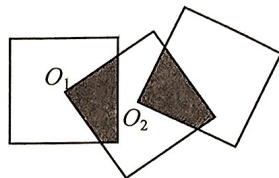
9 如图,已知平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O ,点 E 、 F 在 BD 上,且 $BE=DF$,那么图中全等三角形共有_____对。



第 8 题图



第 9 题图



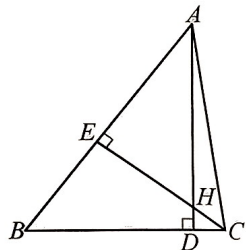
第 10 题图



10 如图,三个边长均为 2 的正方形重叠在一起, O_1 、 O_2 是其中两个正方形的中心,那么阴影部分的面积是_____。

三、解答题

11 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $CE \perp AB$ 于点 E , AD 、 CE 相交于点 H ,且 $BE=EH$ 。求证: $\triangle BEC \cong \triangle HEA$ 。

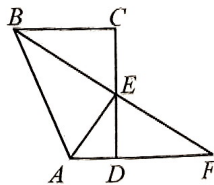


第 11 题图

12 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 为 CD 的中点,连接 BE 并延长交 AD 的延长线于点 F 。

(1) 求证: $\triangle BCE \cong \triangle FDE$;

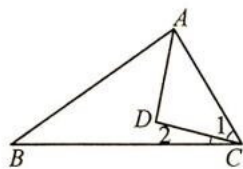
(2) 连接 AE ,当 $AE \perp BF$, $BC=2$, $AD=1$ 时,求 AB 的长。



第 12 题图



- 13 如图,已知 AD 平分 $\angle BAC$, $CD \perp AD$, 垂足为点 D , 请写出图中 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 与 $\angle B$ 之间的数量关系并证明。



第 13 题图



- 14 阅读:小明同学在某材料中看到如下问题及部分证明。

如图①,已知在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A_1B_1C_1$ 中, $BD=DC$, $B_1D_1=D_1C_1$, $AB=A_1B_1$, $AC=A_1C_1$, $AD=A_1D_1$, 求证: $\angle 1 = \angle 2$ 。

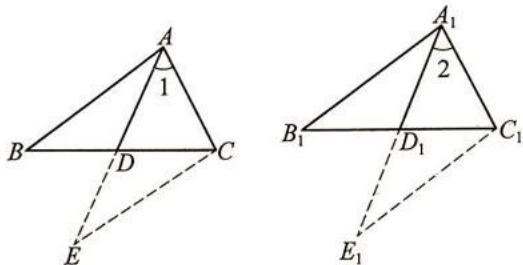
证明:延长 AD 至点 E , 使 $DE=AD$, 连接 CE 。延长 A_1D_1 至点 E_1 , 使 $D_1E_1=A_1D_1$, 连接 C_1E_1 。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ECD$ 中, 因为 $AD=DE$ (已作), $\angle ADB = \angle EDC$ (对顶角相等), $BD=DC$ (已知), 所以 $\triangle ABD \cong \triangle ECD$ (SAS), 所以 $AB=EC$ (全等三角形的对应边相等), 同理可证, $A_1B_1=E_1C_1$,

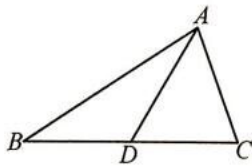
未完待续……

(1) 请你补全这个证明。

(2) 应用:如图②,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 如果 $AB=5$, $AC=3$, 那么 AD 长的取值范围是_____。



第 14 题图①



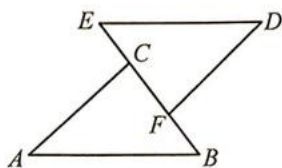
第 14 题图②



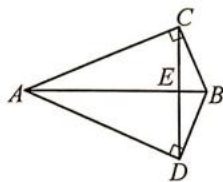
17.4(5) 三角形全等的判定(5)

一、选择题

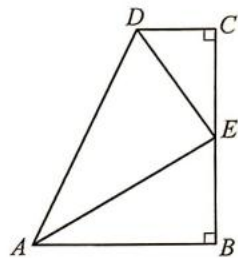
- ① 如图, $AB \parallel DE$, $AB = DE$, 添加下列条件, 仍不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是()。
- (A) $AC = DF$ (B) $BF = CE$ (C) $\angle A = \angle D$ (D) $AC \parallel DF$
- ② 如图, 已知 AB 平分 $\angle CAD$, $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$, 那么全等三角形共有()。
- (A) 1对 (B) 2对 (C) 3对 (D) 4对



第1题图



第2题图

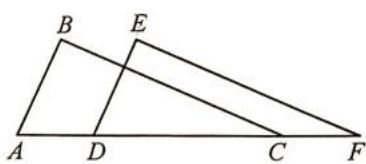


第3题图

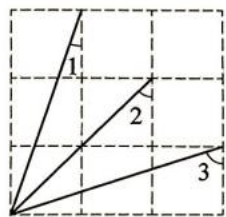
- ③ 在数学活动课上, 小明提出这样一个问题: 如图, $\angle B = \angle C = 90^\circ$, AE 平分 $\angle DAB$, DE 平分 $\angle ADC$, 那么下列说法中, 正确的有()。
- ① $AB \parallel CD$; ② E 是 BC 的中点; ③ $\triangle EBA \cong \triangle DCE$; ④ $AB + CD = AD$; ⑤ $AE \perp DE$ 。
- (A) 2个 (B) 3个 (C) 4个 (D) 5个

二、填空题

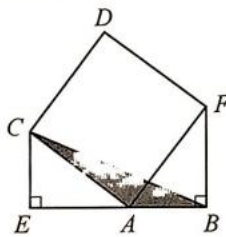
- ④ 如图, 已知 $\angle B = \angle E$, $AD = CF$, 添加一个条件_____使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。
- ⑤ 如图, 在正方形网格中, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____。(填度数)



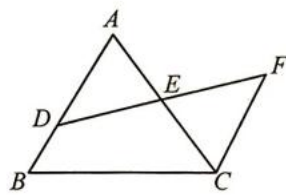
第4题图



第5题图

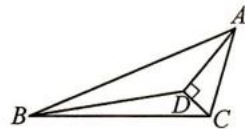


第6题图



第7题图

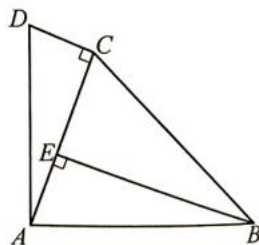
- ⑥ 如图, 已知四边形 $ACDF$ 是正方形, $\angle CEA$ 和 $\angle ABF$ 都是直角且 E 、 A 、 B 三点共线, $AB = 4$, 那么阴影部分的面积是_____。



第8题图

- ⑦ 如图, 已知 $AB \parallel CF$, E 为 DF 的中点, $AB = 20$, $CF = 15$, 那么 $BD =$ _____。

- ⑧ 如图, D 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且 AD 平分 $\angle BAC$, $CD \perp AD$, 连接 BD , 如果 $\triangle ABD$ 的面积为 16, 那么 $\triangle ABC$ 的面积是_____。



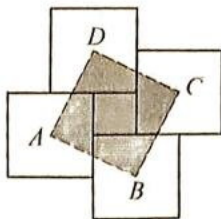
第9题图

- ⑨ 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $AB \perp AD$, $AC \perp DC$ 。过点 B 作 $BE \perp AC$, 垂足为点 E 。如果 $CD = 2$, $CE = 4$, 那么四边形 $ABCD$ 的面积是_____。





10 用四块大正方形地砖和一块小正方形地砖拼成如图所示的实线图案,每块大正方形地砖的面积为 a ,小正方形地砖的面积为 b ,依次连接四块大正方形地砖的中心得到正方形 $ABCD$,那么正方形 $ABCD$ 的面积为_____。(用含 a 、 b 的代数式表示)



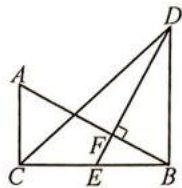
第 10 题图

三、解答题

11 如图,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 中, $\angle ACB = \angle DBC = 90^\circ$, E 是 BC 的中点, $DE \perp AB$,垂足为点 F ,且 $AB = DE$.

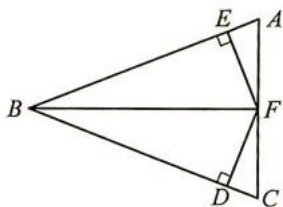
(1) 求证: $BD = CB$;

(2) 如果 $BD = 6$ cm, 求 AC 的长。



第 11 题图

12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, BF 平分 $\angle ABC$,交 AC 于点 F , $FD \perp BC$ 于点 D , $FE \perp AB$ 于点 E ,且 $AE = CD$ 。求证: F 为 AC 的中点。



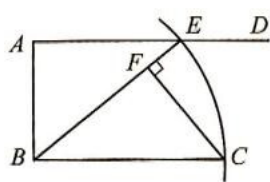
第 12 题图

13 嘉淇同学要证 $AE = BF$,她先用下列尺规作图的步骤作图:① $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$; ②以点 B 为圆心, BC 长为半径画弧,与射线 AD 相交于点 E ,连接 BE ; ③过点 C 作 $CF \perp BE$,垂足为点 F 。并写出了如下不完整的已知和求证。

(1) 在方框中填空,补全已知和求证;

(2) 按嘉淇的想法写出证明过程。

已知:如图, $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $BC =$ _____, $CF \perp BE$,垂足为点 F 。求证: $AE =$ _____。

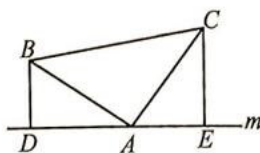


第 13 题图



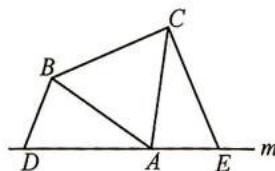


14 综合与实践:(1) 如图①,在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=AC$, 直线 m 经过点 A , $BD \perp m$, $CE \perp m$, 垂足分别为点 D 、 E 。小明观察图形特征后猜想线段 DE 、 BD 和 CE 之间存在 $DE=BD+CE$ 的数量关系, 请你判断他的猜想是否正确, 并说明理由。



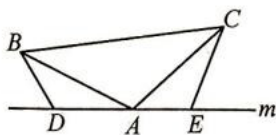
第 14 题图①

(2) 如图②, 将(1)中的条件改为: $\triangle ABC$ 是等边三角形, D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上, 并且有 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = 60^\circ$, 请问 $DE = BD + CE$ 是否成立? 并说明理由。



第 14 题图②

(3) 如图③, 如果将(1)中的三角形变为一般的等腰三角形, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC = \alpha$, 其中 α 为任意锐角或钝角, D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上。问: 满足什么条件时, 结论 $DE = BD + CE$ 仍成立? 直接写出这个条件。



第 14 题图③



17.4(6) 三角形全等的判定(6)

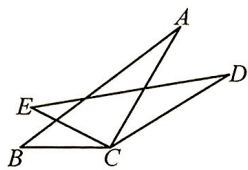
一、选择题

① 如图,已知 $BC=EC$, $\angle BCE=\angle ACD$,如果只添加一个条件使 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$,那么添加的条件不能为()。

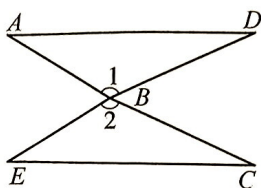
- (A) $AB=DE$ (B) $\angle B=\angle E$ (C) $AC=DC$ (D) $\angle A=\angle D$

② 如图,下列条件中,不一定能推出 $\triangle ABD \cong \triangle EBC$ 的是()。

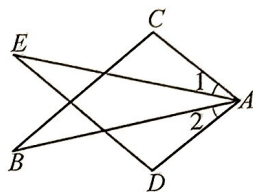
- (A) $AB=EB$, $\angle 1=\angle 2$, $BD=BC$ (B) $\angle 1=\angle 2$, $AB=EB$, $\angle A=\angle E$
 (C) $AB=EB$, $\angle 1=\angle 2$, $AD=EC$ (D) $\angle 1=\angle 2$, $\angle D=\angle C$, $AB=EB$



第 1 题图



第 2 题图



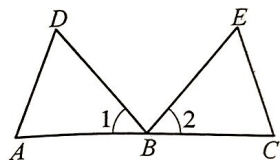
第 3 题图

③ 如图,已知 $\angle 1=\angle 2$, $AC=AD$,若增加下列条件:① $AB=AE$,② $BC=ED$,③ $\angle C=\angle D$,④ $\angle B=\angle E$,其中能使 $\triangle ABC \cong \triangle AED$ 的条件有()。

- (A) 4 个 (B) 3 个 (C) 2 个 (D) 1 个

二、填空题

④ 如图,已知 $AB=BC$, $\angle 1=\angle 2$,还需增加一个条件,可以判定 $\triangle ADB \cong \triangle CEB$ 。

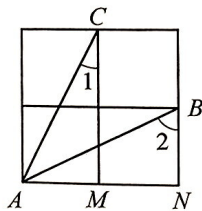


第 4 题图

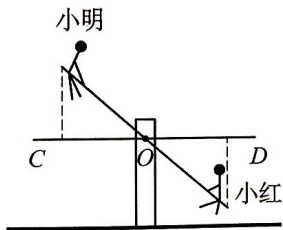
增加的条件是_____，依据是_____。(写出一种情况即可)

⑤ 在如图所示的 2×2 方格中,连接 AB 、 AC ,那么 $\angle 1 + \angle 2$ 的度数是_____。

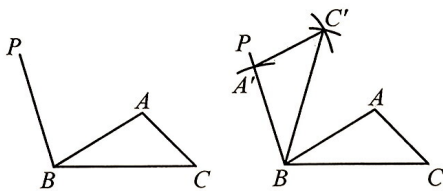
⑥ 如图,小明和小红玩跷跷板游戏,如果跷跷板的支点 O (即跷跷板的中点)到地面的距离是 40 cm,当小红从水平位置 CD 下降 30 cm 时,这时小明离地面的高度是_____ cm。



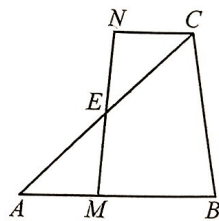
第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图



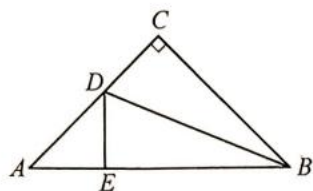
第 8 题图

⑦ 如图,已知 $\triangle ABC$,现将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转,使点 A 落在射线 BP 上,求作 $\triangle A'C'B$ 。作法:在 BP 上截 $BA' = BA$,以点 B 为圆心、 BC 为半径作弧,以点 A' 为圆心、 AC 为半径作弧,两弧在射线 BP 右侧交于点 C' ,那么 $\triangle A'C'B$ 即为所求。请指出上述操作的作图依据是_____。

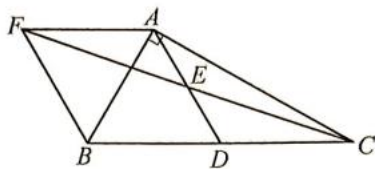
⑧ 如图,已知 E 为 $\triangle ABC$ 的边 AC 的中点, $CN \parallel AB$,过点 E 作直线 MN 交 AB 于点 M ,交 CN 于点 N ,已知 $MB = 5$ cm, $CN = 3$ cm,那么 $AB =$ _____ cm。



- 9 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D , $DE \perp AB$ 于点 E 。如果 $AB=10$ cm,那么 $\triangle ADE$ 的周长为_____ cm。



第9题图



第10题图

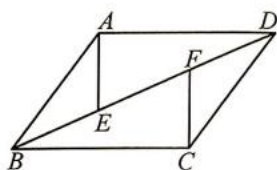


- 10 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $AB=4$, $AC=6$,点 D 、 E 分别是 BC 、 AD 的中点, $AF \parallel BC$ 交 CE 的延长线于点 F ,那么四边形 $AFBD$ 的面积为_____。

三、解答题

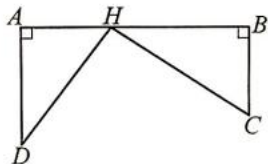
- 11 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$, $BE=DF$ 。

求证:(1) $AB=CD$;(2) $AE \parallel CF$ 。



第11题图

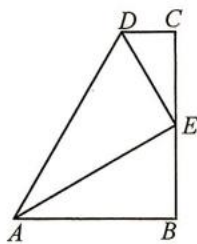
- 12 公路上, A 、 B 两站相距25千米, C 、 D 为两所学校, $DA \perp AB$ 于点 A , $CB \perp AB$ 于点 B ,如图所示,已知 $DA=15$ 千米,现要在公路 AB 上建一报亭 H ,使得 C 、 D 两所学校到 H 的距离相等,且 $\angle DHC=90^\circ$,问:报亭 H 应建在距离 A 站多远处?学校 C 到公路的距离是多少千米?



第12题图

- 13 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AB \perp BC$, E 为 BC 上一点, DE 、 AE 平分 $\angle CDA$ 与 $\angle DAB$ 。

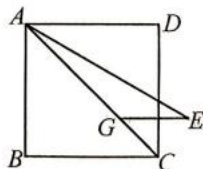
(1) E 是 BC 的中点吗?为什么?(2) 求证: $DE \perp AE$ 。(提示:作 $EF \perp AD$,垂足为点 F)



第13题图



- 14 如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 G 为对角线 AC 上一点, $AG=AB$, $\angle CAE=15^\circ$ 且 $AE=AC$,连接 GE 。将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转得到线段 AF ,使 $DF=GE$,求 $\angle CAF$ 的度数。



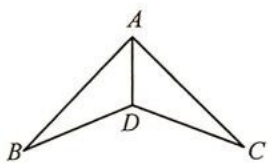
第14题



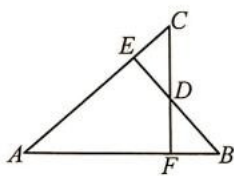
17.4(7) 三角形全等的判定(7)

一、选择题

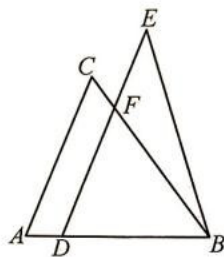
- 1 如图,在下列条件中,不能证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 的是()。
- (A) $BD = DC, AB = AC$ (B) $\angle ADB = \angle ADC, BD = DC$
 (C) $\angle B = \angle C, \angle BAD = \angle CAD$ (D) $\angle B = \angle C, BD = DC$
- 2 如图,已知 $AB = AC, CF \perp AB$ 于点 $F, BE \perp AC$ 于点 E, CF 与 BE 相交于点 D ,有下列结论:
 ① $\triangle ABE \cong \triangle ACF$, ② $\triangle BDF \cong \triangle CDE$, ③ 点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上,其中正确的是()。
- (A) ① (B) ② (C) ③ (D) ①②③



第 1 题图



第 2 题图

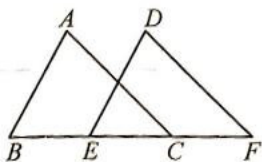


第 3 题图

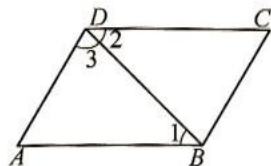
- 3 如图,点 D 在边 AB 上, $AB > BC, BD = CA, DE \parallel AC, \angle C = \angle ABE, BC$ 与 DE 交于点 F ,下列线段中与 $AD + AC$ 相等的是()。
- (A) DE (B) BE (C) BF (D) DF

二、填空题

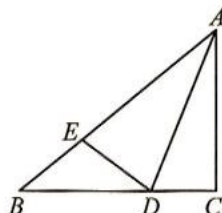
- 4 如图,已知 $\angle ABC = \angle DEF, AB = DE$,要使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。
- (1) 如果以“SAS”为依据,还要添加的条件为_____。
- (2) 如果以“ASA”为依据,还要添加的条件为_____。
- (3) 如果以“AAS”为依据,还要添加的条件为_____。
- 5 如图,已知 $AB = CD, AD = BC, \angle 2 = 40^\circ, \angle 3 = 80^\circ$,那么 $\angle A$ 的度数为_____。
- 6 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6, BC = 5, AC = 4, AD$ 平分 $\angle BAC$,交 BC 于点 D ,在 AB 上截取 $AE = AC$,那么 $\triangle BDE$ 的周长为_____。



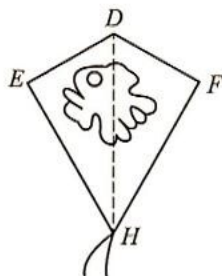
第 4 题图



第 5 题图



第 6 题图

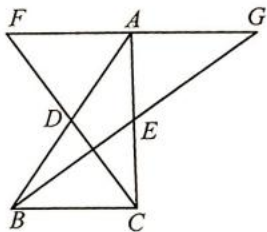


第 7 题图

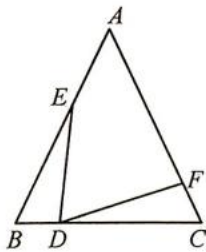
- 7 “三月三,放风筝”,如图是小明制作的风筝,已知 $DE = DF, EH = FH, \angle E = 90^\circ, \angle EHF = 70^\circ$,那么 $\angle EDH$ 的度数为_____。



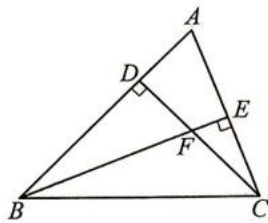
- 8 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点,延长 BE 到点 G ,使 $EG=BE$,延长 CD 到点 F ,使 $DF=CD$,连接 FA 、 AG , $BC=15$,那么点 F 与点 G 之间的距离是_____。
- 9 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C = 65^\circ$, $BD = CF$, $BE = CD$,那么 $\angle EDF$ 的度数是_____。



第 8 题图



第 9 题图

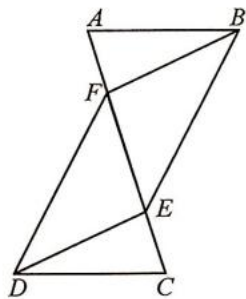


第 10 题图

- 10 如图, $\triangle BDC$ 为等腰直角三角形,延长 BD 至点 A ,连接 AC ,作 $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 DC 于点 F ,且 $BE \perp AC$ 于点 E 。如果 $AE = 12$, $\triangle ABC$ 的面积为 360 ,那么 EF 的长度为_____。

三、解答题

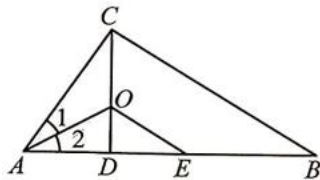
- 11 如图, $AB = CD$, $AE = CF$, $DE = BF$ 。
求证:(1) $AB \parallel CD$; (2) $BE = DF$ 。



第 11 题图



- 12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$ 于点 D , AO 平分 $\angle BAC$,交 CD 于点 O ,点 E 为 AB 上一点,且 $AE = AC$,求证: $OE \parallel BC$ 。

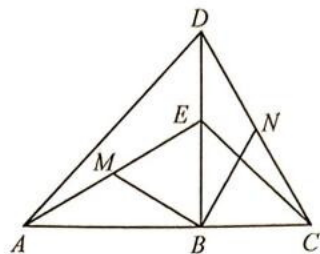


第 12 题图



13 如图,在 $\triangle ADC$ 中, DB 是边 AC 上的高,点 E 是 DB 上一点, $AB=DB$, $EB=CB$,点 M 、 N 分别是 AE 、 CD 上的点,且 $AM=DN$ 。

(1)求证: $\triangle ABE \cong \triangle DBC$; (2)判断 BM 与 BN 的数量、位置关系,并说明理由。

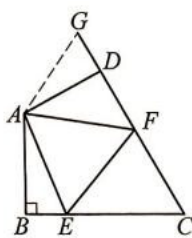


第 13 题图

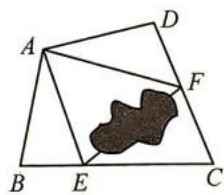


14 【问题背景】如图①,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle BAD=120^\circ$, $\angle B=\angle ADC=90^\circ$, E 、 F 分别是 BC 、 CD 上的点,且 $\angle EAF=60^\circ$,探究图中线段 BE 、 EF 、 DF 之间的数量关系。小王同学探究此问题的方法是:延长 FD 到点 G ,使 $DG=BE$,连接 AG ,先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$,再证明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$,可得出结论是 _____,并完成证明。

【实际应用】如图②,在新修的小区中,有块四边形绿化 $ABCD$,四周修有步行小径,且 $AB=AD$, $\angle B+\angle D=180^\circ$,在小径 BC 、 CD 上各修一凉亭 E 、 F ,在凉亭 E 与 F 之间有一池塘,不能直接到达。经测量得到 $\angle EAF=\frac{1}{2}\angle BAD$, $BE=10$ 米, $DF=15$ 米,试求两凉亭之间的距离 EF 。



第 14 题图①



第 14 题图②



17.4(8) 三角形全等的判定(8)

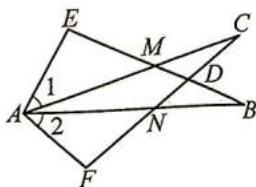
一、选择题

① 下列命题中,属于真命题的是()。

- (A) 两个等边三角形全等
 (B) 面积相等的两个三角形全等
 (C) 有两边对应相等,且一个角为 30° 的两个三角形全等
 (D) 两条直角边对应相等的两个直角三角形全等

② 如图, $\angle E = \angle F = 90^\circ$, $\angle B = \angle C$, $AE = AF$, 下列结论中不一定成立的是()。

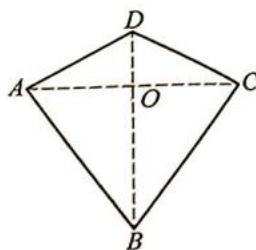
- (A) $CD = DN$ (B) $\angle 1 = \angle 2$
 (C) $BE = CF$ (D) $\triangle ACN \cong \triangle ABM$



第2题图

③ 两组邻边分别相等,且对边相等的四边形叫做“筝形”。如图,四边形 $ABCD$ 是一个筝形,其中 $AD = CD$, $AB = CB$ 。小明在探究筝形的性质时,得到如下结论:① $AC \perp BD$;② $AO = CO = \frac{1}{2}AC$;③ $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ 。其中,正确结论的个数有()。

- (A) 0 个
 (B) 1 个
 (C) 2 个
 (D) 3 个



第3题图

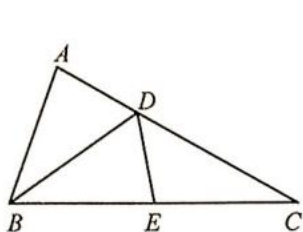
二、填空题

④ 已知一个三角形的三边分别为 2、5、 x ,另一个三角形的三边分别为 y 、2、6,如果这两个三角形全等,那么 $x + y =$ _____。

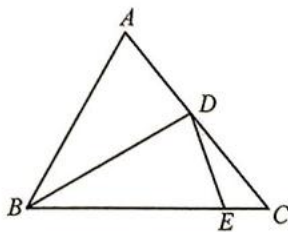
⑤ 如图,已知 $AD = DE$, $AB = BE$, $\angle A = 80^\circ$,那么 $\angle CED$ 的度数为_____。

⑥ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BE$, $AD = DE$,如果 $\angle A = 70^\circ$, $\angle C = 50^\circ$,那么 $\angle EDC$ 的度数为_____。

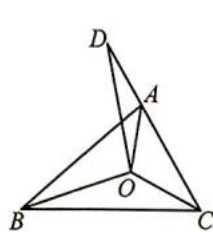
⑦ 如图,已知 $\triangle ABC$ 三个内角的平分线交于点 O ,点 D 在 CA 的延长线上,且 $DC = BC$, $\angle D = \angle DOA$,如果 $\angle BAC = 80^\circ$,那么 $\angle BCA$ 的度数为_____。



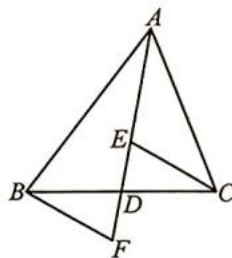
第5题图



第6题图



第7题图



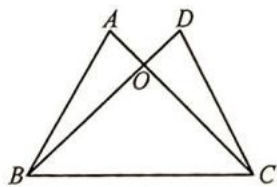
第8题图

⑧ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 上的中线,点 E 在 AD 上,点 F 在 AD 的延长线上,且 $CE \parallel BF$,如果 $AF = 7$, $AE = 4$,那么 $DF =$ _____。



三、解答题

9 如图, $OA = OD$, $OB = OC$, 求证: $\angle ABC = \angle DCB$ 。



第9题图

10 求证: 等腰三角形两腰上的中线相等。

已知:

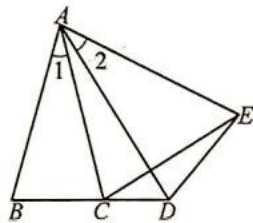
求证:

11 求证: 在一个角的内部, 角平分线上的点到角两边距离相等。

已知:

求证:

12 如图, 已知 $\angle 1 = \angle 2$, $AB = AC$, $AD = AE$, 且 B 、 C 、 D 三点共线, 试比较 BD 和 CE 的大小。

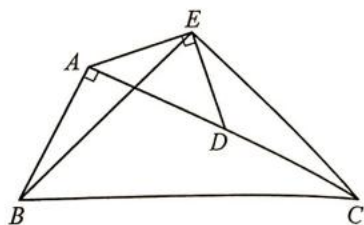


第12题图





13 如图,已知 $\angle BAC=90^\circ$,且 $AC=2AB$, D 是 AC 的中点, $\triangle AED$ 是等腰直角三角形,连接 BE 、 EC 。判断 $\triangle BEC$ 的形状,并说明理由。



第 13 题图

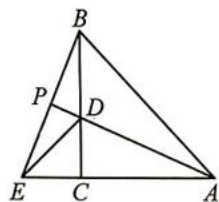


14 如图①,在 $\triangle ABE$ 中, $AB=AE$, $\angle BAE=45^\circ$,过点 B 作 $BC \perp AE$ 于点 C ,在 BC 上截取 $CD=CE$,连接 AD 、 DE 并延长 AD 交 BE 于点 P 。

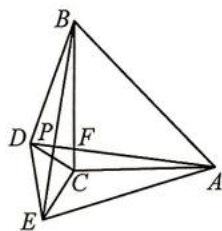
(1) 求证: $AD=BE$ 。

(2) 判断 AD 与 BE 的位置关系,并说明理由。

(3) 如图②,将 $\triangle CDE$ 绕着点 C 旋转一定的角度, BC 交 AD 于点 F ,那么 AD 与 BE 的位置关系是否发生变化,说明理由。



第 14 题图①



第 14 题图②



习题 17.3—17.4

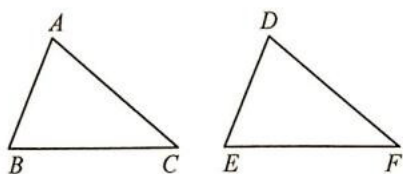
一、选择题

1 如图,在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中,已知 $AB = DE$,还需添加两个条件才能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,不能添加的条件是()。

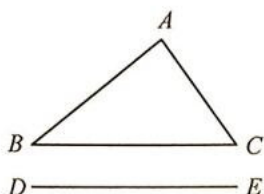
- (A) $\angle B = \angle E, BC = EF$ (B) $BC = EF, AC = DF$
 (C) $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ (D) $\angle A = \angle D, BC = EF$

2 如图,已知 $\triangle ABC$ 的三边不相等, $DE = BC$,以 $D、E$ 为两个顶点作位置不同的三角形,使所作三角形与 $\triangle ABC$ 全等,这样的三角形最多可以画出()。

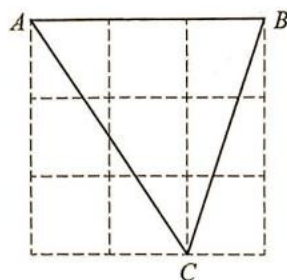
- (A) 2个 (B) 4个 (C) 5个 (D) 6个



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

3 如图,方格纸中 $\triangle ABC$ 的3个顶点分别在小正方形的顶点(格点)上,这样的三角形叫格点三角形,图中能画出与 $\triangle ABC$ 全等的格点三角形共有() (不含 $\triangle ABC$)。

- (A) 7个 (B) 6个 (C) 4个 (D) 3个

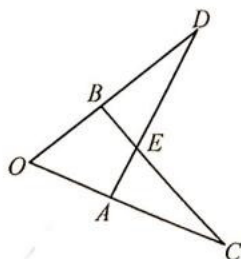
二、填空题

4 如图, $OA = OB, OC = OD, \angle O = 60^\circ, \angle C = 25^\circ$,那么 $\angle BED$ 的度数为_____。

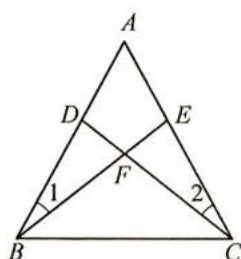
5 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\angle 1 = \angle 2, BE = CD, AB = 5, AE = 2$,那么 $CE =$ _____。

6 已知 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,顶点 $A、B、C$ 分别与顶点 $D、E、F$ 对应,若 $\triangle DEF$ 的面积为10且 $DE = 4$,则 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高为_____。

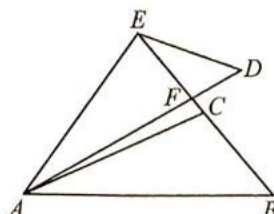
7 如图,已知 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$,顶点 $B、C$ 分别与顶点 $D、E$ 对应, BC 的延长线过点 E ,交 AD 于点 $F, \angle ACB = \angle AED = 105^\circ, \angle B = 50^\circ$,那么 $\angle DEF$ 的度数为_____。



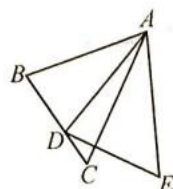
第 4 题图



第 5 题图



第 7 题图



第 8 题图

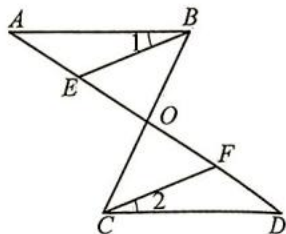
8 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 45^\circ$,现将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 30° 至 $\triangle ADE$ 的位置,恰使 $AC \perp DE$,那么 $\angle B$ 的度数为_____。



三、解答题

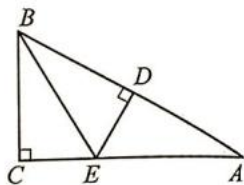
9 如图,已知 $OA = OD$, $OB = OC$, $\angle 1 = \angle 2$ 。

求证:(1) $\triangle ABO \cong \triangle DCO$; (2) $BE \parallel CF$ 。



第9题图

10 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, BE 平分 $\angle CBA$, $ED \perp AB$ 于点 D , 且 $BD = AD$ 。求 $\angle A$ 的度数。

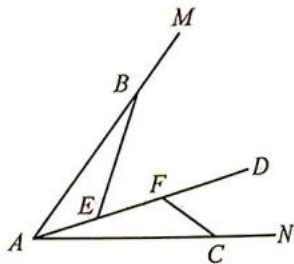


第10题图



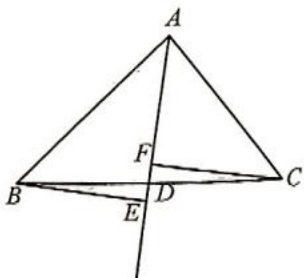
11 如图,点 B 、 C 分别在射线 AM 、 AN 上,点 E 、 F 都在 $\angle MAN$ 内部的射线 AD 上,已知 $AB = AC$, 且 $\angle BED = \angle CFD = \angle BAC$ 。

(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CAF$; (2) 试判断 EF 、 BE 、 CF 之间的数量关系,并说明理由。



第11题图

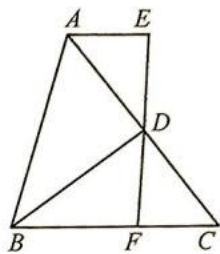
12 如图,已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的中线, $BE \perp AD$ 的延长线,垂足为点 E , $CF \perp AD$,垂足为点 F ,求证: $AE + AF = 2AD$ 。



第12题图



13 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 为 AC 的中点, $BD \perp AC$,垂足为点 D , $AE \parallel BC$, ED 的延长线交 BC 于点 F ,求证: $AB = AE + BF$ 。



第 13 题图

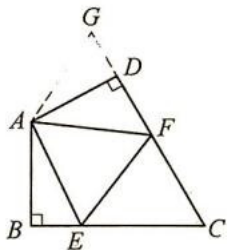


14 【问题背景】

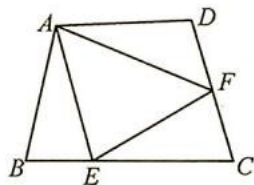
在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle B = \angle ADC = 90^\circ$, E 、 F 分别是 BC 、 CD 上的点,且 $\angle EAF = 60^\circ$,试探究图①中线段 BE 、 EF 、 DF 之间的数量关系。

【初步探索】

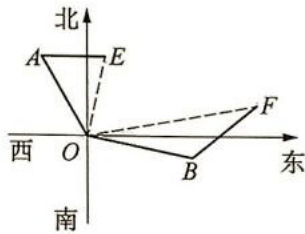
小亮同学认为:如图①,延长 FD 到点 G ,使 $DG = BE$,连接 AG ,先证明 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$,再证明 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$,那么可得到 BE 、 EF 、 DF 之间的数量关系:_____。



第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③

【探索延伸】

在四边形 $ABCD$ 中,如图②, $AB = AD$, $\angle B + \angle D = 180^\circ$, E 、 F 分别是 BC 、 CD 上的点, $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle BAD$,上述结论是否仍然成立? 说明理由。

【结论运用】

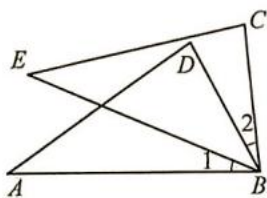
如图③,在某次军事演习中,舰艇甲在指挥中心(O 处)北偏西 30° 的 A 处,舰艇乙在指挥中心南偏东 70° 的 B 处,并且两舰艇到指挥中心的距离相等,接到行动指令后,舰艇甲向正东方向以 60 海里/时的速度前进,舰艇乙沿北偏东 50° 的方向以 80 海里/时的速度,前进 1.5 小时后,指挥中心观测到甲、乙两舰艇分别到达 E 、 F 处,且两舰艇之间的夹角 $\angle EOF$ 为 70° ,此时两舰艇之间的距离是_____海里。



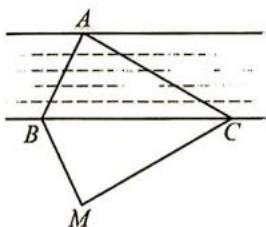
单元练习十七

一、选择题

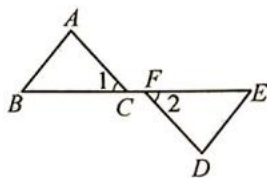
- 1 三条线段的长度比如下,能构成三角形的一组是()。
- (A) 1 : 2 : 3 (B) 2 : 2 : 4 (C) 1 : 3 : 5 (D) 4 : 5 : 6
- 2 如图,已知 $\triangle BAD \cong \triangle BEC$, 顶点 A、D 分别与顶点 E、C 对应,有以下结论:① $AB = CE$; ② $AD = EC$; ③ $\angle 1 = \angle 2$; ④ $\angle A = \angle E$, 其中正确的个数有()。
- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- 3 如图,为了测量 B 点到河对岸的目标 A 之间的距离,在与 B 点同侧的河岸上选择了一点 C,测得 $\angle ABC = 65^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, 然后在 M 处立了标杆,使 $\angle CBM = 65^\circ$, $\angle MCB = 30^\circ$, 测得 MB 的长是 15 米,那么 A、B 两点间的距离为()。
- (A) 10 米 (B) 15 米 (C) 20 米 (D) 30 米
- 4 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $BF = EC$, 补充一个条件,一定能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的是()。
- ① $AB = DE$; ② $AC = DF$; ③ $AC \parallel DF$; ④ $AB \parallel DE$ 。
- (A) ①或② (B) ①或③
(C) ③或④ (D) ②或④



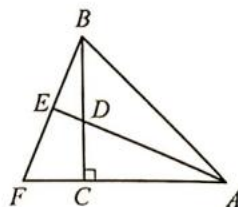
第 2 题图



第 3 题图

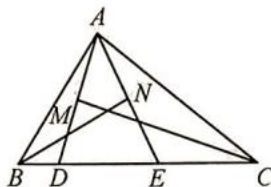


第 4 题图



第 5 题图

- 5 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $BE \perp AD$ 交 AC 的延长线于点 F, 点 E 为垂足, 有以下结论:① $AD = BF$; ② $CF = CD$; ③ $AC + CD = AB$; ④ $BE = CF$; ⑤ $BF = 2BE$, 其中正确的个数是()。
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
- 6 如图,已知 $\triangle ABC$ 的周长为 19, 点 D、E 在边 BC 上, $\angle ABC$ 的平分线垂直于 AE, 垂足为点 N, $\angle ACB$ 的平分线垂直于 AD, 垂足为点 M, 如果 $BC = 7$, 那么 DE 的长是()。
- (A) 6 (B) 5
(C) 4 (D) 2



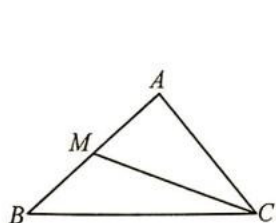
第 6 题图

二、填空题

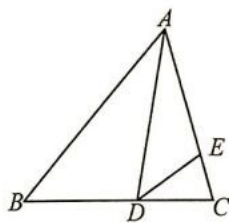
- 7 已知三角形的三边长为 3、7、a, 且 a 为整数, 那么 a 的最大值为_____。
- 8 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B - 2\angle C = 90^\circ - \angle C$, 那么 $\triangle ABC$ 的形状是_____三角形(按角分类)。



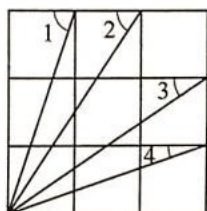
- 9 如图, CM 是 $\triangle ABC$ 的中线, $BC=8$ cm, 如果 $\triangle BCM$ 的周长比 $\triangle ACM$ 的周长大 2 cm, 那么 AC 的长为 _____ cm。
- 10 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=50^\circ$, $\angle BAD=28^\circ$, DE 平分 $\angle ADC$, 那么 $\angle EDC$ 的度数是 _____。
- 11 如图, 在 3×3 的正方形网格中, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$ 的度数为 _____。



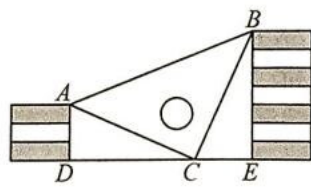
第 9 题图



第 10 题图

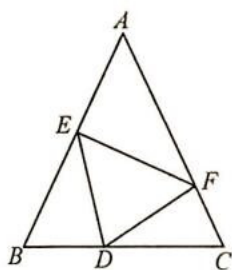


第 11 题图

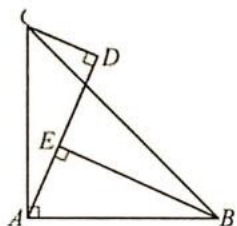


第 12 题图

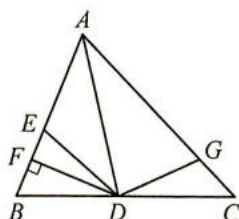
- 12 如图, 小虎用 10 块高度都是 3 cm 的相同长方体小木块, 垒了两堵与地面垂直的木墙, 木墙之间刚好可以放进一个等腰直角三角板 ABC , 点 C 在 DE 上, 点 A 和 B 分别与木墙的顶端重合, 则两堵木墙之间的距离 DE 的长度为 _____。
- 13 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, $\angle A = 50^\circ$, 点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 AB 、 AC 上, 如果 $BD = CF$, $BE = CD$, 那么 $\angle EDF$ 的度数是 _____。
- 14 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AC = AB$, $BE \perp AD$ 于点 E , $CD \perp AD$ 于点 D , $BE = 5$, $CD = 2$, 那么 DE 的长是 _____。
- 15 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DF \perp AB$, 垂足为点 F , $\angle BAC + \angle FDG = 180^\circ$, $\triangle ADG$ 和 $\triangle AED$ 的面积分别为 50 和 38, 则 $\triangle EDF$ 的面积为 _____。



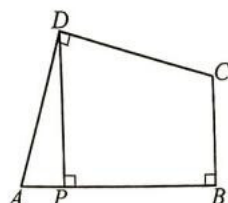
第 13 题图



第 14 题图

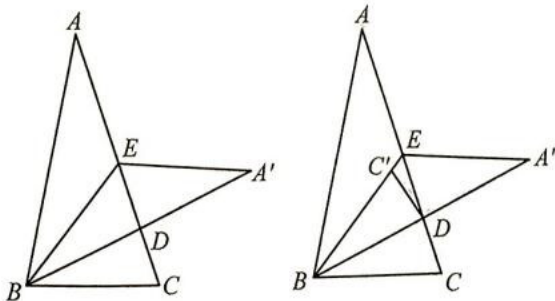


第 15 题图



第 16 题图

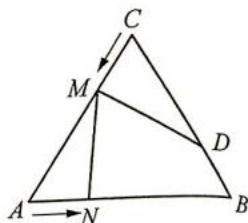
- 16 如图, 在面积为 36 的四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADC = \angle ABC = 90^\circ$, $AD = CD$, $DP \perp AB$ 于点 P , 那么 DP 的长是 _____。
- 17 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, E 是边 AC 上的一点, 现将 $\triangle ABE$ 沿 BE 翻折, 翻折后的 $\triangle A'BE$ 的边 $A'B$ 交 AC 于点 D , 又将 $\triangle BCD$ 沿着 BD 翻折, 点 C 恰好落在 BE 上, 此时 $\angle C'DB = 82^\circ$, 那么 $\angle ABC$ 的度数为 _____。



第 17 题图



- 18 如图,已知等边 $\triangle ABC$ 的边长为8 cm, $\angle A = \angle B = 60^\circ$,点D为边BC上一点,且 $BD = 3$ cm。如果点M在线段CA上以2 cm/s的速度由点C向点A运动,同时,点N在线段AB上由点A向点B运动。如果在某一时刻 $\triangle CDM$ 与 $\triangle AMN$ 全等,那么点N的运动速度是_____ cm/s。

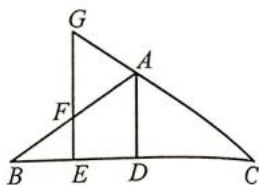


第18题图

三、解答题

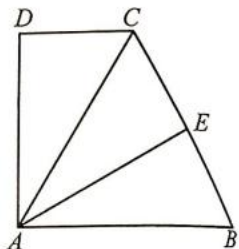
- 19 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$,垂足为点D,点E为BD上一点, $EG \parallel AD$,且EG交AB于点F,交CA的延长线于点G, $\angle AFG = \angle G$ 。

求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。



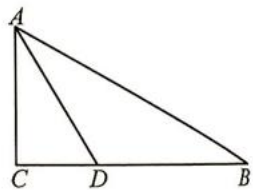
第19题图

- 20 如图,在四边形ABCD中, $\angle CAB = \angle ACB$, $AB \parallel CD$, $\angle D = 90^\circ$, $AE \perp BC$,垂足为点E,求证: $CD = CE$ 。



第20题图

- 21 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$,AD平分 $\angle BAC$,交BC于点D,已知 $BC = 32$, $BD : DC = 9 : 7$,求点D到AB的距离。

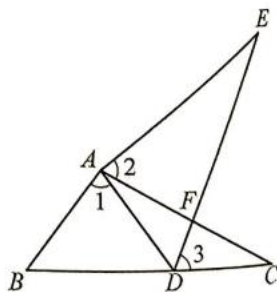


第21题图

- 22 如图,点E在 $\triangle ABC$ 外部,点D在边BC上,DE交AC于点F,已知 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, $AB = AD$ 。

(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle ADE$;

(2) 如果 $\angle ADB = 50^\circ$, $\angle DAC = 15^\circ$,求 $\angle E$ 的度数。

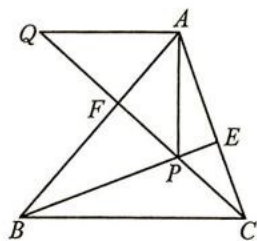


第22题图





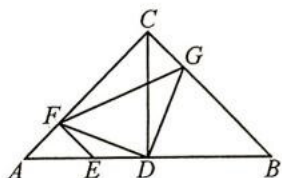
23 如图, BE 、 CF 是 $\triangle ABC$ 的高, 且 $BP = AC$, $CQ = AB$, 求证: $AP \perp AQ$ 。



第 23 题图

24 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CA = CB$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , E 是 AB 上一点, $EF \perp AC$, 垂足为点 F , G 是 BC 上一点, $CG = EF$ 。

求证: (1) $DF = DG$; (2) $DF \perp DG$ 。



第 24 题图

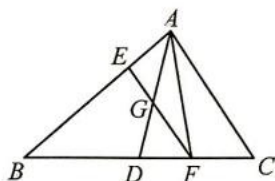


25 定义: 如果一条线段把一个平面图形分成面积相等的两部分, 我们把这条线段叫作该平面图形的二分线。

解决问题:

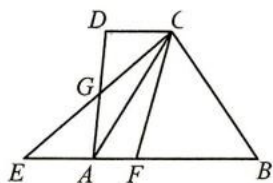
(1) ① 三角形的中线、高线、角平分线中, 一定是三角形的二分线的是 _____ ;

② 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的中线, 点 E 、 F 分别在 AB 、 DC 上, 连接 EF , 与 AD 相交于点 G 。如果 $S_{\triangle AEG} = S_{\triangle DGF}$, 那么 EF _____ (选填“是”或“不是”) $\triangle ABC$ 的一条二分线。



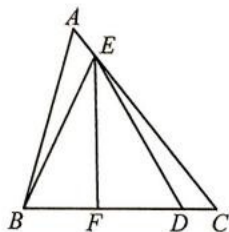
第 25 题图①

(2) 如图②, 四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 G 是 AD 的中点, 射线 CG 交射线 BA 于点 E , 取 EB 的中点 F , 连接 CF 。求证: CF 是四边形 $ABCD$ 的二分线。



第 25 题图②

(3) 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = CB = CE = 7$, $\angle A = \angle C$, $\angle CBE = \angle CEB$, D 、 E 分别是线段 BC 、 AC 上的点, 且 $\angle BED = \angle A$, EF 是四边形 $ABDE$ 的一条二分线, 求 DF 的长。



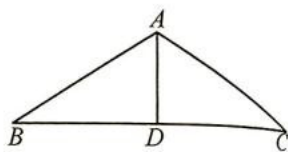
第 25 题图③



18.1(1) 等腰三角形的性质(1)

一、选择题

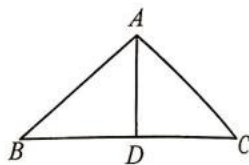
- 1 如果等腰三角形的一边长为 5, 另一边长为 10, 那么它的周长是()。
 (A) 26 (B) 25
 (C) 20 (D) 20 或 25
- 2 如果等腰三角形的两个内角的度数之比为 4 : 1, 那么顶角的度数是()。
 (A) 30° 或 120° (B) 120° 或 20°
 (C) 30° 或 20° (D) 以上都不对
- 3 如图, 在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 是边 BC 上的一点, 那么下列选项的条件中, 不能证明 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线的是()。
 (A) $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$ (B) $\angle ADB = \angle ADC$
 (C) $BD = CD$ (D) $BC = 2AD$



第 3 题图

二、填空题

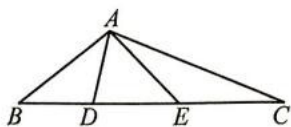
- 4 如果一个等腰三角形的周长为 21 cm, 一边长为 5 cm, 那么这个等腰三角形的腰长为 _____ cm。
- 5 如果一个等腰三角形的周长为 20, 腰长为 x , 那么 x 的取值范围为 _____。
- 6 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 为 BC 边的中点, $\angle B = 40^\circ$, 那么 $\angle CAD$ 的度数是 _____。
- 7 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, BD 是 AC 边上的中线, $AD = 2$, $BD = 6$, 那么 $\triangle ABC$ 的面积是 _____。
- 8 已知一个等腰三角形一腰上的高与另一腰的夹角为 35° , 那么这个等腰三角形顶角的度数为 _____。
- 9 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别是边 BC 上的两点, $AD = BD$, $AE = CE$, $\angle ADE = 82^\circ$, $\angle AED = 48^\circ$, 那么 $\angle BAC$ 的度数是 _____。



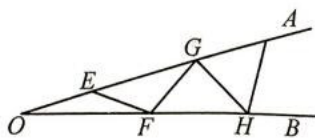
第 6 题图



- 10 如图, $\angle AOB$ 是一钢架, $\angle AOB = 13^\circ$, 为使钢架更加牢固, 需在其内部添加一些钢管 EF , FG , GH , ……已知添加的钢管长度都与 OE 的长度相等, 那么最多能添加 _____ 根钢管。



第 9 题图

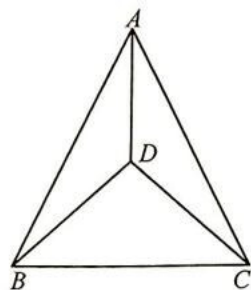


第 10 题图



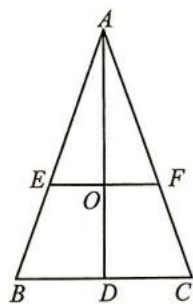
三、解答题

11 如图,点 D 为 $\angle BAC$ 的平分线上一点,分别连接 DB 、 DC , $\angle ABD = \angle ACD$ 。求证:
 $AD \perp BC$ 。



第 11 题图

12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AE = AF$, AO 是 $\triangle AEF$ 的边 EF 上的中线, AO 的延长线交 BC 于点 D 。求证: $AD \perp BC$ 。



第 12 题图

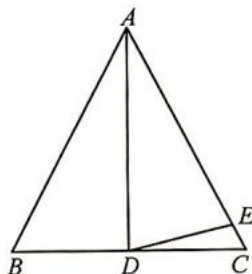


13 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AD=AE$ 。

(1) 如果 $\angle BAD=40^\circ$,那么 $\angle EDC=$ _____;(填度数)

(2) 如果 $\angle BAD=70^\circ$,那么 $\angle EDC=$ _____;(填度数)

(3) 猜想: $\angle BAD$ 与 $\angle EDC$ 有怎样的数量关系?请说明理由。



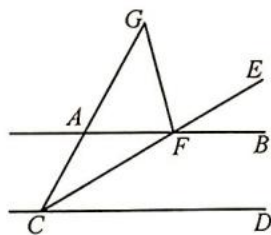
第 13 题图



14 阅读材料,回答问题:

在解决等腰三角形的问题时,分类讨论是常用的数学思想,如:等腰三角形的边可分为底和腰;等腰三角形的角可分为底角和顶角。请尝试用分类讨论的思想方法解决问题:

如图,直线 $AB \parallel CD$, $\angle ACD$ 的平分线 CE 交 AB 于点 F , $\angle AFE$ 的平分线交 CA 的延长线于点 G 。设 $\angle FCD$ 的度数为 x ,如果 $\triangle AGF$ 是等腰三角形,求 x 的值。



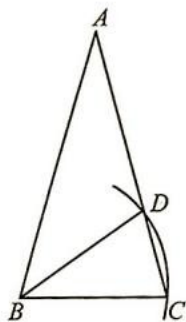
第 14 题图



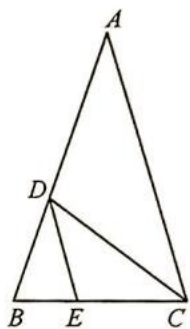
18.1(2) 等腰三角形的性质(2)

一、选择题

- ① 已知等腰三角形的两条边的长度分别为 2、5,那么它的底边长为()。
 (A) 2 或 5 (B) 2 (C) 4 (D) 5
- ② 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=32^\circ$,以点 B 为圆心,以 BC 的长为半径画弧,交 AC 于点 D ,连接 BD ,那么 $\angle ABD$ 的度数是()。
 (A) 42° (B) 45° (C) 40° (D) 35°



第 2 题图

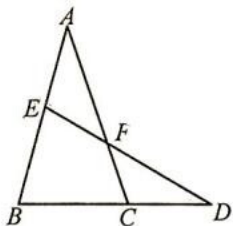


第 3 题图

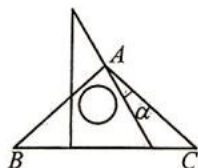
- ③ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle B=72^\circ$, CD 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 D , $DE \parallel AC$ 交 BC 于点 E ,那么图中等腰三角形共有()。
 (A) 3 个 (B) 4 个 (C) 5 个 (D) 6 个

二、填空题

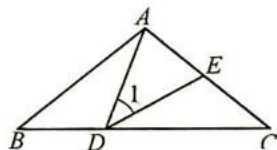
- ④ 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 为边 BC 的延长线上一点,点 E 在边 AB 上,连接 DE 交 AC 于点 F 。如果 $DB=DE$, $\angle A=35^\circ$, $\angle D=30^\circ$,那么 $\angle ACD$ 的度数为_____。



第 4 题图



第 7 题图



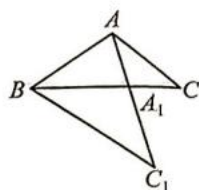
第 9 题图

- ⑤ 如果一个等腰三角形的底角度数是顶角度数的 2 倍,那么其底角的度数是_____。
- ⑥ 已知等腰三角形的底角为 35° ,则一腰上的高与另一腰的夹角是_____。(填度数)
- ⑦ 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=100^\circ$,将一块含 30° 角的三角板如图放置(一直角边与边 BC 重合,斜边经过 $\triangle ABC$ 的顶点 A),那么 $\angle \alpha$ 的度数为_____。
- ⑧ 新定义:等腰三角形的顶角与其一个底角的度数的比值 k 称为这个等腰三角形的“特征值”。在等腰三角形 ABC 中,如果 $\angle A=80^\circ$,那么 $\triangle ABC$ 的“特征值” $k=$ _____。
- ⑨ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上(点 D 、 E 均不与点 A 、 B 、 C 重合), $\angle 1=\angle C=40^\circ$, $BD=CE$,那么 $\angle DAE$ 的度数是_____。





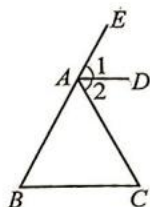
⑩ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 B 顺时针旋转, 使 A 点落在 BC 边上的点 A_1 处, 点 C 落在点 C_1 处, 如果 A 、 A_1 、 C_1 三点在一直线上, 那么 $\angle BAC$ 的度数为_____。



第 10 题图

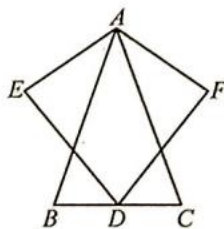
三、解答题

⑪ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, AD 是顶角 $\angle BAC$ 的外角平分线, 求证: $AD \parallel BC$ 。



第 11 题图

⑫ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是边 BC 的中点, $\angle EAB = \angle FAC$, $AE=AF$ 。求证: $\angle EDB = \angle FDC$ 。



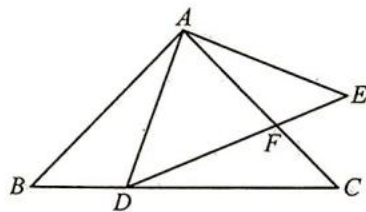
第 12 题图



⑬ 【问题背景】如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形, 其中 $AB=AC$, $AD=AE$, 点 D 在边 BC 上(点 D 不与点 B 、 C 重合), $\angle B = \angle ADE$, DE 交 AC 于点 F 。

【问题探究】

- (1) 求证: $\angle BAD = \angle CAE$;
- (2) 连接 CE , 如果 $CD=CE$, 求证: $DF=EF$;
- (3) 如果 $\angle BAD = 20^\circ$, 且 $\triangle ADF$ 是等腰三角形, 求 $\angle B$ 的度数。



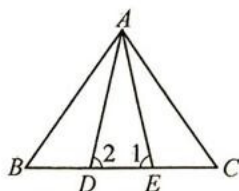
第 13 题图



18.2(1) 等腰三角形的判定(1)

一、选择题

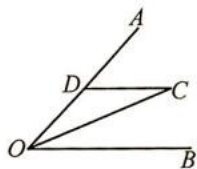
- 1 下列选项中,能判定 $\triangle ABC$ 为等腰三角形的是()。
- (A) $\angle A = 30^\circ, \angle B = 60^\circ$ (B) $\angle A + \angle B = \angle C$
 (C) $\angle A = 55^\circ, \angle B = 70^\circ$ (D) $\angle A : \angle B = 1 : 2$
- 2 如图,已知 $BD = CE, \angle 1 = \angle 2, \angle B = \angle C$,那么下列选项中不一定成立的是()。
- (A) $AB = AC$ (B) $\angle BAE = \angle CAD$
 (C) $AD = DE$ (D) $BE = DC$
- 3 下列命题中,假命题是()。
- (A) 如果 $\triangle ABC$ 是等腰三角形,那么 $\angle B = \angle C$
 (B) 在 $\triangle ABC$ 中,如果 $\angle B = \angle C$,那么 $\triangle ABC$ 是等腰三角形
 (C) 如果一个三角形有两条边相等,那么这个三角形是等腰三角形
 (D) 有两个角相等的三角形是等腰三角形



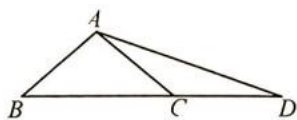
第2题图

二、填空题

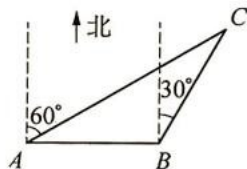
- 4 如图,已知 OC 平分 $\angle AOB, CD \parallel OB, OD = 3$,那么 $CD =$ _____。
- 5 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 100^\circ, \angle B = 40^\circ, \angle D = 20^\circ, AB = 4$,那么 $CD =$ _____。



第4题图

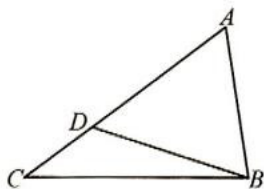


第5题图

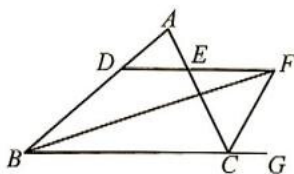


第6题图

- 6 如图,已知小明从A地出发,要到A地北偏东 60° 方向的C地,他先沿正东方向走了320 m到达B地,再沿北偏东 30° 方向走,恰能到达C地,那么B、C两地相距_____ m。
- 7 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 81, \angle A = \angle ABD, \triangle BCD$ 的周长为150,那么 $BC =$ _____。



第7题图

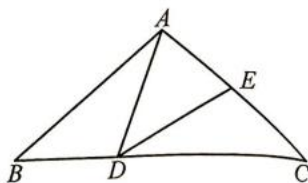


第8题图

- 8 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线 BF 与 $\angle ACB$ 的外角 $\angle ACG$ 的平分线 CF 相交于点 F ,过点 F 作 $DF \parallel BC$,交 AB 于点 D ,交 AC 于点 E ,如果 $BD = 9$ cm, $DE = 4$ cm,那么 CE 的长为_____ cm。



9 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, $CD=AC$,
 $BD=CE$, $\angle DAE = \angle AED = 70^\circ$, 那么 $\angle B$ 的度数是_____。



第9题图

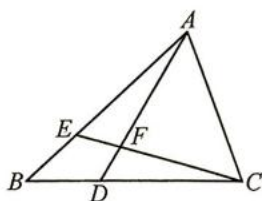


10 如果三角形的一个内角是另一个内角的2倍,那么称这个三角形为“倍角三角形”。例如,在 $\triangle ABC$ 中,如果 $\angle A = 50^\circ$, $\angle B = 100^\circ$,那么 $\triangle ABC$ 是一个“倍角三角形”。如果一个倍角三角形是等腰三角形,那么它的顶角的度数为_____。

三、解答题

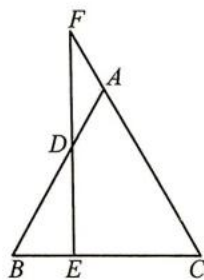
11 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 E 在边 AB 上,点 D 在边 BC 上, $BD=BE$, $\angle BAD = \angle BCE$, AD 与 CE 相交于点 F 。求证:

(1) $BA=BC$; (2) $\triangle ACF$ 为等腰三角形。



第11题图

12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 D 是边 AB 上的一点, $DE \perp BC$,垂足为点 E , ED 的延长线交 CA 的延长线于点 F 。求证: $\triangle ADF$ 是等腰三角形。



第12题图





13 【概念新知】我们把顶角为 36° 的等腰三角形称为“黄金三角形”。

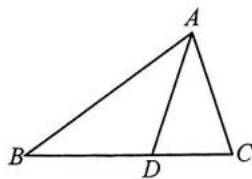
【新知运用】如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, 点 D 在边 BC 上, $BD = AD = AC$ 。

(1) 如图①, 填空: $\angle B$ 的度数是 _____, $\angle C$ 的度数是 _____, 图①中的黄金三角形有 _____。

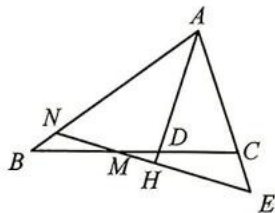
(2) 如图②, 如果点 M 为线段 BC 上的点, 过点 M 作直线 $MH \perp AD$, 垂足为点 H , MH 分别交直线 AB 、 AC 于点 N 、 E 。

① 求证: $\triangle ANE$ 是等腰三角形;

② 试写出线段 BN 、 CE 、 CD 之间的数量关系, 并加以证明。



第 13 题图①



第 13 题图②

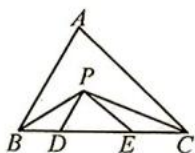


18.2(2) 等腰三角形的判定(2)

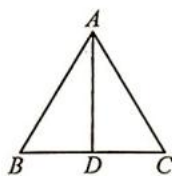
一、选择题

① 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BC=8$, BP 、 CP 分别是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线, $PD \parallel AB$, $PE \parallel AC$,那么 $\triangle PDE$ 的周长是()。

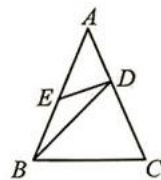
- (A) 2 (B) 4 (C) 8 (D) 16



第1题图



第2题图



第3题图

② 如图,下列条件不能判定 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是()。

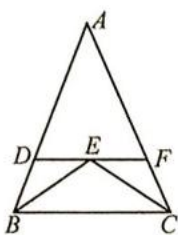
- (A) $\angle B = \angle C$ (B) $AD \perp BC$, $\angle BAD = \angle CAD$
 (C) $BD = AD = CD$ (D) $AD \perp BC$, $BD = CD$

③ 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 在 AC 上,点 E 在 AB 上,且 $AB = AC$, $BC = BD$, $AD = DE = EB$,则 $\angle A$ 等于()。

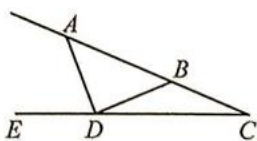
- (A) 45° (B) 30°
 (C) 60° (D) 75°

二、填空题

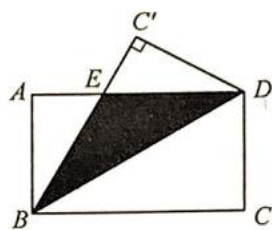
④ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BE 平分 $\angle ABC$, CE 平分 $\angle ACB$,过点 E 作 $DF \parallel BC$,如果 $AB = 2$ cm,那么 $\triangle ADF$ 的周长为_____ cm。



第4题图



第5题图

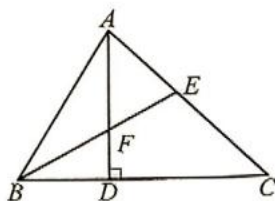


第6题图

⑤ 如图,已知 $AD = DB = BC$, $\angle C = 25^\circ$,那么 $\angle ADE$ 的度数为_____。

⑥ 将一张长方形纸片 $ABCD$ 如图折叠,如果 $AE = 5$, $AB = 12$, $BE = 13$,那么重叠部分(阴影)的面积是_____。

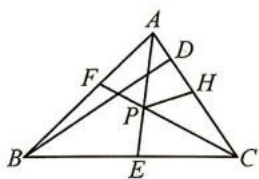
⑦ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, AD 是边 BC 上的高, $\angle ABC$ 的平分线 BE 交 AD 于点 F ,交 AC 于点 E ,那么图中的等腰三角形有_____。



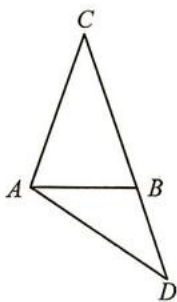
第7题图



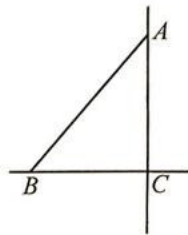
8 如图,已知 $\triangle ABC$ 的角平分线 AE 、 CF 交于点 P , BD 是 $\triangle ABC$ 的高,点 H 在 AC 上, $AF=AH$,有下列结论:① $\angle APC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle ABC$;② PH 平分 $\angle APC$;③如果 $BC>AB$,连接 BP ,那么 $\angle DBP=\angle BAC-\angle BCA$;④如果 $PH\parallel BD$,那么 $\triangle ABC$ 为等腰三角形。其中正确的结论是_____ (填序号)。



第8题图



第9题图



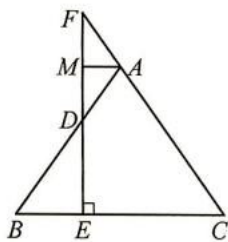
第10题图



10 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BCA=90^\circ$, $\angle BAC=40^\circ$,在直线 BC 或 AC 上取一点 P ,使 $\triangle PAB$ 为等腰三角形,那么这样的点 P 共有_____个。

三、解答题

11 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $EF\perp BC$,垂足为点 E ,点 M 是 DF 的中点。求证: $AM\perp FD$ 。

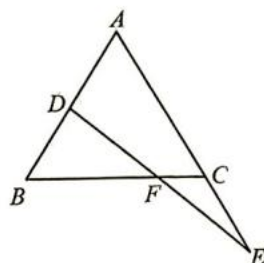


第11题图





12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 D 在 AB 上,点 E 在 AC 的延长线上, DE 交 BC 于点 F , $DF=FE$,求证: $BD=CE$ 。

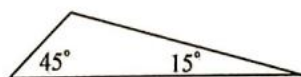


第 12 题图

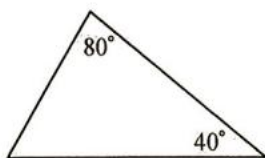
13 分割等腰三角形。

小高和小丽在学完了等腰三角形的性质与判定之后,又对分割等腰三角形产生了浓厚的兴趣,他们首先收集了一些分割等腰三角形的题目,一起和他们尝试一下吧。

(1) 分别过图①、图②、图③中三个三角形的一个顶点画一条直线,把这些三角形各自分割成两个等腰三角形。



第 13 题图①



第 13 题图②



第 13 题图③

(2) 做完第(1)问后,小高猜测:如果一个三角形的一个内角是另一个内角的两倍或三倍,那么这个三角形可以被分割成两个等腰三角形。请你替小高说明理由。

① 如图④, $\angle C=2\angle B$ 。

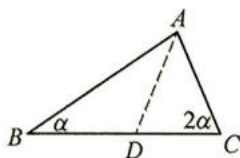
解:设 $\angle B$ 的度数为 α , $\angle C$ 的度数为 2α ,作 $\angle BAD=\angle B$, AD 交 BC 于点 D ,即 $\angle BAD=\angle B=\alpha$ 。所以_____ = _____ (_____),即 $\triangle ABD$ 是等腰三角形。

因为 $\angle ADC=\angle$ _____ + \angle _____ = _____ (_____),

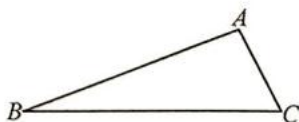
且 $\angle C=2\alpha$,

所以 $\angle C=\angle$ _____ (_____)。

所以_____ = _____ (_____),即 $\triangle ACD$ 是等腰三角形。



第 13 题图④



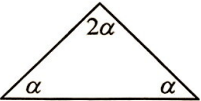
第 13 题图⑤



② 如图⑤, $\angle C = 3\angle B$ 。(请完成说理过程)

(3) 小丽看了上述说理之后,自己画了一个内角为 30° 、 50° 和 100° 的三角形尝试分割,请问这个三角形能分割成两个等腰三角形吗? 如果可以,请画出三角形并分割;如果不能,请说明理由。

(4) 经过上述探究,小丽和小高想找到怎样的等腰三角形才可以分割成两个等腰三角形,他们把情况分成 4 类,请完成下列表格。

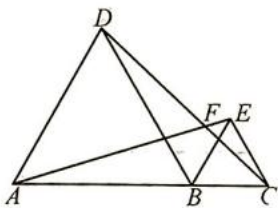
(1) 顶角是底角的两倍	(2) 顶角是底角的三倍
	
$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$; 三个内角度数: $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。	$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$; 三个内角度数: $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
(3) 底角是顶角的两倍	(4) 底角是顶角的三倍
$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$; 三个内角度数: $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。	$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}$; 三个内角度数: $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 、 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



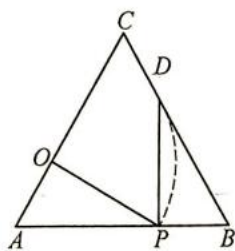
18.3 等边三角形

一、选择题

- ① 下列选项中,不能判定 $\triangle ABC$ 是等边三角形的是()。
- (A) $\angle A = \angle B = \angle C$ (B) $AB = AC, \angle B = 60^\circ$
 (C) $\angle A = 60^\circ, \angle B = 60^\circ$ (D) $AB = AC, \text{且} \angle B = \angle C$
- ② 如图,已知点 A, B, C 在同一直线上, $\triangle ABD, \triangle BCE$ 都是等边三角形,连接 AE, CD , AE 与 CD 交于点 F ,那么 $\angle AFC$ 的度数是()。
- (A) 100° (B) 120° (C) 135° (D) 150°



第2题图

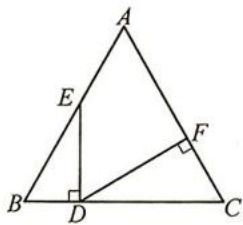


第3题图

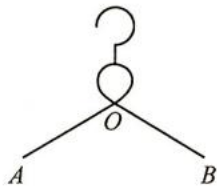
- ③ 如图,在等边三角形 ABC 中, $AC = 9$,点 O 在 AC 上,且 $AO = 3$,点 P 是 AB 上的点,连接 OP ,以点 O 为圆心,以 OP 的长为半径画弧,交 BC 于点 D ,连接 PD ,如果 $PO = PD$,那么 AP 的长是()。
- (A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5

二、填空题

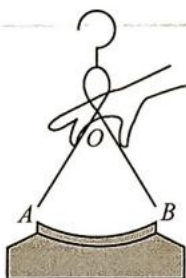
- ④ 如图,在等边三角形 ABC 中,点 D 为边 BC 上的点, $DE \perp BC$,垂足为点 D , DE 交 AB 于点 E , $DF \perp AC$,垂足为点 F ,那么 $\angle EDF$ 的度数是_____。



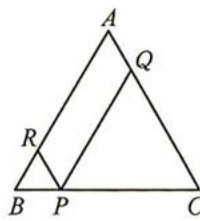
第4题图



第5题图①



第5题图②



第6题图

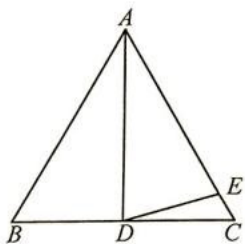
- ⑤ 小敏设计了一种衣架,在使用时能轻易收拢,然后套进衣服松开即可。如图①,衣架杆 $OA = OB = 18 \text{ cm}$,如图②,如果衣架收拢时, $\angle AOB = 60^\circ$,那么此时 A, B 两点之间的距离是_____cm。
- ⑥ 如图,点 P 是等边三角形 ABC 的边 BC 上的一点, $PQ \parallel AB$ 交 AC 于点 Q , $PR \parallel AC$ 交 AB 于点 R ,如果 $AB = 12$,那么 $PR + PQ =$ _____。



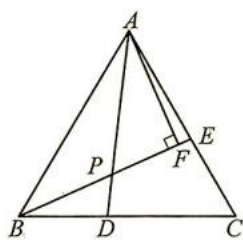
7 如图,已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形,点 E 是边 AC 上一点, AD 是边 BC 上的中线, $AD = AE$,那么 $\angle CDE$ 的度数是_____。

8 如图,在等边三角形 ABC 中, $BD = CE$, AD 、 BE 相交于点 P ,过点 A 作 $AF \perp BE$,垂足为点 F ,那么 $\angle PAF$ 的度数是_____。

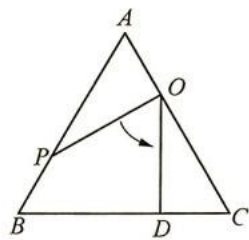
9 如图,在等边三角形 ABC 中, $AC = 9$,点 O 在边 AC 上, $AO = 3$,点 P 是边 AB 上的点,连接 OP ,将线段 OP 绕点 O 逆时针旋转 60° 得到线段 OD 。如果点 D 恰好落在边 BC 上,那么 AP 的长是_____。



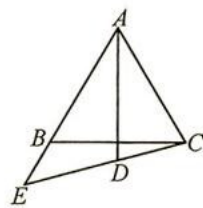
第7题图



第8题图



第9题图



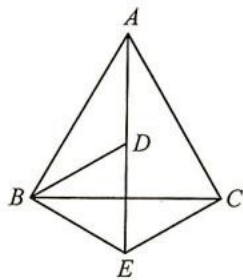
第10题图



10 如图,已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, $AD \perp BC$, $AD = AC$,连接 CD ,并延长 CD 交 AB 的延长线于点 E ,那么 $\angle E$ 的度数为_____。

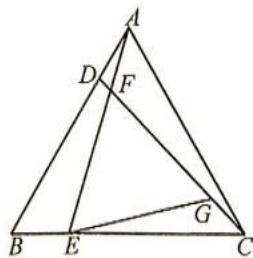
三、解答题

11 如图,已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 都是等边三角形,且 A 、 D 、 E 三点在同一条直线上,求证: $AE = BE + CE$ 。



第11题图

12 如图,已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形,点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, $AD = BE$, $\angle CEG = \angle BAE$ 。求证: $\triangle EFG$ 是等边三角形。



第12题图





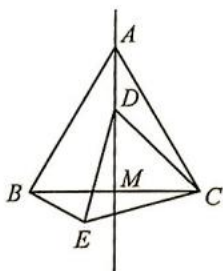
13 在等边 $\triangle ABC$ 中, AM 为边 BC 上的中线。点 D 在直线 AM 上, 以 CD 为边在 CD 的下方作等边 $\triangle CDE$, 连接 BE 。

(1) 如图①, 如果点 D 在线段 AM 上, 那么 AD _____ BE (选填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”), $\angle CAM$ 的度数为 _____。

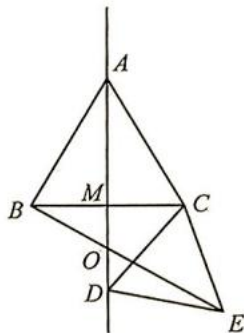
(2) 如图②, 直线 BE 与直线 AM 相交于点 O 。

(i) 当点 D 在线段 AM 的延长线上时, 试判断 AD 与 BE 的数量关系, 并说明理由;

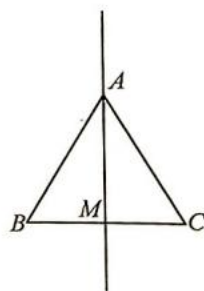
(ii) 当点 D 在射线 AM 上时, 试判断 $\angle AOB$ 的度数是否为定值? 如果是, 请求出 $\angle AOB$ 的度数; 如果不是, 请说明理由。



第 13 题图①



第 13 题图②



备用图



习题 18.1—18.3

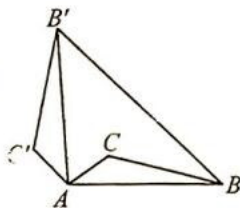
一、选择题

- ① 在 $\triangle ABC$ 中,下列说法中正确的有()。
- ① 如果 $AB > AC > BC$,那么 $\angle C > \angle B > \angle A$;② 如果 $AB > AC > BC$,且 $\angle C = 87^\circ$,那么 $\triangle ABC$ 是锐角三角形;③ 如果 $\angle A = 54^\circ$, $\angle B = 72^\circ$,那么 $BC = AB$;④ 如果 $\angle C > \angle B > \angle A$,那么 $AB > AC > BC$ 。

(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

- ② 如图,将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 100° 得到 $\triangle AB'C'$,点 B 的对应点是 B' ,点 C 的对应点是 C' ,连接 BB' ,如果 $AC' \parallel BB'$, $\angle CAB' = 60^\circ$,那么 $\angle AB'B$ 的度数为()。

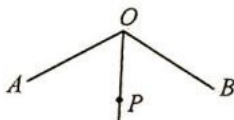
(A) 20° (B) 30°
(C) 40° (D) 60°



第2题图

- ③ 如图,已知 $\angle AOB = 120^\circ$, OP 平分 $\angle AOB$, $OP = 2$ 。如果点 M 、 N 分别在 OA 、 OB 上,且 $\triangle PMN$ 为等边三角形,那么满足上述条件的 $\triangle PMN$ 有()。

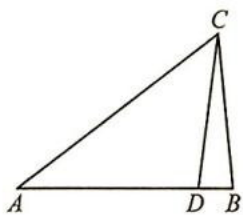
(A) 2个 (B) 3个
(C) 4个 (D) 无数个



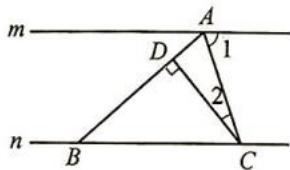
第3题图

二、填空题

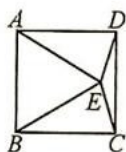
- ④ 如图,已知 $AD = DC = BC$, $\angle ACB = 60^\circ$,那么 $\angle A$ 的度数是_____。
- ⑤ 如图,已知直线 $m \parallel n$,点 A 在直线 m 上,点 B 、 C 在直线 n 上, $AB = BC$, $\angle 1 = 70^\circ$, $CD \perp AB$,垂足为点 D ,那么 $\angle 2$ 的度数是_____。



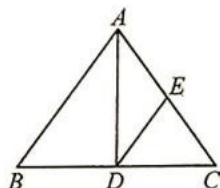
第4题图



第5题图

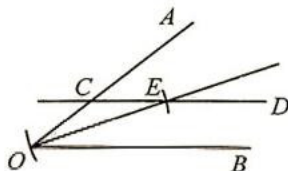


第6题图



第7题图

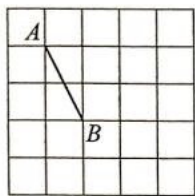
- ⑥ 如图,以正方形 $ABCD$ 的边 AB 向内作等边三角形 ABE ,那么 $\angle AED$ 的度数是_____。
- ⑦ 如图, $\triangle ABC$ 的角平分线 $AD \perp BC$, $DE \parallel AB$,如果 $BC = 6$ cm, $AB = 5$ cm,那么 $\triangle CDE$ 的周长为_____ cm。
- ⑧ 如图,小米用如下方法作 $\angle AOB$ 的角平分线:(1)在射线 OA 上任取一点 C ,过点 C 作 $CD \parallel OB$; (2)以点 C 为圆心,以 CO 的长为半径作弧,交 CD 于点 E ; (3)作射线 OE 。射线 OE 就是 $\angle AOB$ 的角平分线,那么小米的作图依据是_____ (请写出两个)。



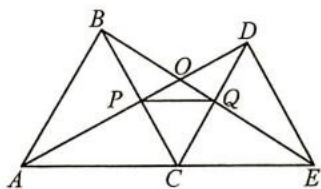
第8题图



9 如图,已知 5×5 的正方形网格中每个小正方形的边长都为 1,以 AB 为一边画一个等腰三角形 ABC ,使点 C 在格点上,那么满足条件的点 C 共有 _____ 个。



第 9 题图



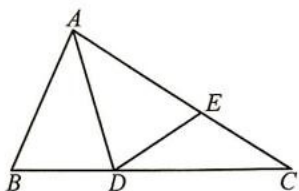
第 10 题图



10 如图,点 C 为线段 AE 上一动点(不与点 A 、 E 重合),在 AE 同侧分别作等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle CDE$, AD 与 BE 交于点 O , AD 与 BC 交于点 P , BE 与 CD 交于点 Q ,连接 PQ ,以下结论:① $AD=BE$;② $PQ \parallel AE$;③ $AP=BQ$;④ $DE=DP$;⑤ $\triangle CPQ$ 为等边三角形;其中正确的结论有 _____。(填序号)

三、解答题

11 如图, AD 平分 $\angle BAC$, $\angle B=2\angle C$,点 E 在 AC 上, $AE=AB$ 。求证: $\triangle ECD$ 是等腰三角形。

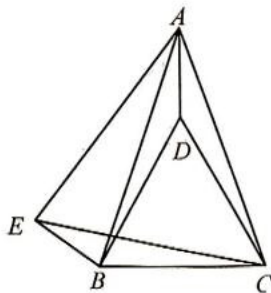


第 11 题图

12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,以 BC 为边作等边三角形 BDC ,点 E 在 $\triangle ABC$ 外, $\angle CBE=150^\circ$, $\angle ACE=60^\circ$ 。

(1) 求 $\angle ADC$ 的度数;

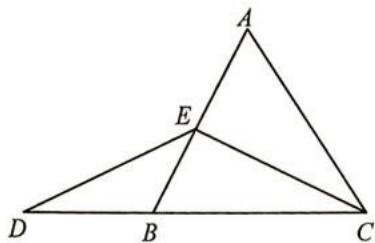
(2) 求证: $\triangle ACE$ 是等边三角形。



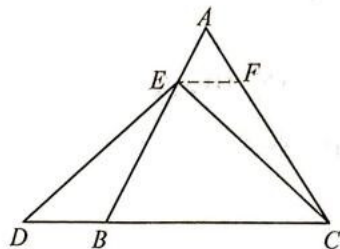
第 12 题图



13 已知,在等边三角形 ABC 中,点 E 在 AB 上,点 D 在 CB 的延长线上,且 $ED = EC$ 。



第 13 题图①



第 13 题图②

(1) 【特殊情况,探索结论】

如图①,当点 E 为 AB 的中点时,判断线段 AE 与 DB 的大小关系,请你直接写出结论: AE _____ DB (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)。

(2) 【特例启发,猜想证明】

如图②,当点 E 为边 AB 上任意一点时,判断线段 AE 与 DB 的大小关系,请你直接写出结论: AE _____ DB (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”)。

理由:过点 E 作 $EF \parallel BC$,交 AC 于点 F (请你完成解答过程)。

(3) 【拓展结论,设计新题】

在等边三角形 ABC 中,点 E 在直线 AB 上,点 D 在直线 BC 上, $ED = EC$,如果 $\triangle ABC$ 的边长为 1, $AE = 2$,求 CD 的长。请你画出相应图形,并直接写出结果。

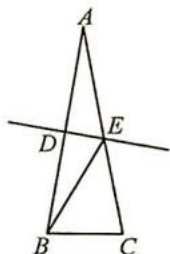


18.4(1) 线段的垂直平分线(1)

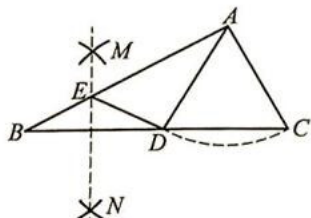
一、选择题

① 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle A=20^\circ$,线段 AB 的垂直平分线交 AB 于点 D ,交 AC 于点 E ,连接 BE ,那么 $\angle CBE$ 的度数为()。

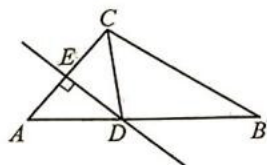
- (A) 80° (B) 70° (C) 60° (D) 50°



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

② 如图,在 $\triangle ABC$ 中,以点 A 为圆心,以 AC 的长为半径作弧,交 BC 于点 D ,再分别以点 B 、 D 为圆心,以大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧,两弧分别交于点 M 、 N ,连接 MN 交 AB 于点 E ,如果 $AC=5$, $AB=9$,那么 $\triangle ADE$ 的周长为()。

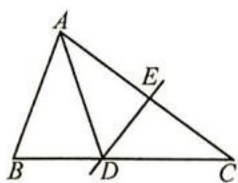
- (A) 17 (B) 16 (C) 15 (D) 14

③ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AC 的垂直平分线交 AB 于点 D , CD 平分 $\angle ACB$ 。如果 $\angle A=50^\circ$,那么 $\angle B$ 的度数为()。

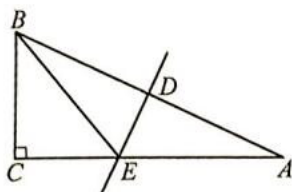
- (A) 25° (B) 30° (C) 35° (D) 40°

二、填空题

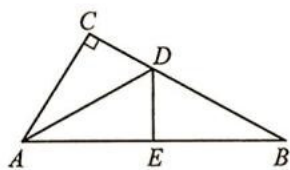
④ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AC 的垂直平分线交 BC 于点 D ,交 AC 于点 E , $\angle B = \angle ADB$,如果 $AB=10$,那么 CD 的长是_____。



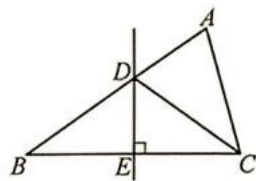
第 4 题图



第 5 题图



第 6 题图



第 7 题图

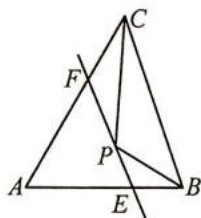
⑤ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 D ,交 AC 于点 E ,连接 BE ,如果 $\angle ABE : \angle CBE = 3 : 4$,那么 $\angle A$ 的度数是_____。

⑥ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle CAB$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D ,如果 DE 垂直平分 AB ,那么 $\angle B$ 的度数是_____。

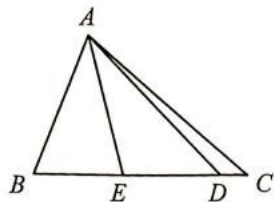
⑦ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=5\text{ cm}$, $AC=3\text{ cm}$, BC 的垂直平分线分别交 AB 、 BC 于点 D 、 E ,那么 $\triangle ACD$ 的周长为_____cm。



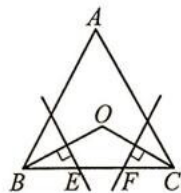
- 8 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=58^\circ$,点 P 为 $\triangle ABC$ 内一点,过点 P 的直线 EF 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ,如果点 E 、 F 分别在 PB 、 PC 的垂直平分线上,那么 $\angle BPC$ 的度数是_____。



第 8 题图



第 9 题图



第 10 题图

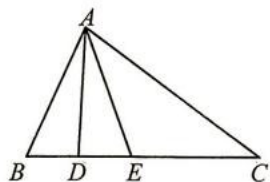
- 9 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=72^\circ$, $\angle B=68^\circ$, AB 、 AC 的垂直平分线分别交 BC 于点 D 、交 AC 于点 E ,那么 $\angle EAD$ 的度数为_____。



- 10 如图,在等边三角形 ABC 中, $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线交于点 O , OB 和 OC 的垂直平分线分别交 BC 于点 E 、 F 。如果 $EF=2$,那么 $\triangle ABC$ 的周长是_____。

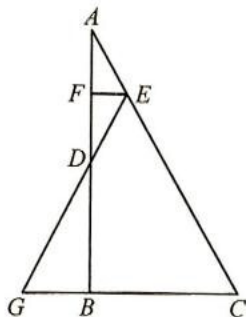
三、解答题

- 11 如图, AD 垂直平分 BE ,且 $AB+BD=DC$,求证:点 E 在线段 AC 的垂直平分线上。



第 11 题图

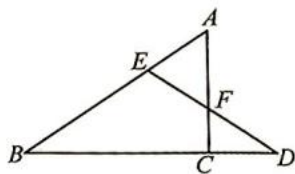
- 12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$,点 D 是边 AB 上一点, AD 的垂直平分线 EF 交 AC 于点 E ,交 AB 于点 F , ED 的延长线与 CB 的延长线交于点 G 。求证: $EG=EC$ 。



第 12 题图



13 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,点 D 是 BC 的延长线上一点,点 E 是 AB 上一点,且在 BD 的垂直平分线上, DE 交 AC 于 F 。求证:点 E 在 AF 的垂直平分线上。



第 13 题图



14 【问题背景】如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AC$,垂足为点 D , $CE \perp AB$,垂足为点 E ,点 E 在边 BC 的垂直平分线上, CE 与 BD 交于点 F 。

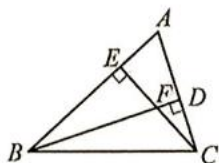
【问题探究】

(1) 如图①, $\angle ABC$ 的度数为_____;

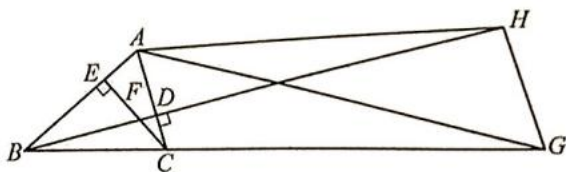
(2) 如图①,求证: $EF = EA$;

【问题解决】

(3) 如图②, $\triangle ABC$ 是一个休闲广场的示意图(问题背景中的条件不变),为了使人们有更好的休闲娱乐环境,拟在该广场右侧修建大草坪 $ACGH$,其中点 G 在 BC 的延长线上,点 H 在 BD 的延长线上。现计划修建两条小路 AG 、 BH (小路宽度忽略不计),其中 $GH \parallel AC$, $GH = BD$,已知规划人员通过测量 AD 和小路 AG 的长度就可得出小路 BH 的长,那么请写出 AD 、 AG 和 BH 之间的数量关系,并说明理由。



第 14 题图①



第 14 题图②

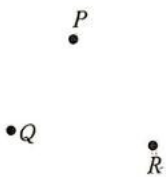


18.4(2) 线段的垂直平分线(2)

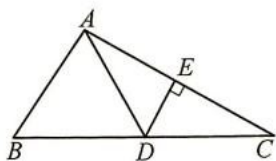
一、选择题

① 为了进一步完善城市功能,加强体育事业的发展,某市准备修建一个大型体育中心,要求该体育中心所在位置到该市的三个区中心(图中以点 P 、 Q 、 R 表示)的距离相等,那么该体育中心的位置应选在()。

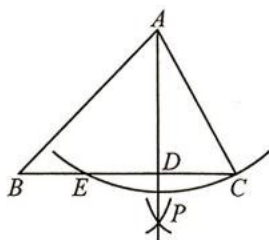
- (A) $\triangle PQR$ 三边垂直平分线的交点处 (B) $\triangle PQR$ 三条角平分线的交点处
(C) $\triangle PQR$ 三条高的交点处 (D) $\triangle PQR$ 三条中线的交点处



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

② 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AC 的垂直平分线分别交 AC 、 BC 于点 E 、 D , $EC=3$, $\triangle ABD$ 的周长为 9,那么 $\triangle ABC$ 的周长为()。

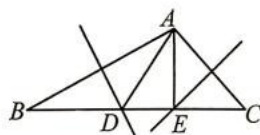
- (A) 6 (B) 12 (C) 15 (D) 18

③ 如图,在 $\triangle ABC$ 中,一位同学按以下步骤作图:(1)以点 A 为圆心,作与 BC 相交于 C 、 E 两点的弧;(2)分别以点 C 和点 E 为圆心,适当长为半径作弧,两弧交于点 P ;(3)作射线 AP ,交 BC 于点 D 。那么下列结论中错误的是()。

- (A) $PE=PC$ (B) $\angle EAD = \angle CAD$ (C) $ED=CD$ (D) $\angle BAE = \angle CAD$

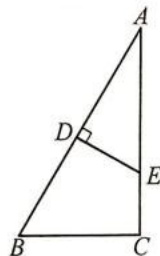
二、填空题

④ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线交 BC 于点 D , AC 的垂直平分线交 BC 于点 E ,如果 $\angle BAC=104^\circ$,那么 $\angle DAE$ 的度数为_____。



第 4 题图

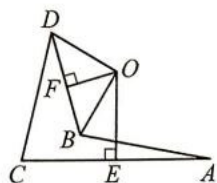
⑤ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AB 的垂直平分线分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E , $AC=9$, $AE:EC=2:1$,那么点 B 到点 E 的距离是_____。



第 5 题图

⑥ 在 $\triangle ABC$ 中,①如果 $AD \perp BC$,点 D 为 BC 中点,那么直线 AD 是 BC 的垂直平分线;②如果 $AD \perp BC$, $\angle BAC = \angle C$,那么直线 AD 是 BC 的垂直平分线;③如果 $AD \perp BC$, $AD=CD$,那么直线 AD 是 BC 的垂直平分线;④如果 $AD \perp BC$, $AB=AC$,那么直线 AD 是 BC 的垂直平分线。以上命题是真命题的是_____ (填序号)。

⑦ 在 $\triangle ABC$ 中,如果 $\angle A=50^\circ$,点 O 为 $\triangle ABC$ 的外心,那么 $\angle BOC$ 的度数是_____。



第 8 题图

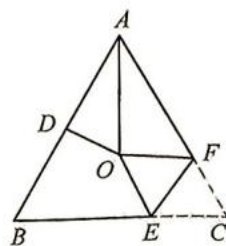
⑧ 如图,已知 OE 、 OF 分别是 AC 、 BD 的垂直平分线,垂足分别为点 E 、 F , $AB=CD$, $\angle ABD=116^\circ$, $\angle CDB=28^\circ$,那么 $\angle OBD$ 的度数是_____。



9 在 $\triangle ABC$ 中,如果 $AB=AC$, AB 的中垂线与 AC 所在直线相交所得的夹角为 50° ,那么 $\angle B$ 的度数是_____。



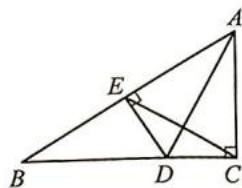
10 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=58^\circ$, $\angle BAC$ 的平分线与线段 AB 的垂直平分线交于点 O ,如果点 C 沿 EF 翻折与点 O 重合,那么 $\angle OEC$ 的度数为_____。



第 10 题图

三、解答题

11 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$, $DE \perp AB$ 于点 E ,求证:直线 AD 是线段 CE 的垂直平分线。

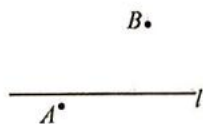


第 11 题图

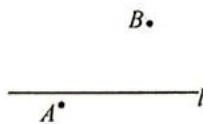
12 已知直线 l 及位于其两侧的两点 A 、 B 。

(1) 在图①中的直线 l 上求一点 P ,使 $PA=PB$;

(2) 在图②中的直线 l 上求一点 Q ,使直线 l 平分 $\angle AQB$ 。



第 12 题图①

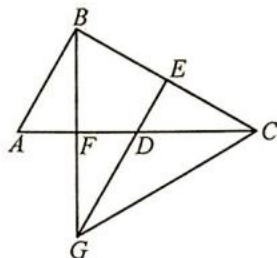


第 12 题图②

13 如图,在 $\triangle ABC$ 中 BC 的垂直平分线分别交边 AC 、 BC 于点 D 、 E , $BF \perp AC$,垂足为点 F ,且 F 为线段 AD 的中点,延长 BF 与 BC 的垂直平分线交于点 G ,连接 CG 。

(1) 如果 D 是 AC 的中点,求证: $AC=2AB$;

(2) 如果 $\angle ACB=30^\circ$,求证: $\triangle BGC$ 为等边三角形。



第 13 题图





14 综合与实践。

在三角形纸片 ABC 中, $AB=AC$, $\angle BAC=36^\circ$, 现要将其剪成三张小纸片, 使每张小纸片都是等腰三角形(不能有剩余)。下面是小文借助尺规作图解决这一问题的过程, 请阅读后完成相应的任务。

作法: 如图①。

(i) 分别作 AB 、 AC 的垂直平分线, 交于点 P ;

(ii) 分别连接 PA 、 PB 、 PC 。

结论: 沿线段 PA 、 PB 、 PC 剪开, 即可得到三个等腰三角形。

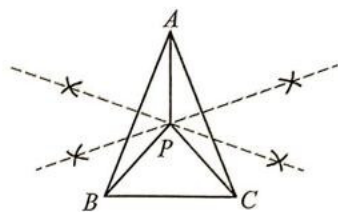
理由: 因为点 P 在线段 AB 的垂直平分线上,

所以 _____ (依据)。

同理, 得 $PA=PC$ 。

所以 $PA=PB=PC$ 。

所以 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 、 $\triangle PAC$ 都是等腰三角形。

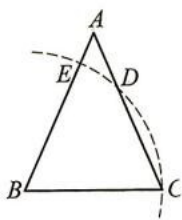


第 14 题图①

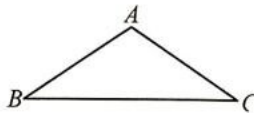
任务一: 上述过程中, 横线上的结论为 _____, 括号中的依据为 _____。

任务二: 受小文的启发, 同学们想到另一种思路: 如图②, 以点 B 为圆心, 以 BC 的长为半径作弧, 交 AC 于点 D , 交 AB 于点 E 。在此基础上构造两条线段(以图中标有字母的点为端点)作为裁剪线, 也可解决问题。请在图②中画出一条裁剪方案, 并求出得到的三个等腰三角形及相应顶角的度数。

任务三: 如图③, 已知在三角形纸片 ABC 中, $AB=AC$, $\angle BAC=108^\circ$, 请在图③中设计出一种裁剪方案, 将该三角形纸片分成三个等腰三角形。(要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法)



第 14 题图②

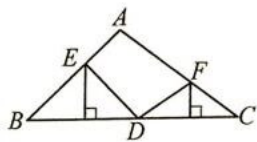


第 14 题图③



二、填空题

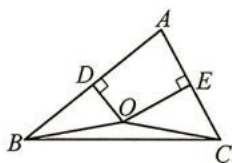
4 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $\angle A = 100^\circ$,点 D 是 BC 上的一点, BD 、 CD 的垂直平分线分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ,那么 $\angle EDF$ 的度数是_____。



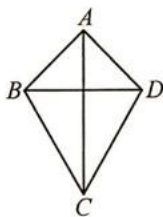
第4题图

5 如图,已知 $\angle A = 80^\circ$,点 O 是 AB 、 AC 的垂直平分线的交点,那么 $\angle BOC$ 的度数是_____。

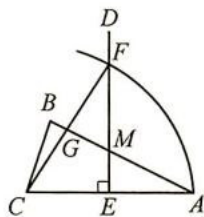
6 风筝又称“纸鸢”“风鸢”“纸鹞”等,起源于东周春秋时期,距今已有2000多年历史。如图是一款风筝骨架的简化图,已知 $AB = AD$, $BC = CD$, $AC = 80$ cm, $BD = 50$ cm,那么制作这个风筝需要的布料至少为_____ cm^2 。



第5题图



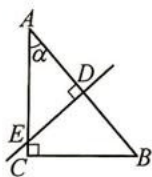
第6题图



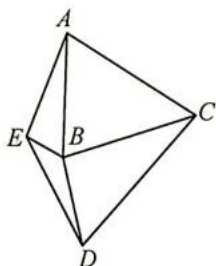
第7题图

7 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $DE \perp AC$,垂足为点 E , DE 交 AB 于点 M , $AE = CE$,以点 C 为圆心,以 CA 的长为半径作弧,交 DE 于点 F ,连接 CF 交 AB 于点 G 。如果 $CG = FG$,那么 $\angle BCG$ 的度数为_____。

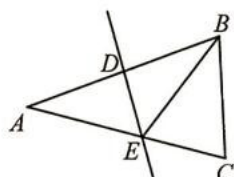
8 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = \alpha$,斜边 AB 的垂直平分线分别交线段 AB 、 AC 于点 D 、 E ,那么 α 的取值范围为_____。



第8题图



第9题图



第10题图

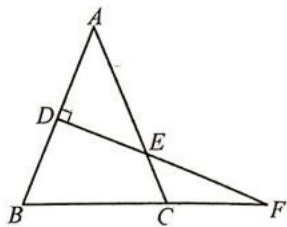
9 如图,已知线段 AB 、 DE 的垂直平分线交于点 C , $\angle ABC = \angle EDC = 72^\circ$, $\angle AEB = 92^\circ$,那么 $\angle EBD$ 的度数是_____。

10 如图, $AB = AC$, AB 的垂直平分线交 AB 于点 D ,交 AC 于点 E , BE 恰好平分 $\angle ABC$,有以下结论:① $ED = EC$; ② $\triangle BEC$ 的周长等于 $2AE + EC$; ③图中共有3个等腰三角形; ④ $\angle A = 36^\circ$ 。其中一定成立的结论有_____。(填序号)



三、解答题

11 如图,在 $\triangle ABC$ 中, DF 垂直平分 AB 于点 D ,交 AC 于点 E ,交 BC 的延长线于点 F , $AE=EF$, $\angle A:\angle F=4:3$,求 $\angle A$ 的度数。



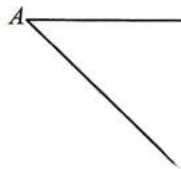
第 11 题图

12 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, $BA=BC$ 。在 $\triangle ABC$ 内作点 D ,使得 $\angle ADB=\frac{1}{2}\angle BDC$ 。

(1) 尺规作图,依据作法补全图形(保留作图痕迹):

①作线段 BC 的垂直平分线 PQ 交 BC 于点 E ;②以点 A 为圆心,以 AB 的长为半径作弧,与直线 PQ 在 $\triangle ABC$ 内交于点 D 。

(2) 根据所作的图,求证: $\angle ADB=\frac{1}{2}\angle BDC$ 。



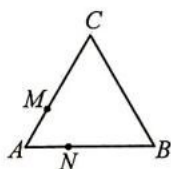
第 12 题图



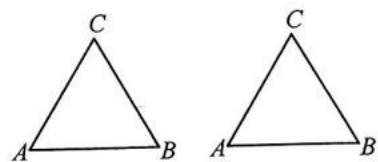


13 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=AC=12$ cm,点 M 、 N 分别从点 A 、 B 同时出发,沿三角形的边顺时针运动,点 M 的速度为 4 cm/s,点 N 的速度为 6 cm/s,当点 M 、 N 第一次相遇时,同时停止运动,设点 M 、 N 的运动时间为 $t(t > 0)$ 秒。

- (1) 当点 M 在 AC 上时, $CM =$ _____ (用含 t 的代数式表示);当点 N 在 CB 上时, $CN =$ _____ (用含 t 的代数式表示);
- (2) 当点 N 在 CB 上时,如果 $\triangle AMN$ 为直角三角形,求 t 的值;
- (3) 连接 MN ,当线段 MN 的垂直平分线经过 $\triangle ABC$ 的某一顶点时,求 t 的值。



第 13 题图



备用图

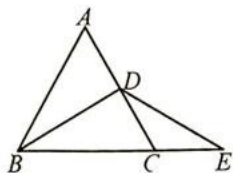


单元练习十八

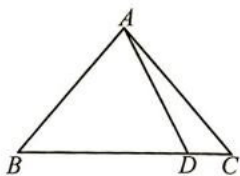
一、选择题

① 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, BD 是边 AC 上的中线, 延长 BC 至点 E , 使 $CE = CD$, 如果 $DE = 4$, 那么 $BD = (\quad)$ 。

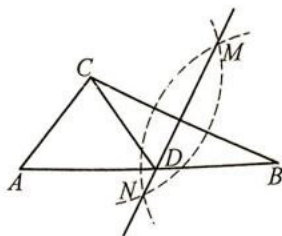
- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 8



第 1 题图



第 2 题图



第 3 题图

② 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 BC 上一点, $AB = AC = BD$, 如果 $\angle B = 50^\circ$, 那么 $\angle CAD$ 的度数为 (\quad) 。

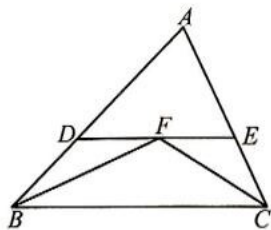
- (A) 10° (B) 15° (C) 20° (D) 25°

③ 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 按以下步骤作图: ① 分别以点 B 、 C 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}BC$ 为半径作弧, 两弧相交于 M 、 N 两点; ② 作直线 MN 交 AB 于点 D , 连接 CD ; 如果 $CD = AD$, $\angle B = 25^\circ$, 那么下列结论中错误的是 (\quad) 。

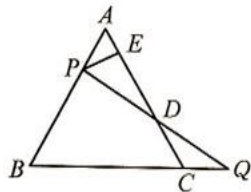
- (A) $\angle ACD = 65^\circ$ (B) $\angle ACB = 90^\circ$
(C) $\angle CAD = 50^\circ$ (D) 点 D 是 $\triangle ABC$ 的外心

④ 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的平分线交于点 F , 过点 F 作 $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 D , 交 AC 于点 E , 有以下结论: ① $DE = BD + CE$; ② $AD = AE$; ③ $C_{\triangle ADE} = AB + AC$; ④ $BF = CF$; ⑤ $\angle BFC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 。其中正确的有 (\quad) 。

- (A) ①②③⑤ (B) ①②④⑤ (C) ①②④ (D) ①③⑤



第 4 题图



第 5 题图

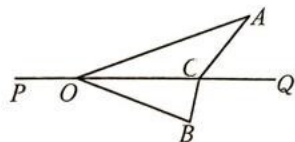
⑤ 如图, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 1, 点 P 是 AB 上一点, 过 P 作 $PE \perp AC$, 垂足为点 E , 点 Q 为 BC 延长线上一点, 当 $PA = CQ$ 时, 连接 PQ 交边 AC 于点 D , 那么 DE 的长为 (\quad) 。

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$





6 如图,点 A 、 B 在直线 PQ 的两侧,点 O 是 PQ 上一点,
 $\angle AOQ = \angle BOQ$, $AO > BO$, 点 C 是 PQ 上异于点 O 的一点,
 那么 $AO - BO$ 与 $AC - BC$ 的大小关系是()。

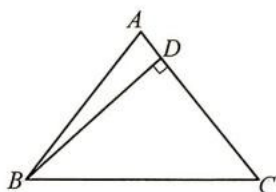


第 6 题图

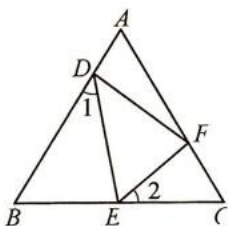
- (A) $AO - BO > AC - BC$ (B) $AO - BO = AC - BC$
 (C) $AO - BO < AC - BC$ (D) 不能确定

二、填空题

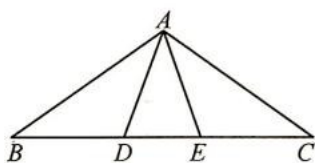
- 7 一个等腰三角形的一边长为 4 cm,另一边长为 10 cm,这个等腰三角形的周长为_____。
 8 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 80^\circ$, $BD \perp AC$, 垂足为 D , 则 $\angle DBC$ 的度数是_____。



第 8 题图

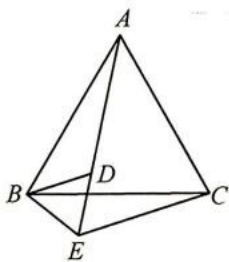


第 9 题图

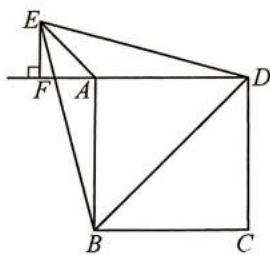


第 10 题图

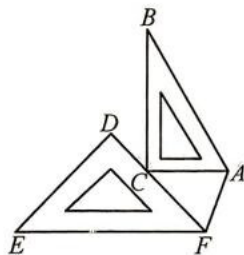
- 9 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 、 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 、 AC 上, 如果 $\angle 1 = \angle 2$,
 $\angle DFE = 80^\circ$, 那么 $\angle EDF$ 的度数是_____。
 10 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形, $\angle ADE = \angle AED = 70^\circ$, 且 $AD = AE = BD = EC$, 那么 $\angle BAC$ 的度数是_____。
 11 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 都是等边三角形, 且点 A 、 D 、 E 在一条直线上, 如果 $BE = 12$, $CE = 24$, 那么 $AE =$ _____。



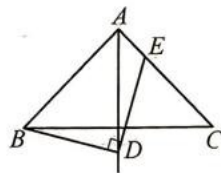
第 11 题图



第 12 题图



第 13 题图

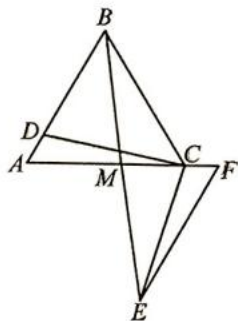


第 14 题图

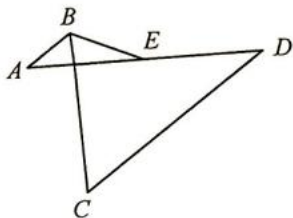
- 12 如图, 已知 $\triangle EBD$ 是以正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 为一边的等边三角形, $EF \perp DA$, 垂足为点 F , 那么 $\angle AEF$ 的度数是_____。
 13 如图, 小明用一副三角板拼成了一幅“帆船图”, 已知 $\angle D = \angle BCA = 90^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, $AC \parallel EF$, $CA = CF$, 连接 AF , 那么 $\angle CAF$ 的度数为_____。
 14 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 $\angle BAC$ 的平分线上, $\angle ABD = 60^\circ$, 将点 B 绕点 D 顺时针旋转 90° , 如果点 B 的对应点 E 恰好落在 AC 上, 那么 $\angle CBD$ 的度数是_____。



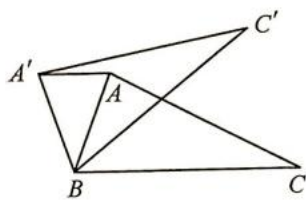
15 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 为线段 AB 上一点, $BD = 4AD$, 连接 CD , 点 E 为线段 AC 下方一点, 连接 CE , 且 $CD = CE$, $\angle BDC = \angle ACE$, 连接 BE 交 AC 于点 M , 点 F 为线段 AC 延长线上一点, $AD = CF$, 连接 EF , 已知 $AD = 2$, 那么 CM 的长为_____。



第 15 题图



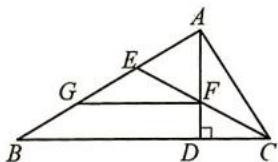
第 16 题图



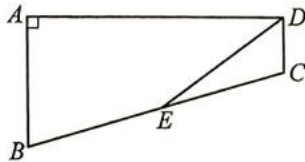
第 17 题图

16 如图, $AB \parallel CD$, $\angle BCD = 60^\circ$, 点 E 为 AD 的中点, 如果 $AB = 2$, $BC = 6$, $CD = 8$, 那么 BE 的长为_____。

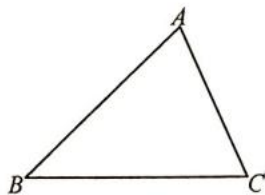
17 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕 B 点旋转到 $\triangle A'BC'$ 的位置, $AA' \parallel BC$, $\angle ABC = 70^\circ$, 则 $\angle CBC'$ 的度数是_____。



第 18 题图



第 19 题图



第 20 题图

18 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D , $\angle BCA$ 的平分线交 AD 于点 F , 交 AB 于点 E , $FG \parallel BC$ 交 AB 于点 G . $AE = 4$, $AB = 14$, 则 $BG =$ _____。

19 如图, 已知 $CD \parallel AB$, $\angle A = 90^\circ$, $BC = 2AB$, E 为 BC 的中点, 连接 DE , $\angle B = 74^\circ$, 那么 $\angle CDE$ 的度数为_____。



20 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, 点 D 在边 BC 上(不与点 B 、 C 重合), 有下列说法:

① 连接 AD , 作 AD 的垂直平分线分别交直线 AB 、 AC 于点 P 、 Q , 连接 DP 、 DQ , 那么 $\triangle APQ \cong \triangle DPQ$;

② 过点 D 作 AC 的平行线交 AB 于点 P , 在线段 AC 上截取 AQ , 使 $AQ = DP$, 连接 PQ 、 DQ , 那么 $\triangle APQ \cong \triangle DQP$;

③ 过点 D 作 AC 的平行线交 AB 于点 P , 过点 D 作 AB 的平行线交 AC 于点 Q , 连接 PQ , 那么 $\triangle APQ \cong \triangle DQP$;

④ 过点 D 作 AB 的平行线交 AC 于点 Q , 在直线 AB 上取一点 P , 连接 DP , 使 $DP = AQ$, 连接 PQ , 那么 $\triangle APQ \cong \triangle DQP$ 。

其中一定成立的是_____ (填序号)。

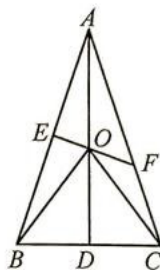


三、解答题

21 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,点 D 为边 BC 的中点, AB 的垂直平分线 EF 交 AB 于点 E ,交 AD 于点 O ,交 AC 于点 F ,分别连接 OB 、 OC 。

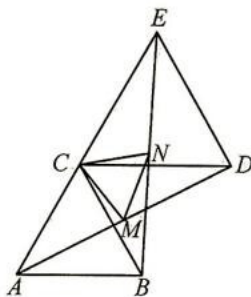
(1) 求证: $\triangle AOC$ 为等腰三角形;

(2) 如果 $\angle BAD=20^\circ$,求 $\angle COF$ 的度数。



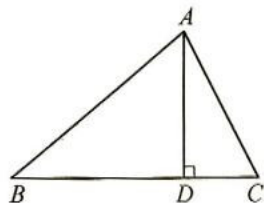
第 21 题图

22 如图,在等边三角形 ABC 中,点 E 是 AC 延长线上的任意一点,选择一点 D ,使得 $\triangle CDE$ 是等边三角形,点 M 是线段 AD 的中点,点 N 是线段 BE 的中点,求证: $\triangle CMN$ 是等边三角形。



第 22 题图

23 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的高, $BD > DC$,求证: $AB > AC$ 。



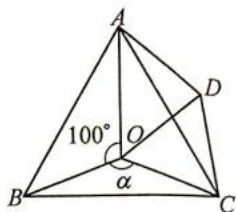
第 23 题图





24 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 O 是 $\triangle ABC$ 内一点, 点 D 是 $\triangle ABC$ 外的一点, $\angle AOB = 100^\circ$, $\angle BOC = \alpha$, $\triangle ADC \cong \triangle BOC$, 顶点 A 、 D 、 C 分别与顶点 B 、 O 、 C 对应, 连接 OD 。

- (1) 求证: $\triangle OCD$ 是等边三角形;
 (2) 当 α 为多少度时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形?



第 24 题图



25 【概念定义】如图①, $\triangle ABC$ 内有一点 P , 满足 $\angle PAB = \angle PBC = \angle PCA$, 那么点 P 称为 $\triangle ABC$ 的“布洛卡点”, 其中 $\angle PAB$ 、 $\angle PBC$ 、 $\angle PCA$ 被称为“布洛卡角”。如图②, 当 $\angle QAC = \angle QCB = \angle QBA$ 时, 点 Q 也是 $\triangle ABC$ 的“布洛卡点”。一般情况下, 任意三角形会有两个“布洛卡点”。

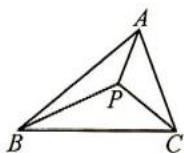
【问题解决】

问题 1: 等边三角形的“布洛卡点”有 _____ 个, “布洛卡角”的度数为 _____;

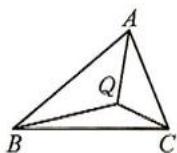
问题 2: 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = AC$, 点 M 是 $\triangle ABC$ 的一个“布洛卡点”。

(1) $\angle AMB$ 与 $\angle ABC$ 有怎样的数量关系? 请在图③中, 画出必要的点和线段, 完成示意图后进行证明;

(2) 如图④, 如果 $\angle BAC = 90^\circ$, $BM = 5$, $\angle MAC$ 是“布洛卡角”, 求点 C 到直线 AM 的距离。



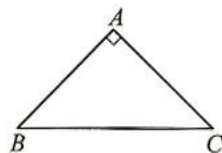
第 25 题图①



第 25 题图②



第 25 题图③



第 25 题图④



期中练习一

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

① 若关于 x 的一元一次方程 $x - m + 2 = 0$ 的解是负数,则 m 的取值范围是()。

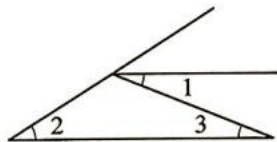
- (A) $m \geq 2$ (B) $m > 2$ (C) $m < 2$ (D) $m \leq 2$

② 若不等式组 $\begin{cases} x - a \geq 0, \\ 1 - 2x > x - 2 \end{cases}$ 有解,则 a 的取值范围是()。

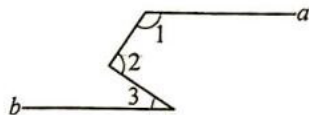
- (A) $a > -1$ (B) $a \geq -1$ (C) $a \leq 1$ (D) $a < 1$

③ 如图,下列说法中,正确的是()。

- (A) $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是同位角 (B) $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是同位角
(C) $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是内错角 (D) $\angle 2$ 与 $\angle 3$ 是同旁内角



第 3 题图



第 6 题图

4 下列命题的逆命题是真命题的是()。

- (A) 两直线平行,内错角相等 (B) 如果 $a = b$,那么 $a^2 = b^2$
(C) 钝角三角形中有两个锐角 (D) 对顶角相等

⑤ 下列说法中,正确的是()。

- (A) 若 $\angle A + \angle B > \angle C$,则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形
(B) 若 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$,则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形
(C) 若 $AB = BC = AC = 2 \text{ cm}$,则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形
(D) 若 $\angle A < 90^\circ$ 且 $\angle B < 90^\circ$,则 $\triangle ABC$ 为锐角三角形



⑥ 如图,若 $a \parallel b$,则 $\angle 1$ 、 $\angle 2$ 、 $\angle 3$ 的关系是()。

- (A) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 360^\circ$ (B) $\angle 1 - \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$
(C) $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 180^\circ$ (D) $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

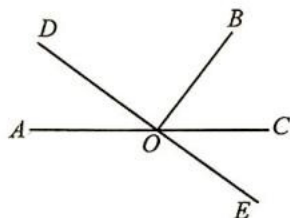
二、填空题(每题 3 分,共 42 分)

⑦ “ x 的 3 倍大于 x 的一半与 1 的差”用不等式可表示为_____。

⑧ 不等式组 $\begin{cases} x + 2 > -1, \\ x - 1 < 3 \end{cases}$ 的解集为_____。

⑨ 关于 x 的不等式 $ax - b > 2b$ 的解集是 $x < 1$,则不等式 $bx - a > 2a$ 的解集是_____。

⑩ 如图,如果 $\angle BOC = 54^\circ$, $BO \perp DE$,垂足为 O ,那么 $\angle AOD$ 的度数为_____。

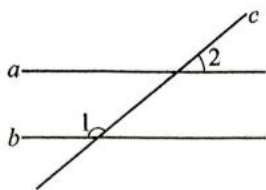


第 10 题图

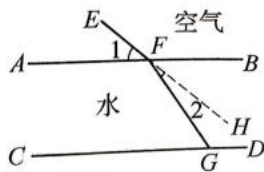


11 若 $\triangle ABC$ 的两边长分别为3 cm、8 cm,则第三边 c 的取值范围是_____。

12 如图:两条平行直线 a 、 b 被直线 c 所截, $\angle 1 = (3x + 16)^\circ$, $\angle 2 = (2x - 11)^\circ$,则 $x =$ _____。



第 12 题图



第 14 题图

13 将命题“同角的余角相等”,改写成“如果...,那么...”的形式:_____。

14 光从空气斜射入水中,传播方向会发生变化。如图,表示水面的直线 AB 与表示水底的直线 CD 平行,光线 EF 从空气射入水中,改变方向后射到水底 G 处, FH 是 EF 的延长线,若 $\angle 1 = 40^\circ$, $\angle 2 = 16^\circ$,则 $\angle CGF$ 的度数是_____。

15 已知 $x = 3$ 是方程 $\frac{x-a}{2} - 2 = x - 1$ 的解,那么不等式 $(2 - \frac{a}{5})x < \frac{1}{3}$ 的解集是_____。

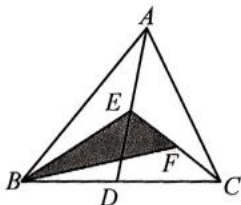
16 已知二元一次方程组 $\begin{cases} 3x - 7y = -1, \\ 3x + 7y = 13 \end{cases}$ 的解满足不等式 $ax + 2y < 5$,则 a 的取值范围是_____。

17 某种出租车的收费标准:起步价5元(即行驶距离不超过3千米都需付5元车费),超过3千米以后,每增加1千米,加收1.2元(不足1千米按1千米计)。某人乘这种出租车从甲地到乙地共付车费15.8元,设甲地到乙地路程是 x 千米,则 x 的取值范围是_____。

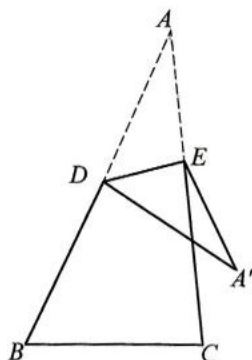
18 如图,点 D 、 E 、 F 分别为 BC 、 AD 、 CE 的中点, $S_{\triangle ABC} = 4 \text{ cm}^2$,那么 $S_{\triangle BEF} =$ _____ cm^2 。



19 当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时,我们称此三角形为“特征三角形”,其中 α 称为“特征角”。如果一个“特征三角形”的“特征角”为 100° ,那么这个“特征三角形”的最小内角的度数为_____。



第 18 题图



第 20 题图



20 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 63^\circ$,将 $\triangle ABC$ 沿 DE 折叠,点 A 落在点 A' 处, $\angle ADE = 47^\circ$,再将 $\triangle A'DE$ 绕点 D 逆时针旋转,旋转角为 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$),当 $A'D$ 旋转至与 $\triangle ABC$ 的一边平行时, α 的度数为_____。

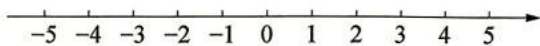


三、解答题(21—26 题每题 6 分,27 题 10 分,共 46 分)

21 解不等式:

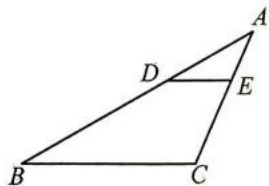
(1) $3(x+2) \geq 1-2(x-1)$; (2) $\frac{x-3}{2}-1 > \frac{x-5}{3}$.

22 解不等式组 $\begin{cases} 3-x \geq 2(x-3), \\ \frac{x-1}{2} - \frac{x+1}{3} > -1, \end{cases}$ 并将其解集在数轴上表示出来。



23 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$,按下列要求画图并填空:

- 过点 E 画直线 BC 的垂线,交直线 BC 于点 F ;
- 点 D 到直线_____的距离等于线段 EF 的长度;
- 连接 BE 、 CD ,则 $\triangle EBC$ 的面积_____ $\triangle DBC$ 的面积。(选填“>”“<”或“=”)



第 23 题图



24 如图,已知 $AD \perp BC$,垂足为点 D , $\angle EFD = 90^\circ$, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$,说明 $\angle CGD = \angle CAB$ 。

解:因为 $AD \perp BC$ (已知),

所以 $\angle \underline{\hspace{2cm}} = 90^\circ$ (垂直的意义),

因为 $\angle EFD = 90^\circ$,

所以 $\angle ADC = \angle EFD$ (等量代换),

所以 $EF \parallel AD$ ($\underline{\hspace{2cm}}$),

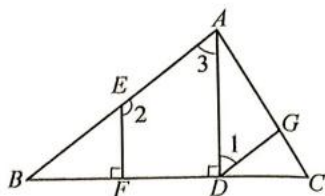
所以 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ ($\underline{\hspace{2cm}}$),

因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知),

所以 $\angle 1 = \angle 3$ ($\underline{\hspace{2cm}}$)。

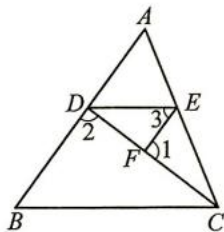
所以 $\underline{\hspace{1cm}} \parallel \underline{\hspace{1cm}}$ (内错角相等,两直线平行)。

所以 $\angle CGD = \angle CAB$ (两直线平行,同位角相等)。



第 24 题图

25 如图,已知 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 = \angle B$,试说明 $\angle AED = \angle ACB$ 。



第 25 题图



26 定义:对任意一个两位数 a ,如果 a 满足个位数字比十位数字大 3,那么称这个两位数为“慧泉数”。将一个“慧泉数”的个位数字与十位数字对调后得到一个新的两位数,把这个新两位数与原两位数的和与 11 的商记为 $f(a)$ 。例如: $a = 14$,对调个位数字与十位数字后得到新的两位数为 41,新两位数与原两位数的和为 $14 + 41 = 55$,其和与 11 的商为: $55 \div 11 = 5$,所以 $f(14) = 5$ 。

根据以上定义,回答下列问题:

(1) $f(36) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若 $f(a) = 7$,求 a ;

(3) 如果一个“慧泉数” m 的十位数字是 x ,另一个“慧泉数” n 的个位数字是 x ,且满足 $f(m) + f(n) < 20$,求 m 、 n 的值。

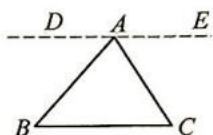


27 (1) 【问题情境】如图①, 已知三角形 ABC , 试说明 $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$ 的理由;
解: 过 A 点作 $DE \parallel BC$ (过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行)。

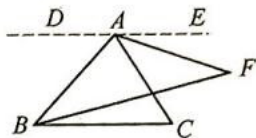
(请按照上述思路继续完成说理过程)

(2) 【尝试运用】如图②, 若 $\angle BAC = 80^\circ$, $DE \parallel BC$ 且经过 A 点, $\angle EAC = n\angle EAF$, $\angle ABC = n\angle FBC$, 求 $\angle AFB$ 的度数(用含 n 的代数式表示);

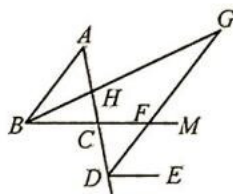
(3) 【拓展探索】如图③, 在三角形 ABC 中, 点 D 是 AC 延长线上的一点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, DG 平分 $\angle ADE$, BG 平分 $\angle ABC$, DG 与 BG 交于点 G 。若 $\angle A = 40^\circ$, 求 $\angle G$ 的度数。



第 27 题图①



第 27 题图②



第 27 题图③



期中练习二

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

① 如果 $a < b$, 那么下列结论中, 正确的是()。

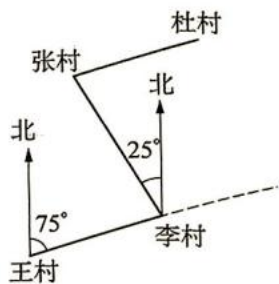
- (A) $a + 1 < b + 1$ (B) $a - 2 > b - 2$ (C) $-3a < -3b$ (D) $\frac{a}{4} > \frac{b}{4}$

② 下列长度的四根木棒中, 能与长度分别为 2 cm 和 5 cm 长的木棒构成三角形的是()。

- (A) 3 cm (B) 4 cm (C) 7 cm (D) 8 cm

③ 如图, 修建一条公路, 从王村沿北偏东 75° 方向到李村, 从李村沿北偏西 25° 方向到张村, 从张村到杜村的公路平行于从王村到李村的公路, 那么张杜两村公路与李张两村公路方向夹角的度数为()。

- (A) 100° (B) 80°
(C) 75° (D) 50°



第 3 题图

④ 已知下列命题:

- ① 如果 $a > b$, 那么 $a + b > 0$;
- ② 如果 $a = b (c \neq 0)$, 那么 $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$;
- ③ 同旁内角互补, 两直线平行;
- ④ 对顶角相等;
- ⑤ 等边三角形是等腰三角形。

其中原命题和逆命题都正确的个数是()。

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

⑤ 下列条件中, 能确定 $\triangle ABC$ 是直角三角形的条件是()。

- (A) $\angle A + \angle B = 2\angle C$ (B) $\angle C = \angle B$
(C) $\angle A + \angle B = \angle C$ (D) $\angle A - \angle B = 90^\circ$

⑥ 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x + 3 > 5, \\ x - a \leq 0 \end{cases}$ 恰有一个整数解, 则实数 a 的取值范围是()。

- (A) $2 < a \leq 3$ (B) $2 \leq a < 3$ (C) $2 \leq a \leq 3$ (D) $2 < a < 3$

二、填空题(每题 3 分,共 42 分)

⑦ 列不等式表示下列数量关系: x 的一半与 y 的差不小于 -3 : _____。

⑧ 代数式 $\frac{2x+1}{3}$ 的值小于 3 且大于 0, 那么 x 的取值范围是_____。

⑨ 不等式 $3(x+2) \geq 4+2x$ 的最小整数解为_____。

⑩ 已知 $OA \perp OB$, 且 $\angle AOC : \angle AOB = 1 : 3$, 那么 $\angle BOC$ 的度数为_____。

⑪ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 3 : 6$, 三个内角中最大内角的度数为_____。

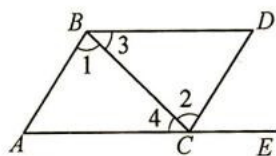
⑫ 如果等腰三角形一边长为 2, 周长为 10, 那么此三角形的腰长为_____。



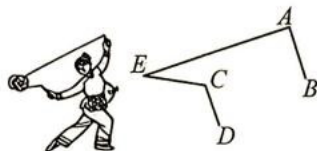


13 在同一平面内,如果 $\angle A$ 与 $\angle B$ 的两边分别平行,且 $\angle A$ 比 $\angle B$ 的3倍少 40° ,那么 $\angle B$ 的度数为_____。

14 如图,点 E 在 AC 的延长线上,对于给出的四个条件:① $\angle 3 = \angle 4$;② $\angle 1 = \angle 2$;③ $\angle A = \angle DCE$;④ $\angle D + \angle ABD = 180^\circ$ 。能判断 $AB \parallel CD$ 的有_____。(填序号)



第 14 题图

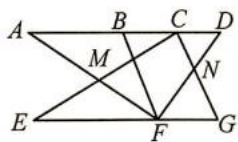


第 15 题图

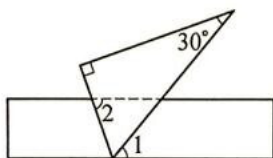
15 某同学在研究传统文化“抖空竹”时发现:可以把它抽象成数学问题。如图所示,已知 $AB \parallel CD$, $\angle BAE = 87^\circ$, $\angle DCE = 121^\circ$,那么 $\angle E$ 的度数是_____。

16 如图, FA 平分 $\angle BFE$,延长 EF 到点 G ,作 $\angle BFG$ 的角平分线,与 AB 的延长线交于点 D ,点 C 是线段 AD 上异于点 B 的点,连接 CG 交 DF 于点 N ,使得 $\angle FNG = \angle NFG$,连接 CE 交 AF 于点 M ,已知 $\angle ADF + \angle AFE = 90^\circ$,有以下结论:① $\angle AFD = 90^\circ$;② $AD \parallel EF$;③ $\angle G + \angle ABF = 180^\circ$;④ $\angle CMF + \angle CNF = 180^\circ$,其中正确的有_____。(填序号)

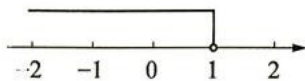
17 如图,将直尺与 30° 角的三角尺叠放在一起,如果 $\angle 1 = 45^\circ$,那么 $\angle 2 =$ _____。



第 16 题图



第 17 题图



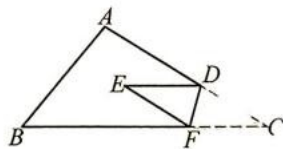
第 19 题图

18 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 5$ cm, AD 是 $\triangle ABC$ 中线,如果 $\triangle ABD$ 周长与 $\triangle ADC$ 的周长相差2 cm,那么 $BA =$ _____ cm。



19 定义运算: $a * b = a - 2b$,例如: $1 * 2 = 1 - 2 \times 2 = -3$,如果不等式 $x * a < 1$ 的解集在数轴上如图所示,那么 a 的值是_____。

20 如图,有一张三角形纸片 ABC , $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 32^\circ$,点 D 是 AC 边上的固定点($CD < \frac{1}{2}AC$)。在 BC 上找一点 F ,将纸片沿 DF 折叠(DF 为折痕),点 C 落在点 E 处,使 EF 与 $\triangle ABC$ 的一边平行,那么 $\angle CDF$ 的度数为_____。



第 20 题图

三、解答题(21—24 题每题 5 分,25—27 题每题 6 分,28 题 8 分,共 46 分)

21 解不等式: $\frac{x+2}{4} - \frac{2x-1}{6} \leq 1$ 。



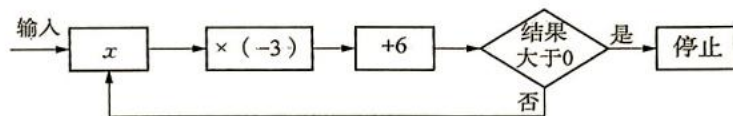
- 22 解不等式组 $\begin{cases} 2(x-1) > -4, \\ x-1 \leq \frac{1+x}{3}, \end{cases}$ 并在数轴上表示它的解集。



- 23 当 a 取什么值时,关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{5}{2}x - 6 \leq a - \frac{x}{2}, \\ \frac{1}{2} - \frac{3}{4}x \leq \frac{3-x}{2} - 1 \end{cases}$ 恰有一个解?



- 24 一个进行数值转换的运行程序如图所示,从“输入有理数 x ”到“结果是否大于 0”称为“一次操作”



第 24 题图

(1) 下面命题是真命题的有_____。(填序号)

- ① 输入 $x=3$ 后,程序操作仅进行一次就停止。
- ② 输入 $x=-1$ 后,程序操作仅进行一次就停止。
- ③ 当输入 x 为负数时,无论 x 取何负数,输出的结果总比输入数大。
- ④ 当输入 $x < 3$ 时,程序操作仅进行一次就停止。

(2) 探究:是否存在正整数 x ,使程序只能进行两次操作,并且输出结果小于 12? 若存在,请求出所有符合条件的 x 的值;若不存在,请说明理由。



25 【阅读理解】

每年5月20日为中国学生营养日,某校社会实践小组在这天开展活动,调查快餐营养情况。他们从食品安全监督部门获取了一份快餐的信息。根据信息,解答下列问题。

信息:1. 快餐的成分:蛋白质、脂肪、矿物质、碳水化合物;

2. 快餐总质量为400克;

3. 脂肪所占的百分比为5%;

4. 所含蛋白质质量是矿物质质量的4倍。

【问题解决】

(1) 求这份快餐中所含脂肪质量;

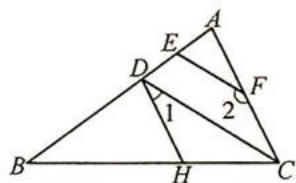
(2) 若碳水化合物占快餐总质量的40%,求这份快餐所含蛋白质的质量;

(3) 若这份快餐中蛋白质和碳水化合物所占百分比的和不高于85%,求其中所含碳水化合物质量的最大值。

26 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 、 E 在 AB 边上,点 F 在 AC 边上, $EF \parallel DC$,点 H 在 BC 边上,且 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 。

(1) 求证: $DH \parallel AC$;

(2) 若 CD 平分 $\angle ACB$, $\angle BHD = 66^\circ$,求 $\angle 2$ 的度数。



第26题图

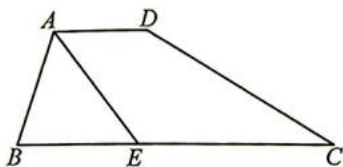




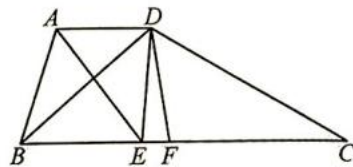
27 如图①, 在四边形 $ABCD$ 中, AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 边于点 E , $\angle BAE = \angle AEB$ 。

(1) 求证: $AD \parallel BC$;

(2) 如图②, 连接 BD 、 DE , $\angle BDE = \angle EBD + 10^\circ$, DF 平分 $\angle BDC$ 交线段 CE 于点 F , $\angle C + 2\angle EDF = 40^\circ$, 比较 DE 与 DF 的大小, 并说明理由。



第 27 题图①



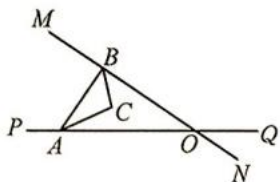
第 27 题图②

28 新定义: 在 $\triangle ABC$ 中, 若存在一个内角是另外一个内角度数的 n 倍 (n 为大于 1 的正整数), 则称 $\triangle ABC$ 为 n 倍角三角形。例如, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 40^\circ$, 可知 $\angle A = 2\angle C$, 所以 $\triangle ABC$ 为 2 倍角三角形。

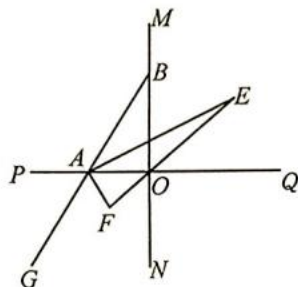
(1) 已知在 $\triangle DEF$ 中, $\angle E = 40^\circ$, $\angle F = 35^\circ$, 那么 $\triangle DEF$ 为 _____ 倍角三角形。

(2) 如图①, 直线 MN 与直线 PQ 相交于点 O , $\angle POM = 30^\circ$, 点 A 、 B 分别是射线 OP 、 OM 上的动点; 已知 $\angle BAO$ 、 $\angle OBA$ 的角平分线交于点 C , 如果 $\triangle ABC$ 是 2 倍角三角形, 请求出 $\angle BAC$ 的度数。

(3) 如图②, 直线 $MN \perp$ 直线 PQ 于点 O , 点 A 、 B 分别在射线 OP 、 OM 上, 已知 $\angle BAO$ 、 $\angle OAG$ 的角平分线分别与 $\angle BOQ$ 的角平分线所在的直线交于点 E 、 F , 如果 $\triangle AEF$ 为 3 倍角三角形, 试求 $\angle ABO$ 的度数。



第 28 题图①



第 28 题图②



期末练习一

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

1 若 $a > b$, 则下列不等式中, 不一定成立的是()。

- (A) $2a > 2b$ (B) $a^2 > b^2$ (C) $-\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$ (D) $a + 1 > b + 1$

2 用下列长度的三根木条首尾顺次连接, 不能做成三角形框架的是()。

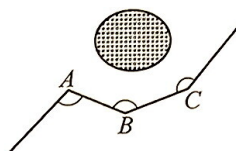
- (A) 3 cm, 4 cm, 5 cm (B) 1 cm, 3 cm, 4 cm
(C) 6 cm, 8 cm, 10 cm (D) 3 cm, 3 cm, 3 cm

3 下列说法中, 正确的是()。

- (A) 如果两个角相等, 那么这两个角是对顶角
(B) 两直线被第三条直线所截, 所得的内错角相等
(C) 两平行线被第三条直线所截, 同位角相等
(D) 经过一点有且只有一条直线与已知直线平行

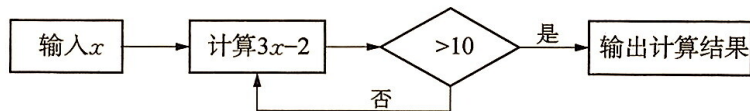
4 如图, 一条公路修到湖边时, 需拐弯绕道而过, 如果第一次拐的角 $\angle A = 120^\circ$, 第二次拐的角 $\angle B = 150^\circ$, 第三次拐的角是 $\angle C$, 这时的道路恰好和第一次拐弯之前的道路平行, 则 $\angle C$ 是()。

- (A) 120° (B) 130°
(C) 140° (D) 150°



第 4 题图

5 根据如图所示的程序计算, 如果输入的 x 值是 $x \geq 2$ 的整数, 最后输出的结果不大于 30, 那么输出结果最多有()。



第 5 题图

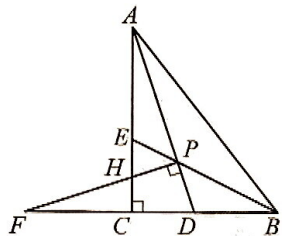
- (A) 6 种 (B) 5 种 (C) 9 种 (D) 7 种



6 如图, 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\triangle ABC$ 的角平分线 AD 、 BE 相交于点 P , 过 P 作 $PF \perp AD$ 交 BC 的延长线于点 F , 交 AC 于点 H 。有下列结论: ① $\angle APB = 135^\circ$; ② $\triangle ABP \cong \triangle FBP$;

③ $\angle AHP = \angle ABC$; ④ $AH + BD = AB$, 其中正确的个数是()。

- (A) 1 个 (B) 2 个
(C) 3 个 (D) 4 个



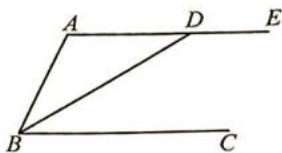
第 6 题图

二、填空题(每题 3 分,共 42 分)

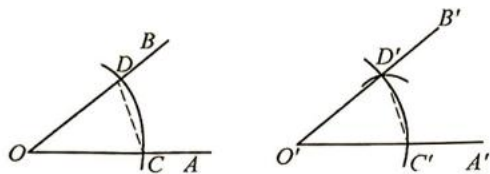
7 不等式 $-2x + 1 \geq 2$ 的解集为_____。



- 8 不等式组 $\begin{cases} 3x + 2 > 0, \\ 2x < 5 \end{cases}$ 的整数解是_____。
- 9 若 $4x^{2m-3} + 1 > -1$ 是关于 x 的一元一次不等式, 则 $m =$ _____。
- 10 如图, $AD \parallel BC$, BD 平分 $\angle ABC$, 且 $\angle A = 110^\circ$, 那么 $\angle BDE =$ _____。

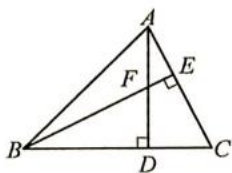


第 10 题图

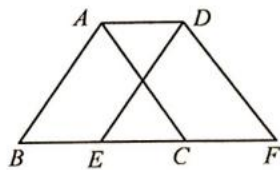


第 11 题图

- 11 如图, 用直尺和圆规作一个角 $\angle A'O'B'$ 等于已知角 $\angle AOB$, 请根据所学的三角形全等的有关知识, 说明得出 $\angle A'O'B' = \angle AOB$ 的依据是_____。
- 12 两直线 AB 、 CD 相交于点 O , 若 $2\angle AOD = 3\angle AOC$, 则两直线的夹角度数为_____。
- 13 命题“等腰三角形的两个底角相等”的逆命题是_____。
- 14 若关于 x 的不等式 $3x - 2 < 4x + 1$ 的解都是关于 x 的不等式 $2x - a > x + a$ 的解, 则 a 的取值范围是_____。
- 15 如果一个等腰三角形其中一腰上的高与另一腰的夹角是 30° , 那么这个等腰三角形的顶角度数为_____。
- 16 在 4 月 23 日“世界读书日”之际, 某地新华书店对《数学家的故事》一书进行打折促销, 该书的定价为 40 元。书店规定: 当购买数量少于 30 本时, 打七折; 当购买数量不少于 30 本时, 打六折。当购买数量在 30 本以内, 超过_____本时, 花费比购买 30 本还多。
- 17 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $BE \perp AC$ 于点 E , AD 、 BE 交于点 F , 已知 $DF = DC = 4$, $AF = 3$, 则 BC 的长为_____。



第 17 题图



第 18 题图

- 18 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $BC = 4$, 将 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移得到 $\triangle DEF$ 。若 $DE = 6$, $EC = 1$, 则四边形 $ABFD$ 的周长为_____。

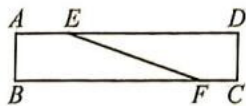


- 19 对非负数 x “四舍五入”到个位的值记为 (x) , 即: 当 n 为非负整数时, 如果 $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$, 则 $(x) = n$ 。如: $(0) = (0.48) = 0$, $(0.64) = (1.493) = 1$, $(2) = 2$, $(3.5) = (4.12) = 4$, ..., 则满足 $(5x - 2) = 3x + 1$ 的 x 值为_____。

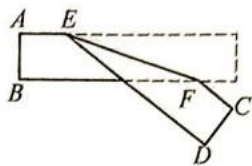




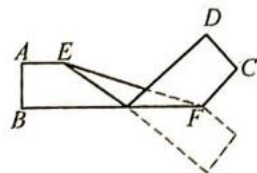
20 如图①是长方形纸带,将纸带沿 EF 折叠成图②,再沿 BF 折叠成图③,设图①中 $\angle DEF = \alpha$, 则图③中 $\angle CFE$ 用 α 表示为_____。



第 20 题图①



第 20 题图②



第 20 题图③

三、解答题(21—24 题每题 5 分,25—27 题每题 6 分,28 题 8 分,共 46 分)

21 解不等式组:

$$(1) \begin{cases} 2x - 1 < x + 1, \\ x + 8 > 4x - 1; \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 6x - 5 < 3(x + 1), \\ \frac{1-x}{2} \leq \frac{8+2x}{3} - 1. \end{cases}$$

22 已知关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x + k \leq 5 - 2x, \\ 4\left(x - \frac{3}{4}\right) \geq x - 1. \end{cases}$

(1) 若该不等式组的解集为 $\frac{2}{3} \leq x \leq 3$, 求 k 的值;

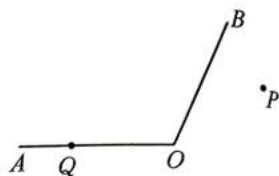
(2) 若该不等式组的整数解只有 1 和 2, 求 k 的取值范围。



23 如图,点 P 在 $\angle AOB$ 外,点 Q 在 OA 边上,按要求画图,写出结论,并填空。

(1) 连接 PQ ,用尺规作出线段 PQ 的垂直平分线 MN ;

(2) 过 P 、 Q 两点分别画出 OA 、 OB 的平行线交于点 G ,若 $\angle AOB = 120^\circ$,则 $\angle QGP =$ _____。



第 23 题图

24 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BD = DC$, $\angle 1 = \angle 2$,试说明 $AD \perp BC$ 的理由。

解:因为 $BD = DC$ (已知),

所以 $\angle \underline{\hspace{2cm}} = \angle \underline{\hspace{2cm}}$ (_____)。

因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知),所以 $\angle ABC = \angle ACB$ (等式性质),

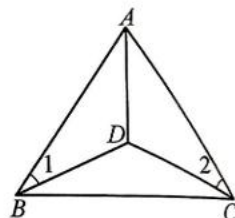
所以 $AB = AC$ (_____)。

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 中, $\begin{cases} AB = AC, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ BD = DC, \end{cases}$

所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (_____)，

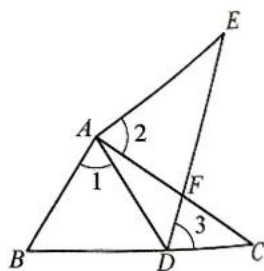
所以 $\angle BAD = \angle CAD$ (_____)。

又因为 $AB = AC$,所以 $AD \perp BC$ (_____)。



第 24 题图

25 如图所示,点 E 在 $\triangle ABC$ 外部,点 D 在 BC 边上, DE 交 AC 于 F ,若 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, $AD = AB$,求证: $AC = AE$ 。



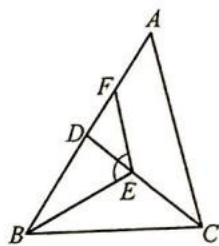
第 25 题图



26 如图,在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 边上的点, BE 平分 $\angle ABC$ 交 CD 于点 E , $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 F 。已知 $\angle A = \angle BCD$ 。

(1) 试说明: $EF = EC$ 。

(2) 若 $\angle BEF = 110^\circ$,求 $\angle ACD$ 的度数。



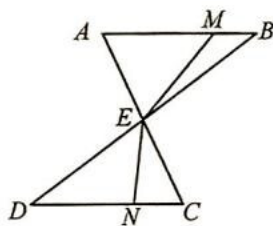
第 26 题图



27 如图, $AB \parallel CD$, E 为 AC 的中点, $AB = 6$,点 M 从点 B 向点 A 以 1 个单位长度/秒的速度移动,同时点 N 从点 C 出发,在 CD 上以 2 个单位长度/秒的速度往返移动。当点 M 到达点 A 处时,点 M 、 N 同时停止移动。

(1) 当 $\triangle AEM$ 的面积是 $\triangle BEM$ 的面积的 2 倍时,求 DN 的长。

(2) 若移动时间为 t 秒,当 t 为何值时, $\triangle AEM \cong \triangle CEN$?



第 27 题图

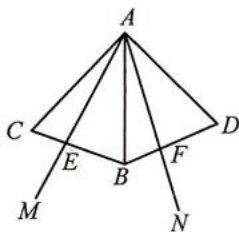


28 如图①,以 AB 为腰向两侧分别作全等的等腰 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$,过点 A 作 $\angle MAN$,使 $\angle MAN = \angle BAC = \alpha (0^\circ < \alpha < 60^\circ)$,将 $\angle MAN$ 的边 AM 与 AC 重合,绕点 A 按逆时针方向旋转,与射线 CB 、 BD 分别交于点 E 、 F ,设旋转角度为 β 。

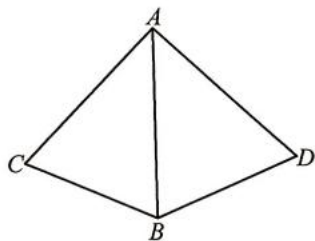
(1) 如图①,当 $0^\circ < \beta < \alpha$ 时,线段 BE 与 DF 相等吗? 请说明理由。

(2) 当 $\alpha < \beta < 2\alpha$ 时,线段 CE 、 FD 与线段 BD 具有怎样的数量关系? 请在图②中画出图形并说明理由。

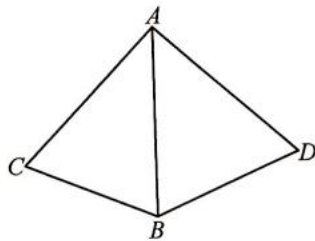
(3) 连接 EF ,在 $\angle MAN$ 绕点 A 逆时针旋转过程中 ($0^\circ < \beta < 2\alpha$),当线段 $AD \perp EF$ 时,请用含 α 的代数式直接表示出 $\angle CEA$ 的度数。



第 28 题图①



第 28 题图②



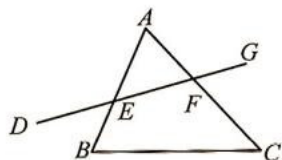
备用图



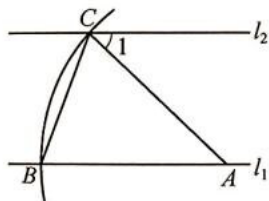
期末练习二

一、选择题(每题 2 分,共 12 分)

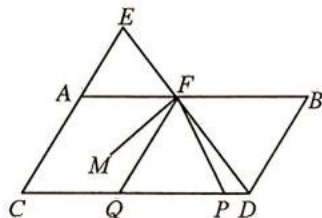
- ① 已知有理数 $a < b$, 那么下列不等式中, 一定成立的是()。
- (A) $ac^2 < bc^2$ (B) $a - c < b - c$ (C) $c - a < c - b$ (D) $ac > bc$
- ② 如图, 下列说法中, 错误的是()。
- (A) $\angle A$ 与 $\angle AEF$ 是同旁内角 (B) $\angle BED$ 与 $\angle CFG$ 是同位角
 (C) $\angle AFE$ 与 $\angle BEF$ 是内错角 (D) $\angle A$ 与 $\angle CFE$ 是同位角
- ③ 用下列长度的三根木条首尾顺次连接, 不能做成三角形框架的是()。
- (A) 2 cm, 4 cm, 5 cm (B) 3 cm, 3 cm, 6 cm
 (C) 5 cm, 12 cm, 13 cm (D) 4 cm, 4 cm, 4 cm
- ④ 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, 点 A 在直线 l_1 上, 以点 A 为圆心, 适当长度为半径画弧, 分别交直线 l_1 、 l_2 于 B 、 C 两点, 连接 AC 、 BC 。如果 $\angle 1 = 40^\circ$, 那么 $\angle ABC$ 的度数为()。
- (A) 20° (B) 40° (C) 70° (D) 80°
- ⑤ 下列说法中, 正确的是()。
- (A) 如果 $\angle A + \angle B > \angle C$, 那么 $\triangle ABC$ 一定为锐角三角形
 (B) 如果 $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$, 那么 $\triangle ABC$ 一定为锐角三角形
 (C) 如果 $AB = BC = AC = 2$ cm, 那么 $\triangle ABC$ 一定为锐角三角形
 (D) 如果 $\angle A < 90^\circ$ 且 $\angle B < 90^\circ$, 那么 $\triangle ABC$ 一定为锐角三角形
- ⑥ 如图, 点 E 在 CA 的延长线上, DE 、 AB 交于点 F , 且 $\angle BDE = \angle E$, $\angle B = \angle C$, $\angle EFA$ 比 $\angle FDC$ 的余角小 10° , P 为线段 DC 上一点, Q 为 CD 上一点, 且满足 $\angle FQP = \angle QFP$, FM 为 $\angle EFP$ 的平分线。有下列结论: ① $AB \parallel CD$; ② $\angle B + \angle E = 150^\circ$; ③ FQ 平分 $\angle AFP$; ④ $\angle QFM = 20^\circ$ 。其中正确的个数有()。
- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个



第 2 题图



第 4 题图



第 6 题图

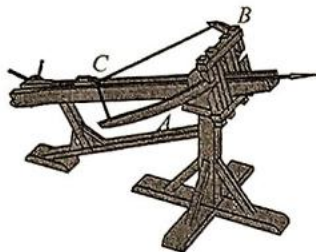
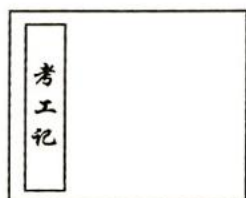
二、填空题(每题 3 分,共 42 分)

- ⑦ 根据“ x 的 3 倍与 -5 的和大于 0 ”可列不等式_____。
- ⑧ 不等式 $3(x + 2) \geq 4 + 2x$ 的最小整数解为_____。
- ⑨ 《周礼·考工记》中记载有:“……半矩谓之宣(xuān),一宣有半谓之橧(zhú)……”。意思

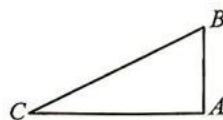


是：“……直角的一半的角叫做宣，一宣半的角叫做櫛……”即：1 宣 = $\frac{1}{2}$ 矩，1 櫛 = $1\frac{1}{2}$ 宣（其中，1 矩 = 90° ）。问题：

图①为中国古代一种强弩图，图②为这种强弩图的部分组件的示意图，如果 $\angle A = 1$ 矩， $\angle B = 1$ 櫛，那么 $\angle C =$ _____。（填度数）



第 9 题图①

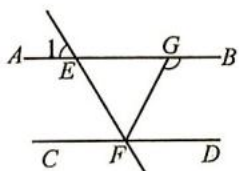


第 9 题图②

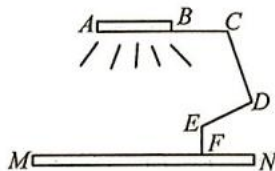
⑩ 如图所示，已知 $AB \parallel CD$ ，直线 EF 分别交 AB 、 CD 于 E 、 F 两点， FG 平分 $\angle EFD$ ，交 AB 于点 G 。如果 $\angle 1 = 52^\circ$ ，那么 $\angle BGF =$ _____。

⑪ 如图是一款长臂折叠 LED 护眼灯示意图， EF 与桌面 MN 垂直，当发光的灯管 AB 恰好与桌面 MN 平行时， $\angle DEF = 120^\circ$ ， $\angle BCD = 110^\circ$ ，那么 $\angle CDE$ 的度数为 _____。

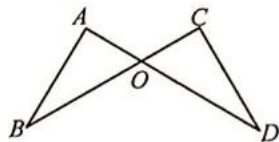
⑫ 如图，已知 $AB = CD$ ，要使 $\triangle ABO \cong \triangle CDO$ ，还需添加一个条件，你添加的条件是 _____。（只需一个，不添加辅助线）



第 10 题图



第 11 题图

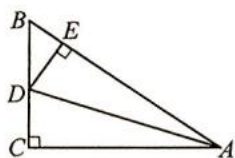


第 12 题图

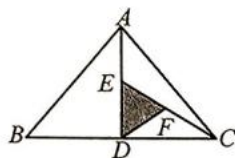
⑬ 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $DE \perp AB$ 于 E ， $\triangle BDE$ 的周长为 8， $AC = 10$ ，那么 $\triangle ABC$ 的周长是 _____。

⑭ 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 、 F 分别是 BC 、 AD 、 CE 的中点， $S_{\triangle ABC} = 8 \text{ cm}^2$ ，那么阴影部分 $\triangle DEF$ 的面积为 _____。

⑮ 如图，已知 AB 的垂直平分线分别交 AB 、 AC 于点 D 、 E ， $AC = 9$ ， $AE : EC = 2 : 1$ ，那么点 B 到点 E 的距离是 _____。



第 13 题图



第 14 题图



第 15 题图



16 一次普法知识竞赛共有 30 道题,规定答对一题得 4 分,答错或者不答扣一分,在这次竞赛中小明获得优秀(不低于 90 分),他至少答对了_____道题。



17 若一个等腰三角形的一条边是另一条边的 k 倍,我们把这样的等腰三角形叫做“ k 倍边等腰三角形”。如果一个等腰三角形是“3 倍边等腰三角形”,且周长为 35 cm,那么该等腰三角形的底边长为_____cm。

18 下列命题中是真命题的有_____。(填序号)

- ① 过一点有且只有一条直线与已知直线平行; ② 三角形的一个外角等于两个内角的和;
 ③ 有两边和一角对应相等的两个三角形全等; ④ 等边三角形是等腰三角形;
 ⑤ 三角形的一个外角平分线平行于三角形的一边,那么这个三角形是等腰三角形。



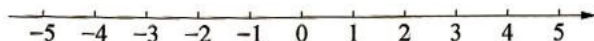
19 如果不等式组 $\begin{cases} x+8 > 4x-1, \\ x > m \end{cases}$ 无解,那么 m 的取值范围是_____。

20 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 38^\circ$,将 $\triangle ABC$ 绕点 B 旋转,使得点 A 落在直线 BC 上,记作点 A_1 ,点 C 落在点 C_1 处,那么 $\angle BC_1C$ 的度数是_____。

三、解答题(21—24 题每题 5 分,25—27 题每题 6 分,28 题 8 分,共 46 分)

21 解不等式: $\frac{x+2}{3} - \frac{x-1}{6} \geq 1$ 。

22 解不等式组 $\begin{cases} 2x-7 < 3(x-1), \\ \frac{4}{3}x+3 \geq 1-\frac{2}{3}x, \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来。



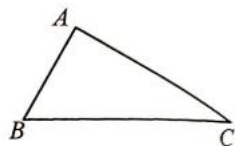


- 23 甲、乙两地相距 26 km, 小李准备从甲地骑电动车到乙地办事, 若他以 20 km/h 的速度可按时到达, 现在小李骑了 0.8 h 后因有事停留了 0.1 h, 为了不迟到, 小李后来的速度至少得是多少?

24 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$ 。

(1) 尺规作图: 作出线段 BC 的垂直平分线 MN ; (不写作法, 保留作图痕迹)

(2) 在(1)的条件下, 设直线 MN 交 AC 于点 D , 连接 BD , 若 $\angle ABD = 25^\circ$, 求 $\angle C$ 的度数。



第 24 题图

25 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $DE = CE$, 连接 AE 、 BE , 且 AE 平分 $\angle BAD$, 延长 AE 交 BC 的延长线于点 F 。试说明 $BE \perp AF$ 。

解: 因为 $AD \parallel BC$ (已知),

所以 $\angle DAE = \angle F$ () ,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中,

$$\begin{cases} \angle DAE = \angle F, & \text{(已证)} \\ \angle DEA = \angle CEF, & \text{()} \\ DE = CE, & \text{(已知)} \end{cases}$$

所以 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ (AAS),

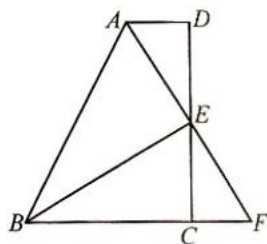
所以 _____ = _____ ()。

因为 AE 平分 $\angle BAD$ (已知), 所以 $\angle DAE = \angle BAE$ (角平分线的意义)。

所以 _____ = _____ (等量代换)。

所以 _____ = _____ ()。

因为 $EA = EF$ (已证), 所以 _____ ()。



第 25 题图



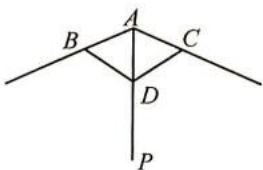


26 如图①,油纸伞是中国传统工艺品之一,起源于中国的一种纸制或布制伞。油纸伞的制作工艺十分巧妙,如图②,伞圈 D 沿着伞柄 AP 滑动时,伞柄 AP 始终平分同一平面内两条伞骨所成的 $\angle BAC$,伞骨 BD 、 CD 的 B 、 C 点固定不动,且到点 A 的距离 $AB = AC$ 。

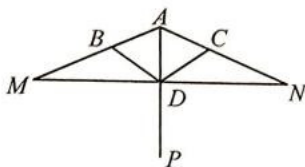
- 当 D 点在伞柄 AP 上滑动时,处于同一平面的两条伞骨 BD 和 CD 相等吗? 请说明理由。
- 如图③,当油纸伞撑开时,伞的边缘 M 、 N 与点 D 在同一直线上,如果 $\angle BAC = 150^\circ$, $\angle MBD = 120^\circ$, 求 $\angle CDA$ 的度数。



第 26 题图①



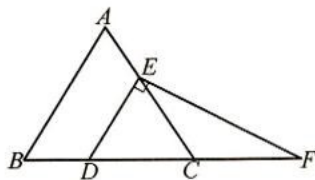
第 26 题图②



第 26 题图③

27 如图,已知在等边三角形 ABC 中,点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上,且 $DE \parallel AB$,过点 E 作 $EF \perp DE$, 交 BC 的延长线于点 F 。

- 求 $\angle F$ 的度数。
- 若 $CD = 2$, 求 DF 的长。



第 27 题图

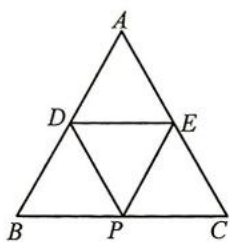


28 在锐角三角形 ABC 中,点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上,连接 DE ,将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折后,点 A 落在 BC 边上的点 P 处,当 $\triangle BDP$ 和 $\triangle CEP$ 都为等腰三角形时,我们把线段 DE 称为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点。

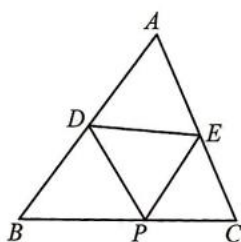
(1) 如图①,在等边三角形 ABC 中,边 BC 的中点 P 是它的完美点,已知其完美翻折线 DE 的长为 4,那么等边三角形 ABC 的周长 = _____。

(2) 如图②,已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点,当 $\angle B$ 、 $\angle C$ 恰为等腰三角形的顶角时,求此时 $\angle A$ 的度数。

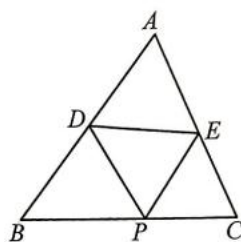
(3) 如图③,已知 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, P 为完美点,当 $\angle B$ 、 $\angle EPC$ 恰为等腰三角形的顶角时,请判断点 P 到边 AB 、 AC 的距离是否相等? 并说明你的判断理由。



第 28 题图①



第 28 题图②



第 28 题图③



第 15 章 一元一次不等式

15.1 (1) 不等式性质 (1)(2)

- ① B ② D ③ D ④ $8-2y \geq 0$ ⑤ $\frac{1}{2}x-3 \leq -5$ ⑥ $a^2+b^2 \geq 4ab$
 ⑦ ①②⑤ ⑧ (1) $>$ (2) $<$ (3) $>$ (4) \leq ⑨ 6 ⑩ $<$
 ⑪ 30~60 mg ⑫ $0 \leq x \leq 5.5 \text{ t}, 0 \leq y \leq 30 \text{ km/h}, 0 \leq h \leq 3.5 \text{ m}, 0 \leq l \leq 2 \text{ m}$
 ⑬ (1) $|a-1| < 3$ (2) 在 -3、0、4 三个数中, 只有 0 所对应的点到点 B 的距离小于 3。
 ⑭ (1) $<$; $=$; $<$ (2) 因为 $(m^2+4)-4m=(m-2)^2 \geq 0$, 所以无论 m 取什么值, 总有 $4m \leq m^2+4$ 。
 (3) 因为 $(2x^2+4x+6)-(x^2+2)=x^2+4x+4=(x+2)^2 \geq 0$, 所以 $x^2+2 \leq 2x^2+4x+6$ 。

15.1 (2) 不等式性质 (3)(4)(5)

- ① A ② D ③ B [提示: 由 $2a+1-(a+2)=a-1 > 0$, 得 $\frac{2a+1}{3} > \frac{a+2}{3}$; 由 $3a-(2a+1)=a-1 > 0$, 得 $a > \frac{2a+1}{3}$ 。] ④ (1) $>$ (2) $<$ (3) \geq ⑤ $m < 0$
 ⑥ (1) $<$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $>$ (1) $>$ (2) $<$ (3) $>$ (4) $<$ ⑦ $m < m-b < m-a$
 ⑧ $-3 < y \leq 3$ [提示: $y=2x-1$, 将 $-1 < x \leq 2$ 各部分同乘 2, 得 $-2 < 2x \leq 4$, 再同时减 1, 即可得。] ⑨ (1) $x > 5$ (2) $x > -8$
 ⑩ 由题意知, a 、 b 异号, a 、 $b+1$ 同号, 从而 b 和 $b+1$ 异号, 即 $b < 0$, $b+1 > 0$, 于是 b 的取值范围是 $-1 < b < 0$ 。
 ⑪ 因为 $a+b+c=1$, 所以 $b+c=1-a$, 所以 $M=\frac{1-a}{a}=\frac{1}{a}-1$, 同理可得 $N=\frac{1}{b}-1$, $P=\frac{1}{c}-1$ 。
 又 $a > 0 > b > c$, 所以 $\frac{1}{a} > 0 > \frac{1}{c} > \frac{1}{b}$, 故 $\frac{1}{a}-1 > \frac{1}{c}-1 > \frac{1}{b}-1$, 即 $M > P > N$ 。
 ⑫ (1) 不等式性质 4; 平方差公式; 不等式性质 3 (2) 因为 $a > b > 0$, 所以 $a-b > 0$, 故 $(a-b)^2 > 0$ 。
 因为 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$, 所以 $a^2-2ab+b^2 > 0$, 因此 $a^2+b^2 > 2ab$ 。

15.2 (1) 不等式的解和解集

- ① C ② B ③ D ④ $2x \geq -8$ (答案不唯一) ⑤ 1 ⑥ 4 ⑦ $m \neq -2$ ⑧ 22°C (答案不唯一, $20-25^\circ\text{C}$ 都可以) ⑨ $x > 1$ ⑩ $a \geq -3$ [提示: 不等式 $2x < 4$ 的解集为 $x < 2$, 所以 $a+5 \geq 2$ 。]



⑪ (1) $x < \frac{9}{10}$ (2) $x \geq 3$ (3) $x > -5.6$ (4) $x > -\frac{1}{2}$ (数轴表示略)

⑫ (1) $2x > -60$ (答案不唯一) (2) $3x > -9$ (答案不唯一)

⑬ 解方程得 $x = \frac{15m-4}{18}$, 所以 $m \geq \frac{4}{15}$ 。

⑭ (1) $a = 1$ (2) $a \geq 1$

15.2(2) 解一元一次不等式

① B ② C ③ C ④ 3 ⑤ 0、1、2、3 ⑥ $x > \frac{9}{4}$ ⑦ $2x - 3$ ⑧ $a \geq -5$

⑨ $m \leq -\frac{7}{2}$ ⑩ 2 [提示:由方程组得 $x + 3y = -2k + 4 \geq 0$ 。]

⑪ (1) $x \leq \frac{11}{7}$ (2) $x \leq -\frac{5}{2}$ (3) $x \leq \frac{19}{11}$ ⑫ $\frac{7}{2} < x \leq 6$

⑬ 由题意得 $\frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3}$ 且 $a+b > 0$, 从而 $a = 2b > 0$, 代入所求不等式得 $y < -3$ 。

⑭ (1) $a = 8, b = 3$ (2) 最大整数解为 4。 [提示:将 $a = 8, b = 3$ 代入不等式, 解得 $x \leq 4.5$ 。]

15.2(3) 一元一次不等式的应用

① C ② D ③ B ④ $a < 0$ ⑤ -1 ⑥ 8 ⑦ 500 ⑧ $x \leq 4$ ⑨ $x > 32$

⑩ 17、26、35 [提示:设十位数字为 x , 则个位数字为 $(8-x)$, 可列不等式 $10x + (8-x) + 18 \leq 10(8-x) + x$, 解得 $x \leq 3$ 。]

⑪ 设在剩下的时间里, 小凡平均每天读 x 页, 由题意得 $3 \times 8 + (10-3)x \geq 108$, 解得 $x \geq 12$, 因此在剩下的时间里, 小凡平均每天至少读 12 页才能按时读完这本图书。

⑫ (1) $2(x+x-3) \geq 210$ (2) 由(1)得: $x \geq 54$, 所以合适的长度为 55 厘米、58 厘米, 不合适的长度为 45 厘米、50 厘米。

⑬ (1) 经销商盈利为: $5 \times 11 + 5 \times 9 + 5 \times 17 + 5 \times 13 = 250$ (元) (2) 第一种情况: 2, 8, 6, 4; 第二种情况: 5, 5, 4, 6; 第三种情况: 8, 2, 2, 8。

按第一种情况计算: $(2 \times 11 + 17 \times 6) \times 2 = 248$ (元);

按第二种情况计算: $(5 \times 11 + 4 \times 17) \times 2 = 246$ (元);

按第三种情况计算: $(8 \times 11 + 2 \times 17) \times 2 = 244$ (元)。

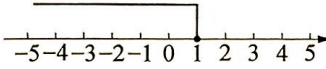
(3) 设甲店配 A 种水果 x 箱, 则甲店配 B 种水果 $(10-x)$ 箱, 乙店配 A 种水果 $(10-x)$ 箱, 乙店配 B 种水果 $10 - (10-x) = x$ 箱。由 $9 \times (10-x) + 13x \geq 115$, 得 $x \geq 6.25$ 。因为 $x \leq 10$ 且 x 为整数, 所以 $x = 7, 8, 9, 10$, 经计算可知, 当 $x = 7$ 时盈利最大, 盈利为 246 元。配货方案: 甲店配 A 种水果 7 箱, B 种水果 3 箱, 乙店配 A 种水果 3 箱, B 种水果 7 箱, 最大盈利为 246 元。



习题 15.1—15.2

① D ② D ③ B ④ $a < 1 < \frac{1}{a}$ ⑤ -2 ⑥ $m \geq -4$ ⑦ $-4 < k \leq -2$

⑧ $x < \frac{5}{3}$ ⑨ 1500 ⑩ 32

⑪ $x \leq 1$  A number line from -5 to 5 with a closed circle at 1 and a ray extending to the left.

⑫ 解不等式得 $x > -3$, 所以最小正整数解为 $x = 1$, 因此 $a = -2$.

⑬ (1) 甲种树苗买 200 株, 乙种树苗买 100 株。 (2) 设买 x 株甲种树苗, $(300 - x)$ 株乙种树苗, 列不等式: $0.2x + 0.6(300 - x) \geq 90$, 解得 $x \leq 225$, 所以最多可以买 225 株甲种树苗。

⑭ (1) 解方程组可得: $x = 7m + 1, y = -2m - 1$, 代入得 $m = \frac{17}{8}$ 。 (2) $m > \frac{5}{12}$

15.3 (1) 一元一次不等式组 (1)

① C ② A ③ B ④ $-2 \leq x < 3$ ⑤ $x < -3$ ⑥ 1 (答案不唯一, $a \leq 3$)

⑦ $\begin{cases} x + 2 \leq 4, \\ x + 1 > 0 \end{cases}$ (答案不唯一) ⑧ $-4 \leq a < -3$ ⑨ 9 或 10 ⑩ $-2 \leq a < -1$

⑪ $-2 \leq x < 1$, 数轴略 ⑫ (1) $2 \leq x < 3$, 数轴略 (2) $m \geq 0$

⑬ (1) 解方程组, 得 $\begin{cases} x = 2a + 4, \\ y = -3a - 3. \end{cases}$ 因为方程组的解均为正数, 所以 $\begin{cases} 2a + 4 > 0, \\ -3a - 3 > 0, \end{cases}$ 解得

$-2 < a < -1$;

(2) 由(1)可得 $-2 < a < -1$, 所以 $2a + 5 > 0, a - 1 < 0$, 所以 $|2a + 5| - |a - 1| = 2a + 5 - (1 - a) = 2a + 5 - 1 + a = 3a + 4$ 。

⑭ (1) $-3 < x < 2$ (2) 解方程组, 得 $\begin{cases} x = m + 1, \\ y = 2 - 2m. \end{cases}$

因为 $xy > 0$, 所以 $\begin{cases} x > 0, \\ y > 0, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x < 0, \\ y < 0. \end{cases}$ 因此 $\begin{cases} m + 1 > 0, \\ 2 - 2m > 0, \end{cases}$ 解得 $-1 < m < 1$;

或 $\begin{cases} m + 1 < 0, \\ 2 - 2m < 0, \end{cases}$ 此不等式组无解。

综上所述, m 的取值范围是 $-1 < m < 1$ 。

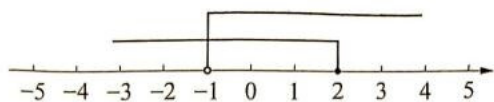
15.3 (2) 一元一次不等式组 (2)

① B ② D ③ A ④ $\begin{cases} x + 1 > 0, \\ x - 2 < 0 \end{cases}$ (答案不唯一) ⑤ $-1 < x \leq 2$ ⑥ -1



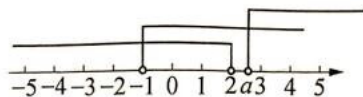
因为解为非负数,因此 $m \geq 2$,因此 $2 \leq m \leq 5$ 。] 11 (1) $x \leq -1$ (2) $2 < x \leq 3$

12 (1) $-1 < x \leq 2$, 数轴见图:



(2) 解不等式组,得 $a+1 < x \leq 2$,因为只有 2 个整数解,所以 $0 \leq a+1 < 1$,解得 $-1 \leq a < 0$ 。

13 (1) $-2 < x < 3$ (2) 如图所示, $a \geq 2$ 。



14 (1) 设商场购进甲种商品 x 件,购进乙种商品 $(100-x)$ 件。

由题意得 $15x + 35(100-x) = 2700$,解得 $x = 40$; $100-x = 60$ 。

因此该商场购进甲种商品 40 件,乙种商品 60 件。

(2) 设商场购买甲种商品 x 件,购买乙种商品 $(100-x)$ 件。

由题意得 $750 \leq (20-15)x + (45-35)(100-x) \leq 760$,解得 $48 \leq x \leq 50$ 。

又因为 x 为非负整数,所以符合题意的购买方案有 3 种,分别为:

第一种方案:甲种商品 48 件,乙种商品 52 件;

第二种方案:甲种商品 49 件,乙种商品 51 件;

第三种方案:甲种商品 50 件,乙种商品 50 件。

(3) 根据题意,得第一天只购买甲种商品且不享受优惠条件,所以 $200 \div 20 = 10$ (件);

第二天只购买乙种商品,有以下两种情况:

情况一:购买乙种商品打九折, $324 \div 90\% \div 45 = 8$ (件);

情况二:购买乙种商品打八折, $324 \div 80\% \div 45 = 9$ (件)。

因此贝贝第一天购买甲种商品 10 件,第二天购买乙种商品 8 件或 9 件。

单元练习十五

1 C 2 A 3 B 4 D 5 C 6 A 7 $3x \leq 6$ 8 $\begin{cases} 2x > 4, \\ \frac{1}{3}x + 1 \leq 2 \end{cases}$

9 $-2 < x \leq 1$ 10 1 11 $\frac{5}{6}$ 12 $1 < a < 4$ 13 $\frac{10}{3} < a \leq 4$

14 -1 15 3 16 10 17 6 18 $-1 < a < 3$ 19 $m \leq 4$ 20 34 或 38 [提示:设安

排住宿的房间有 x 间,则学生有 $4x + 10$ 人,则可列方程组: $\begin{cases} 4x + 10 - 6(x-1) > 0, \\ 4x + 10 - 6(x-1) < 6. \end{cases}$]

21 (1) 不等式组无解 (2) $-1 \leq x < 3$

22 根据题意可列不等式组 $\begin{cases} 5x + 2 > 3(x-1), \\ x - 2 \leq 14 - 3x, \end{cases}$ 解得 $-\frac{5}{2} < x \leq 4$,所以不等式组的整数解



为 $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$, 即 x 取整数 $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$ 时, 不等式 $5x + 2 > 3(x - 1)$ 与 $x - 2 \leq 14 - 3x$ 都成立。

23 不等式组的解集是 $-2 < x \leq 4 + a$ 。因为不等式组只有两个整数解, 即 $x = -1, 0$ 。根据题意得 $0 \leq 4 + a < 1$, 解得 $-4 \leq a < -3$ 。

24 设购进酥梨 x 千克, 则购进山竹 $(200 - x)$ 千克, 根据题意, 得 $(7 - 4)x + (20 - 12)(200 - x) \geq 1000$, 解得 $x \leq 120$, 所以最多可购进酥梨 120 千克。

25 (1) 设安排甲种货车 x 辆, 则安排乙种货车 $(8 - x)$ 辆。

依题意得 $\begin{cases} 4x + 2(8 - x) \geq 20, \\ x + 2(8 - x) \geq 12, \end{cases}$ 解得 $2 \leq x \leq 4$, 又因为 x 为正整数, 所以 x 可以取 2、3、4,

故共有三种安排方案: 方案 1: 安排甲种货车 2 辆, 乙种货车 6 辆; 方案 2: 安排甲种货车 3 辆, 乙种货车 5 辆; 方案 3: 安排甲种货车 4 辆, 乙种货车 4 辆。 (2) 选择方案 1, 所需运费为 $300 \times 2 + 240 \times 6 = 2040$ (元); 选择方案 2, 所需运费为 $300 \times 3 + 240 \times 5 = 2100$ (元); 选择方案 3, 所需运费为 $300 \times 4 + 240 \times 4 = 2160$ (元)。因此建筑商应选择方案 1, 能使运费最少, 最少运费是 2040 元。

26 (1) 由题意得 x, y 满足方程组 $\begin{cases} x - y = -5, \\ x - 2y = -7, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x = -3, \\ y = 2. \end{cases}$ 把 $\begin{cases} x = -3, \\ y = 2 \end{cases}$ 代入 $2x + y =$

$6m + 13$ 得, $-6 + 2 = 6m + 13$, 解得 $m = -\frac{17}{6}$ 。

(2) 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x - y = -5, \\ 2x + y = 6m + 13 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2m + \frac{8}{3}, \\ y = 2m + \frac{23}{3}. \end{cases}$ 因为 $x > 2y$, 所以 $2m +$

$\frac{8}{3} > 4m + \frac{46}{3}$, 解得 $m < -\frac{19}{3}$, 所以 $|1 - m| - |m + 2| = 1 - m + m + 2 = 3$ 。

(3) 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x - y = -5, \\ 2x + y = 6m + 13 \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2m + \frac{8}{3}, \\ y = 2m + \frac{23}{3}, \end{cases}$ 所以 $2x - y = 4m + \frac{16}{3} -$

$2m - \frac{23}{3} = 2m - \frac{7}{3}$ 。又因为 $x < -1, y > 1$, 所以 $2m + \frac{8}{3} < -1, 2m + \frac{23}{3} > 1$, 解得 $-\frac{10}{3} <$

$m < -\frac{11}{6}$, 即 $-9 < 2m - \frac{7}{3} < -6$, 所以 $-9 < 2x - y < -6$ 。

27 (1) 2; $-1, 0$ (2) 解不等式 $ax - 3 < \frac{1}{2}x + 1$, 得 $(2a - 1)x < 8$, 当 $2a - 1 > 0$, 即 $a >$

$\frac{1}{2}$ 时, 不等式的解为 $x < \frac{8}{2a - 1}$ 。因为 x 的最大值为 3, 所以 $\frac{8}{2a - 1} \geq 3$, 解得 $a \leq \frac{11}{6}$, 所以 $\frac{1}{2} <$

$a \leq \frac{11}{6}$; 当 $2a - 1 < 0$, 即 $a < \frac{1}{2}$ 时, 不等式的解为 $x > \frac{8}{2a - 1}$ 。因为 x 的最小值为 1, 所以



$\frac{8}{2a-1} \leq 1$, 解得 $a \leq \frac{9}{2}$, 因此 $a < \frac{1}{2}$ 。当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 原不等式的“长度”满足题意。

综上所述: a 的取值范围为 $a \leq \frac{11}{6}$ 。

28 (1) 方程 $2(x-1)+9=1$ 是不等式组 $\begin{cases} x-3 < 1, \\ x+2 \leq 0 \end{cases}$ 的相伴方程。解不等式组 $\begin{cases} x-3 < 1, \\ x+2 \leq 0, \end{cases}$ 得

$x \leq -2$, 解方程 $2(x-1)+9=1$, 得 $x = -3$ 。因为 $-3 < -2$, 所以方程 $2(x-1)+9=1$ 是

不等式组 $\begin{cases} x-3 < 1, \\ x+2 \leq 0 \end{cases}$ 的相伴方程。

(2) 解不等式组 $\begin{cases} 3x+2 > 3+x, \\ x-3 \geq 2x-6, \end{cases}$ 得 $\frac{1}{2} < x \leq 3$, 解方程 $2x-a=1$, 得 $x = \frac{1+a}{2}$, 因为关于 x

的方程 $2x-a=1$ 是不等式组 $\begin{cases} 3x+2 > 3+x, \\ x-3 \geq 2x-6 \end{cases}$ 的相伴方程, 所以 $\frac{1}{2} < \frac{1+a}{2} \leq 3$, 解得 $0 < a \leq$

5, 即 a 的取值范围是 $0 < a \leq 5$ 。

(3) 解方程 $5x+10=0$, 得 $x = -2$; 解方程 $\frac{2x-4}{3} = -2$, 得 $x = -1$ 。

因为方程 $5x+10=0$ 和 $\frac{2x-4}{3} = -2$ 都是关于 x 的不等式组 $\begin{cases} kx+2x < k+2, \\ x+3 \geq k \end{cases}$ ($k \neq -2$) 的相伴

方程, 所以分为两种情况:

① 当 $k < -2$ 时, 不等式组可化简为 $\begin{cases} x > 1, \\ x \geq k-3, \end{cases}$ 此时不等式组的解集为 $x > 1$, 不符合题意, 舍去;

② 当 $k > -2$ 时, 不等式组可化简为 $\begin{cases} x < 1, \\ x \geq k-3, \end{cases}$ 此时不等式组的解集为 $k-3 \leq x < 1$ 。

根据题意, 得 $\begin{cases} k > -2, \\ k-3 \leq -2, \end{cases}$ 解得 $-2 < k \leq 1$, 即 k 的取值范围为 $-2 < k \leq 1$ 。

综上所述, k 的取值范围为 $-2 < k \leq 1$ 。

第 16 章 相交线与平行线

16.1 (1) 对顶角

- 1 A 2 A 3 C 4 C 5 两点确定一条直线
6 4 7 140° 8 110° 9 60° 10 35° 11 14° 12 44°

13 (1) 因为 OA 平分 $\angle EOC$, $\angle EOC = 78^\circ$, 所以 $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle EOC = \frac{1}{2} \times 78^\circ = 39^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle AOC = 39^\circ$; (2) 因为 $\angle EOC : \angle EOD = 5 : 7$, 又因为 $\angle EOC + \angle EOD = 180^\circ$,

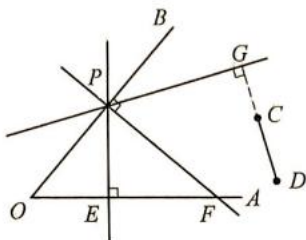


所以 $\angle EOC = 75^\circ$, $\angle EOD = 105^\circ$ 。因为 OA 平分 $\angle EOC$, 所以 $\angle AOC = \frac{1}{2} \angle EOC = \frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ$, 所以 $\angle BOD = \angle AOC = 37.5^\circ$ 。

14 (1) 2, 2 (2) 3, 6 (3) 4, 12 (4) $n(n-1)$ (5) 9900

16.1 (2) 垂线

1 A 2 C 3 D 4 B 5 垂直, 垂线, O 6 30° 7 30° 8 互相垂直
9 54° 10 67.5° 或 135°



11 如图, 直线 PE 、 PF 、 PG 为所求。

第 11 题图

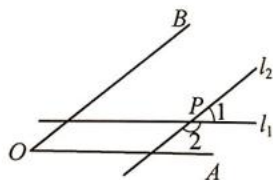
12 14° 13 55°

14 (1) 设 $\angle AOE = 2x$, 则 $\angle AOD = \angle BOC = 7x$, 所以 $\angle DOE = 5x$ 。因为 OD 平分 $\angle EOB$, 所以 $\angle DOB = \angle DOE = 5x$, $\angle AOB = 2x + 5x + 5x = 180^\circ$, 所以 $x = 15^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle DOB = 5x = 75^\circ$ 。(2) 当 OF 在直线 OE 的下方时, 因为 $OF \perp OE$, 所以 $\angle EOF = 90^\circ$, 而 $\angle AOE = 2x = 30^\circ$, 所以 $\angle AOF = \angle EOF - \angle AOE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$, $\angle BOF = 180^\circ - \angle AOF = 120^\circ$; 当 OF 在直线 OE 的上方时, 因为 $OF \perp OE$, 所以 $\angle EOF = 90^\circ$, 因为 $\angle EOB = 10x = 150^\circ$, 所以 $\angle BOF = \angle EOB - \angle EOF = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$ 。故 $\angle BOF = 120^\circ$ 或 60° 。

16.2 (1) 平行公理

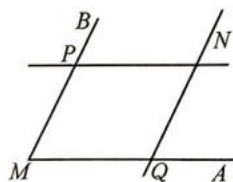
1 D 2 C 3 C 4 D 5 相交, 平行 6 ④②①③ 7 无数, 1
8 经过直线外一点, 有且只有一条直线与已知直线平行 9 DF, DE 10 平行, 垂直
11 (1) 如图, 直线 l_1 即为所求 (2) 如图, 直线 l_2 即为所求

(3) l_1 与 l_2 相交所成的角有两个: $\angle 1$ 、 $\angle 2$; $\angle 1 = \angle O$, $\angle 2 + \angle O = 180^\circ$, 所以 l_1 与 l_2 相交所成的角与 $\angle O$ 相等或互补。

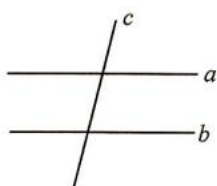


第 11 题图

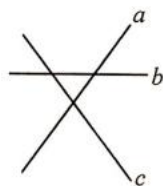
12 如图, 过点 N 分别作直线 $NP \parallel MA$, 交 MB 于点 P ; 作直线 $NQ \parallel MB$, 交 MA 于点 Q , 所以立交桥应分别建在 P 、 Q 处。



第 12 题图



第 13 题图①



第 13 题图②



13 甲、乙说法都不对,各少了三种情况。 $a \parallel b$, c 与 a 、 b 相交,如图①;
 a 、 b 、 c 两两相交,如图②,所以三条直线互不重合,交点有 0 个、1 个、2 个或 3 个,共四种情况。

14 (1) 平行的传递性; $a \parallel c$

(2) 平行 证明:假设 c 与 d 平行,因为 $a \parallel c$, $c \parallel d$,所以 $a \parallel d$ (平行的传递性),这与已知 d 与 a 相交于点 M 矛盾。因此假设不成立,所以 c 与 d 不平行。

16.2(2) 平行线的判定与性质(1)

1 B 2 A 3 B 4 C 5 AB, AC, BC , 同位 6 6 7 同位角相等,两直线平行 8 不平行,过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行 9 47° 10 20°

11 因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$,所以 $\angle 1 = \angle 3$,所以 $a \parallel b$ (同位角相等,两直线平行)。

12 已知 已知 因为 $\angle CDA = \angle CBA$ (已知),所以 $\angle 1 = \angle 3$ (等式性质)。又因为 $\angle 1 = \angle 2$ (已知),所以 $\angle 2 = \angle 3$ (等量代换),所以 $DE \parallel FB$ (同位角相等,两直线平行)。

13 略 14 $AB \parallel CD$, 理由略。

16.2(3) 平行线的判定与性质(2)

1 B 2 D 3 D 4 A 5 40° 6 63° 7 61°

8 (1) 同位角相等,两直线平行;(2) 经过直线外一点,有且只有一条直线与已知直线平行

9 70° 10 80° 11 $\angle AED = \angle B$ 理由略 12 略 13 略

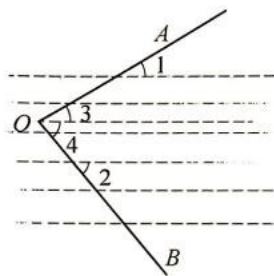
14 (1) 40° (2) $\angle 1 + \angle 2 = 60^\circ$

证明:过点 O 作一条射线平行于虚线,标记 $\angle 3$ 和 $\angle 4$ 。

由虚线平行可得 $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$ 。

因为 $\angle 3 + \angle 4 = 60^\circ$,所以 $\angle 1 + \angle 2 = 60^\circ$ 。

(3) $\alpha + \beta = 105^\circ$ 或 $\alpha - \beta = 15^\circ$



第 14 题图

16.2(4) 平行线的判定与性质(3)

1 C 2 B 3 D 4 D 5 AB, AC, DE , 内错 6 4

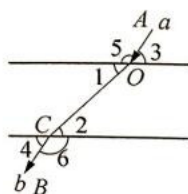
7 CD 8 78° 9 30° 10 58°

11 证明:因为 $\angle 1 = \angle ACB$,所以 $DE \parallel BC$ (同位角相等,两直线平行),所以 $\angle 2 = \angle DCB$ (两直线平行,内错角相等)。又因为 $\angle 2 = \angle 3$,所以 $\angle DCB = \angle 3$ (等量代换),所以 $FH \parallel CD$ (同位角相等,两直线平行)。

12 $BE \parallel CF$, 理由略。

13 平行,证明:如图,因为 $\angle 3 = \angle 4$,所以 $\angle 5 = \angle 6$ 。

又因为 $\angle 1 = \angle 2$,所以 $\angle 1 + \angle 5 = \angle 2 + \angle 6$,即 $\angle AOC = \angle OCB$,所以 $a \parallel b$ 。



第 13 题图



14 (1) $AB \parallel CD$, 理由: 因为 EM 平分 $\angle AEF$, 所以 $\angle AEM = \angle FEM$ 。因为 $\angle FEM = \angle FME$, 所以 $\angle AEM = \angle FME$, 所以 $AB \parallel CD$ 。

(2) ① 因为 EH 平分 $\angle FEG$, 所以 $\angle HEF = \frac{1}{2} \angle FEG$ 。

因为 EM 平分 $\angle AEF$, 所以 $\angle FEM = \frac{1}{2} \angle AEF$, 所以 $\angle HEM =$

$\angle HEF + \angle FEM = \frac{1}{2} \angle AEG$ 。因为 $HN \parallel EM$, 所以 $\angle HEM =$

$\angle EHN = \alpha$ 。因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle GEB = \angle EGF = \beta$, 所以 $\alpha = \frac{1}{2}(180^\circ - \beta)$, 所以 $\beta = 180^\circ -$

$2\alpha = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$ 。

② α 和 β 之间的数量关系为 $\beta = 2\alpha$ 或 $\beta = 180^\circ - 2\alpha$ 。理由如下:

当点 G 在点 F 的右侧时, 由①得 $\beta = 180^\circ - 2\alpha$ 。

当点 G 在点 F 的左侧时, 如图。

因为 EM 平分 $\angle AEF$, 所以 $\angle AEF = 2\angle FEM$ 。

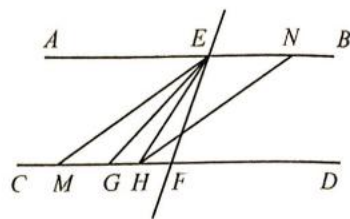
因为 EH 平分 $\angle FEG$, 所以 $\angle GEF = 2\angle HEF$ 。

所以 $\angle AEG = \angle AEF - \angle GEF = 2\angle FEM - 2\angle HEF = 2\angle HEM$ 。

因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AEG = \angle EGF = \beta$ 。

因为 $HN \parallel EM$, 所以 $\angle HEM = \angle EHN = \alpha$, 所以 $\beta = 2\alpha$ 。

综上, α 和 β 之间的数量关系为 $\beta = 2\alpha$ 或 $\beta = 180^\circ - 2\alpha$ 。



第 14 题图

16.2 (5) 平行线的判定与性质 (4)

1 C 2 D 3 D 4 A 5 $AB, DE, EF; EF, BC, AB; DE, AB, BC$

6 4 7 合格 8 120° 9 一定能 10 30°

11 方法一: 180° 两直线平行, 同旁内角互补 已知 50° $PQ \parallel CD$ 平行的传递性

$\angle 2 + \angle C = 180^\circ$ 两直线平行, 同旁内角互补 已知 70° $\angle 1$ $\angle 2$ 120°

方法二: 略

12 20°

13 证明: 因为 $\angle 3 = \angle 4$, 所以 $AF \parallel BC$, 所以 $\angle A + \angle ABC = 180^\circ$, 即 $\angle A + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ 。又 $\angle A = \angle 5$, $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 1 + \angle 5 + \angle 3 = 180^\circ$, 即 $\angle EBC + \angle FCB = 180^\circ$, 所以 $BE \parallel CF$ 。

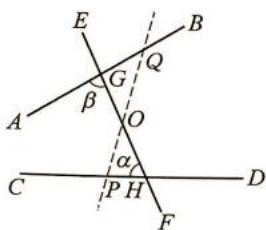
14 (1) ① 80°

② 因为 $l_1 \parallel l_2$, $\angle \alpha$ 、 $\angle \beta$ 是同旁内角, 所以 $\angle \alpha + \angle \beta = 180^\circ$, 所以 $\angle \alpha + \angle \alpha + 20^\circ = 180^\circ$, 故 $\angle \alpha = 80^\circ$, $\angle \beta = 100^\circ$;

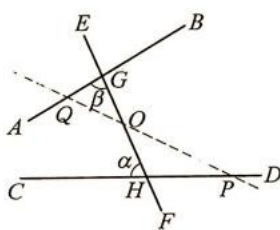


(2) ① $\angle DHG$ 是 $\angle BGH$ 的内联角。理由: 因为 $\angle\beta = \angle\alpha + 20^\circ$, $\angle DHG = 180^\circ - \angle\alpha$, $\angle BGH = 180^\circ - \angle\beta$, 所以 $\angle DHG - \angle BGH = \angle\beta - \angle\alpha = 20^\circ$, 所以 $\angle DHG = \angle BGH + 20^\circ$, 所以 $\angle DHG$ 是 $\angle BGH$ 的内联角;

② 当 $\angle\alpha = 60^\circ$ 时, $\angle\beta = 80^\circ$, $\angle OHD = 120^\circ$, $\angle OGB = 100^\circ$ 。点 P 在点 H 左侧如图①所示, $\angle EOP > \angle OGQ$, 所以 $\angle EOP > 100^\circ$ 。分四种情况讨论: 若 $\angle EOP$ 是 $\angle OGQ$ 的内联角, 则 $\angle EOP = \angle OGQ + 20^\circ = 120^\circ$; 若 $\angle EOP$ 是 $\angle OPC$ 的内联角, 则 $\angle EOP = \angle OPC + 20^\circ = \angle POH + \angle\alpha + 20^\circ$ 。又 $\angle POH = 180^\circ - \angle EOP$, 代入解得 $\angle EOP = 130^\circ$; 若 $\angle EOP$ 是 $\angle OQB$ 的内联角, 则 $\angle EOP = \angle OQB + 20^\circ$, 所以 $\angle GOQ = \angle GQO - 20^\circ$, 又 $\angle GOQ + \angle GQO = \angle\beta = 80^\circ$, 所以 $\angle GOQ = 30^\circ$, 则 $\angle EOP = 150^\circ$; 若 $\angle EOP$ 是 $\angle OHD$ 的内联角, 同理可得 $\angle EOP = 140^\circ$ 。



第 14 题图①



第 14 题图②

点 P 在点 H 右侧如图②所示, $\angle EOP > \angle OHP$, 所以 $\angle EOP > 120^\circ$, 分三种情况讨论: 若 $\angle EOP$ 是 $\angle OHP$ 的内联角, 则 $\angle EOP = \angle OHP + 20^\circ = 140^\circ$; 若 $\angle EOP$ 是 $\angle OPD$ 的内联角, 则 $\angle EOP = \angle OPD + 20^\circ$, 所以 $\angle EOP = \angle HOP + \angle\alpha + 20^\circ$ 。又 $\angle HOP = 180^\circ - \angle EOP$, 代入解得 $\angle EOP = 160^\circ$; 若 $\angle EOP$ 是 $\angle OQA$ 的内联角, 可得 $\angle EOP = 140^\circ$ 。

综上, $\angle EOP$ 是 $\angle OGQ$ 的内联角时, $\angle EOP = 120^\circ$; $\angle EOP$ 是 $\angle OPC$ 的内联角时, $\angle EOP = 130^\circ$; $\angle EOP$ 是 $\angle OQB$ 的内联角时, $\angle EOP = 150^\circ$; $\angle EOP$ 是 $\angle OHD$ 的内联角时, $\angle EOP = 140^\circ$; $\angle EOP$ 是 $\angle OHP$ 或 $\angle OQA$ 的内联角时, $\angle EOP = 140^\circ$; $\angle EOP$ 是 $\angle OPD$ 的内联角时, $\angle EOP = 160^\circ$ 。

16.2 (6) 平行线的判定与性质 (5)

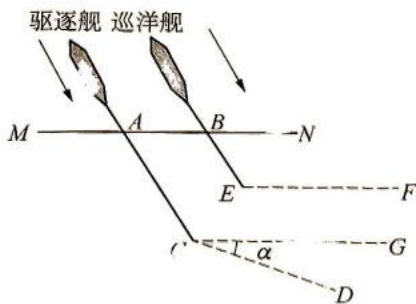
- ① D ② B ③ B ④ C ⑤ l_1, l_3 ⑥ $AB \parallel CD \parallel EF$ ⑦ 58° ⑧ 南偏西 75° ⑨ $\angle DEB = 2\angle DFB$ ⑩ 60° 45 或 105 ⑪ 略 ⑫ 略 ⑬ 31°

⑭ (1) 不会, 理由: 因为 $\angle MAC = 120^\circ$, 所以 $\angle CAN = 60^\circ$ 。

因为 $\angle NBE = 60^\circ$, 所以 $\angle CAN = \angle NBE$, 所以 $AC \parallel BE$, 因此这两艘舰艇不会相撞。

(2) 如图, 若要驱逐舰与巡洋舰航向相同, 则 $EF \parallel CG$ 。

因为 $MN \parallel EF$, 所以 $CG \parallel MN$, 所以 $\angle ACG = \angle MAC = 120^\circ$ 。因为 $\angle ACD = 140^\circ$, 所以 $\alpha = \angle ACD - \angle ACG = 20^\circ$ 。



第 14 题图



习题 16.1—16.2

① D ② D ③ D ④ B ⑤ $\angle 4, \angle 3, \angle 1$ ⑥ 内错角相等, 两直线平行

⑦ (1) 33° (2) 72° ⑧ 50° ⑨ 145° ⑩ 15° 或 45° 或 135° 或 165°

⑪ (1) ① 如图, 直线 CD 即为所求;

② 如图, 直线 DE 即为所求;

(2) $CD, 22^\circ$

⑫ $\angle A = \angle E$, 理由如下:

因为 $AD \parallel BE$, 所以 $\angle A = \angle 3$ 。因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $DE \parallel AB$,

所以 $\angle E = \angle 3$, 故 $\angle A = \angle E$ 。

⑬ 如图, 过 D 点作 $DI \parallel EF$, 得 $\angle F + \angle FDI = 180^\circ$ 。因为 $\angle F = 150^\circ$, 所以 $\angle FDI = 30^\circ$ 。又因为 $EF \parallel GH$, 所以 $DI \parallel GH$, 所以 $\angle GHD + \angle HDI = 180^\circ$ 。因为 $\angle HDF = \angle CDB = 35^\circ$, $\angle FDI = 30^\circ$, 所以 $\angle HDI = 65^\circ$, 所以 $\angle H = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$ 。

⑭ (1) $AB \parallel CD$, 理由: 因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 互补, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ 。又因为 $\angle 1 = \angle AEF$, $\angle 2 = \angle CFE$, 所以 $\angle AEF + \angle CFE = 180^\circ$, 所以 $AB \parallel CD$ 。

(2) 由(1)知, $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BEF + \angle EFD = 180^\circ$ 。又因为 $\angle BEF$ 与 $\angle EFD$ 的角平分线相交于点 P , 所以 $\angle FEP + \angle EFP = \frac{1}{2}(\angle BEF + \angle EFD) = 90^\circ$, 所以 $\angle EPF = 90^\circ$ 。

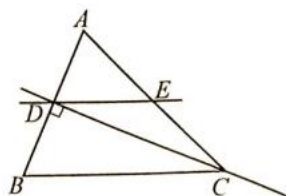
因为 $GH \perp EG$, 所以 $\angle EGH = 90^\circ$, 所以 $\angle EPF = \angle EGH$, 所以 $PF \parallel GH$ 。

(3) 没发生变化, 理由: 因为 $PF \parallel GH$, $\angle PHK = \angle HPK$, 所以 $\angle FPH = \angle PHK = \angle HPK$, 所以 $\angle FPK = \angle PKG = 2\angle HPK$ 。

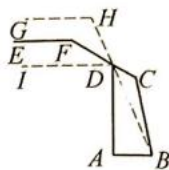
又因为 $GH \perp EG$, 所以 $\angle KPG = 90^\circ - \angle PKG = 90^\circ - 2\angle HPK$ 。

所以 $\angle EPK = 180^\circ - \angle KPG = 90^\circ + 2\angle HPK$ 。

因为 PQ 平分 $\angle EPK$, 所以 $\angle QPK = \frac{1}{2}\angle EPK = 45^\circ + \angle HPK$, 所以 $\angle HPQ = \angle QPK - \angle HPK = 45^\circ$ 。



第 11 题图



第 13 题图

16.3 (1) 命题

① C ② C ③ B ④ A ⑤ 假 ⑥ 如果两个角是对顶角, 那么这两个角相等

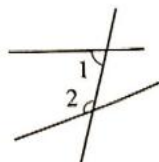
⑦ 两直线平行 ⑧ 如果两个角相等, 那么这两个角是同一个角的补角 假

⑨ ①②④ ⑩ 3

⑪ (1) 如果两个数互为相反数, 那么它们的和为零; 真命题。

(2) 如果两个角是同旁内角, 那么它们互补; 假命题。

反例: 如图, $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是同旁内角, 但两直线不平行, 故 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 不互补。



第 11 题图



(3) 如果两个角相等,那么它们的余角也相等;真命题。

12 (1) 真;

(2) 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle ABD + \angle CDB = 180^\circ$ 。因为 BE 平分 $\angle ABD$, 所以 $\angle 1 = \frac{1}{2}\angle ABD$ 。因为 DE 平分 $\angle BDC$, 所以 $\angle 2 = \frac{1}{2}\angle BDC$ 。又因为 $\angle ABD + \angle CDB = 180^\circ$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = \frac{1}{2}(\angle ABD + \angle BDC)$, 得 $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$ 。

13 已知①②, 求证:③。

证明: 因为 $DG \parallel AC$, 所以 $\angle DEA = \angle EAC$ 。又因为 AF 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle DAE = \angle EAC$, 所以 $\angle DAE = \angle DEA$ 。(答案不唯一)

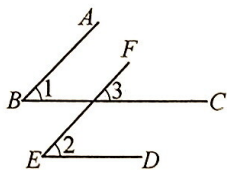
14 (1) $\angle 1 = \angle 2$ 。

证明: 如图①, 因为 $AB \parallel EF$, 所以 $\angle 1 = \angle 3$ 。又因为 $BC \parallel ED$, 所以 $\angle 3 = \angle 2$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$ 。

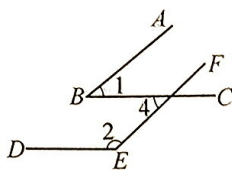
(2) $\angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$ 。

证明: 如图②, 因为 $AB \parallel EF$, 所以 $\angle 1 = \angle 4$ 。又因为 $BC \parallel ED$, 所以 $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle 1 = 180^\circ$ 。

(3) 一个角的两边平行于另一个角的两边, 则这两个角相等或互补。



第 14 题图①



第 14 题图②

16.3 (2) 证明

1 A 2 C 3 B 4 A 5 假 6 ④

7 若 $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 60^\circ$, 则 $\alpha + \beta > 90^\circ$ (答案不唯一)

8 (1) AD, BC , 内错角相等, 两直线平行;

(2) AB, CD , 内错角相等, 两直线平行;

(3) AD, BC , 同位角相等, 两直线平行;

(4) $\angle ABC$, 同旁内角互补, 两直线平行;

(5) $\angle DAB, \angle ADC$ 或 $\angle ABC, \angle BCD$ 同旁内角互补, 两直线平行。

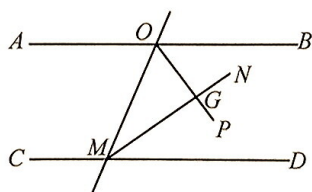
9 ①②③④ 10 62° 或 118°

11 (1) 真命题。证明: 因为 $2AC = 2BD$, 所以 $AC = BD$, 所以 $AC - BC = BD - BC$, 即 $AB = CD$, 所以 $2AB = 2CD$ 。

(2) 当 $m > n$, $p < 0$ 时, $mp < np$, 所以该命题是假命题。

12 如图, 已知 $AB \parallel CD$, OP, MN 分别平分 $\angle BOM, \angle OMD$, OP, MN 相交于 G 点, 求证: $MN \perp OP$ 。

证明: 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BOM + \angle OMD = 180^\circ$ (两直线平行, 同旁内角互补)。因为 MN, OP 分别平分 $\angle BOM, \angle OMD$, 所以 $2\angle POM + 2\angle NMO = 180^\circ$, 所以 $\angle POM + \angle NMO = 90^\circ$, 故



第 12 题图



$\angle MGO = 90^\circ$, 所以 $MN \perp OP$ 。

13 已知:①②;结论:③;

证明:因为 $AB \parallel CD$ (已知),所以 $\angle C = \angle EAB$ (两直线平行,同位角相等)。

又因为 $\angle B = \angle C$ (已知),所以 $\angle B = \angle EAB$ (等量代换),所以 $CE \parallel BF$ (内错角相等,两直线平行),所以 $\angle E = \angle F$ (两直线平行,内错角相等)。(答案不唯一)

14 (1) $\angle BAM, \angle BAM$ 。

(2) 因为 AM 平分 $\angle BAC$,所以 $\angle CAM = \angle BAM$ 。又 $\angle CAM = \angle CMA$,所以 $\angle CMA = \angle BAM$,所以 $AB \parallel CD$,所以 $\angle AEF = \angle EFD$ 。

又 $\angle AEF = \angle C$,所以 $\angle EFD = \angle C$,所以 $EF \parallel AC$ 。

(3) 由(2) $EF \parallel AC$,过 M 作 $MG \parallel AC$,所以 $EF \parallel MG$,所以 $\angle GME = \angle FEM$ 。又 $MG \parallel AC$,所以 $\angle CAM = \angle AMG$ 。所以 $\angle CAM + \angle FEM = \angle GME + \angle AMG = \angle AME$ 。因为 $\angle CAM = 3\angle MEF = 57^\circ$,所以 $\angle MEF = 19^\circ$ 。所以 $\angle AME = \angle CAM + \angle FEM = 57^\circ + 19^\circ = 76^\circ$ 。

习题 16.3

- 1 D 2 D 3 A 4 B 5 如果两个数互为相反数,那么这两个数的和为零
6 如果两个实数相等,那么它们的绝对值相等
7 5, 1, 0(答案不唯一) 8 $\angle B = \angle DFE$ (答案不唯一) 9 ①②③ 10 20°
11 命题“在同一平面内,平行于同一直线的两条直线也平行”为真命题。

已知: $a \parallel b, b \parallel c$ 。求证: $a \parallel c$ 。

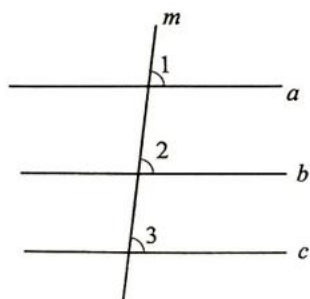
证明:作直线 m 分别与直线 a, b, c 相交,如图①,

因为 $a \parallel b$ (已知),所以 $\angle 1 = \angle 2$ (两直线平行,同位角相等)。

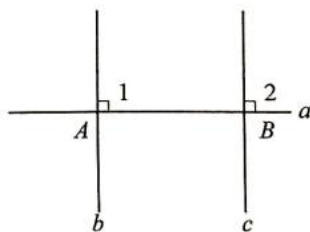
因为 $b \parallel c$ (已知),所以 $\angle 2 = \angle 3$ (两直线平行,同位角相等)。

所以 $\angle 1 = \angle 3$ (等量代换),所以 $a \parallel c$ (同位角相等,两直线平行)。

命题“在同一平面内,垂直于同一直线的两条直线也垂直”为假命题,如图②, $b \perp a, c \perp a$,而 $b \parallel c$ 。



第 11 题图①



第 11 题图②



12 ①②, ③

因为 $\angle BEF + \angle DFE = 180^\circ$, $\angle CFE + \angle DFE = 180^\circ$, 所以 $\angle BEF = \angle CFE$.

因为 EM 平分 $\angle BEF$, FN 平分 $\angle CFE$, 所以 $\angle FEM = \frac{1}{2}\angle BEF$, $\angle EFN = \frac{1}{2}\angle CFE$,

所以 $\angle FEM = \angle EFN$, 所以 $EM \parallel FN$, 所以 $\angle M = \angle N$. (答案不唯一)

13 (1) 因为 $CD \perp AE$, 所以 $\angle 4 = 90^\circ$. 又因为 $\angle 3 = \angle 4$, 所以 $\angle 3 = 90^\circ$.

因为 $\angle B = 55^\circ$, 所以 $\angle 1 = 90^\circ - \angle B = 35^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle ACD = \angle 1 = 35^\circ$.

(2) 证明: 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle B = \angle DCE$, $\angle 1 = \angle ACF$, $\angle 4 = \angle 1 + \angle CAF$.

因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 4 = \angle 2 + \angle CAF$. 因为 $\angle 3 = \angle 4$, 所以 $\angle 3 = \angle 2 + \angle CAF$, 即 $\angle 3 = \angle CAD$, 故 $AD \parallel BE$.

14 (1) 因为射线 DF 平分 $\angle ADE$, 所以 $\angle CDE = 2\angle CDG$. 又因为 $\angle ACG = 2\angle CDG$, 所以 $\angle ACG = \angle CDE$, 所以 $a \parallel b$;

(2) ① 因为射线 DF 平分 $\angle ADE$, $\angle ADE = 70^\circ$, 所以 $\angle CDG = \angle EDG = \frac{1}{2}\angle ADE = 35^\circ$.

因为 $a \parallel b$, 所以 $\angle CGD = \angle EDG = 35^\circ$, $\angle DMG = \angle CGM$.

因为 $\angle DGM = 15^\circ$, 所以 $\angle CGM = \angle CGD - \angle DGM = 20^\circ$, 所以 $\angle DMG = \angle CGM = 20^\circ$;

② 因为点 N 在射线 DF 上, 所以有以下两种情况:

(i) 当点 N 在线段 DG 上时, 如图①所示:

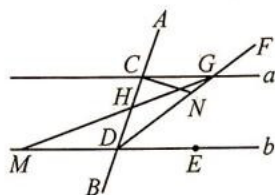
因为 $\angle ADE = 70^\circ$, $a \parallel b$, 所以 $\angle ACG = \angle ADE = 70^\circ$, 所以 $\angle DCG = 180^\circ - \angle ACG = 110^\circ$.

因为 $\angle GCN = \angle DMG = 20^\circ$, 所以 $\angle BCN = \angle DCG - \angle GCN = 110^\circ - 20^\circ = 90^\circ$;

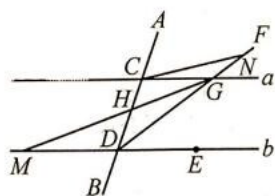
(ii) 当点 N 在线段 DG 的延长线上时, 如图②所示:

因为 $\angle DCG = 110^\circ$, $\angle GCN = \angle DMG = 20^\circ$, 所以 $\angle BCN = \angle DCG + \angle GCN = 130^\circ$,

综上所述: $\angle BCN$ 的度数为 90° 或 130° .



第 14 题图①



第 14 题图②

单元练习十六

1 A 2 D 3 C 4 D 5 D 6 C

7 3, 2 8 150° 9 55° 或 125° 10 36° 11 0° 12 50°

13 54° 14 如果两条直线平行于同一条直线, 那么这两条直线平行

15 若 $AB \parallel CD$, 则有 $\angle B + \angle C = 180^\circ$. (答案不唯一) 16 ①③④

17 ①②④ 18 72° 19 2 或 38

20 2^{n+1} [提示: $\angle E_n = 2$ 度, $\angle E_{n-1} = 2^2$ 度, $\angle E_{n-2} = 2^3$ 度, $\dots \angle E_1 = 2^n$ 度, $\angle BEC = 2^{n+1}$ 度.]



21 $BC \parallel DE$ [提示:连接 BE .]

22 (1) 正确命题有 3 个:①② \rightarrow ③, ①③ \rightarrow ②, ②③ \rightarrow ①;

(2) 证明①③ \rightarrow ②。已知 $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$, $\angle DEF = \angle B$, 求证: $DE \parallel BC$, 理由如下:
因为 $\angle EFD + \angle EFC = 180^\circ$, $\angle EFC + \angle BDC = 180^\circ$, 所以 $\angle BDC = \angle EFD$, 所以 $BD \parallel EF$, 所以 $\angle BDE + \angle DEF = 180^\circ$ 。又因为 $\angle DEF = \angle B$, 所以 $\angle BDE + \angle B = 180^\circ$, 所以 $DE \parallel BC$ 。(答案不唯一)

23 25° 24 $\angle 1 = 50^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$

25 (1) $\angle FMP + \angle FPM = \angle AEF$ 。理由:过点 F 作 $FG \parallel PM$ 交 AB 于点 G , 所以 $\angle FMP = \angle MFG$, $\angle FPM = \angle GFD$, 所以 $\angle EFD = \angle MFG + \angle GFD = \angle FMP + \angle FPM$, 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AEF = \angle EFD$, 所以 $\angle FMP + \angle FPM = \angle AEF$ 。

(2) $\angle FMP + \angle FPM + \angle AEF = 180^\circ$ 。

26 (1) ① $75^\circ - \alpha$

② $EF \perp FG$, 理由如下:

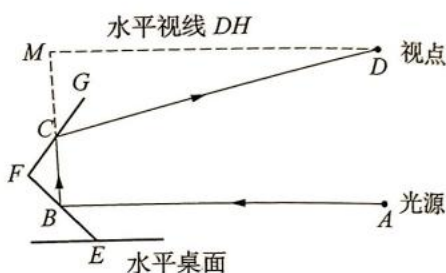
因为 $\angle ABE + \angle ABC + \angle CBF = 180^\circ$, $\angle ABE = \angle CBF$, 所以 $\angle ABC = 180^\circ - 2\angle CBF$ 。

同理, $\angle DCB = 180^\circ - 2\angle BCF$ 。因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle ABC + \angle DCB = 180^\circ$, 即 $180^\circ - 2\angle CBF + 180^\circ - 2\angle BCF = 180^\circ$, 所以 $\angle CBF + \angle BCF = 90^\circ$, 所以 $\angle BFC = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, 所以 $EF \perp FG$ 。

(2) 如图, 延长 BC 交 DH 于点 M , 因为 $\angle MDC + \angle M + \angle MCD = 180^\circ$, 所以 $\angle M + \angle MCD = 180^\circ - \angle MDC = 165^\circ$ 。

因为 $MD \parallel AB$, 所以 $\angle M + \angle MBA = 180^\circ$ 。

又因为 $\angle MCD + \angle DCB = 180^\circ$, 所以 $\angle DCB + \angle CBA = 180^\circ - \angle MCD + 180^\circ - \angle M = 360^\circ - 165^\circ = 195^\circ$, 所以 $\angle FCB + \angle CBF = \frac{1}{2}(360^\circ - \angle DCB - \angle CBA) = 82.5^\circ$, 所以 $\angle BFC = 180^\circ - \angle FCB - \angle CBF = 97.5^\circ$ 。



第 26 题图

第 17 章 三角形

17.1 (1) 三角形的有关概念 (1)

1 A 2 B 3 D 4 C 5 11 或 13 6 2 7 三角形任意两边的和大于第三边

8 (1) AGF ADC (2) BF (3) 6, $\triangle ABD$, $\triangle ABE$, $\triangle ABC$, $\triangle ADE$, $\triangle ADC$, $\triangle AEC$ 9 3 10 6

11 由题意得 $10 - 5 < 2a - 1 < 10 + 5$, 解得 $3 < a < 8$, 所以 $|a - 8| - |a - 2| = 8 - a - (a -$



2) = 8 - a - a + 2 = 10 - 2a。 ⑫ 9 cm ⑬ 因为 AE 是 $\triangle ABC$ 的高, 所以 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2}BD \cdot AE$ 。 因为 $AE = 2$ cm, $S_{\triangle ABD} = 8$ cm², 所以 $BD = 8$ cm。 又因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 所以 $BC = 2BD = 16$ cm。

⑭ (1) ① (2) 因为 $2x$ 、16、10 能构成三角形, 所以 $6 < 2x < 26$, 解得 $3 < x < 13$ 。 共分三种情况: ① $\begin{cases} 2x > 16, \\ 2x - 16 > 16 - 10, \end{cases}$ 解得 $11 < x < 13$, 所以 $x = 12$; ② $\begin{cases} 10 < 2x < 16, \\ 16 - 2x > 2x - 10, \end{cases}$ 解得 $5 < x < 6.5$, 所以 $x = 6$; ③ $\begin{cases} 2x < 10, \\ 16 - 10 > 10 - 2x, \end{cases}$ 解得 $3 < x < 5$, 所以 $x = 4$ 。

综上所述: x 的值为 4 或 6 或 12。

17.1 (2) 三角形的有关概念 (2)

① D ② B ③ C ④ B ⑤ 18 或 21 ⑥ 30 ⑦ 6、8 或 7、7 ⑧ 2 ⑨ 3

⑩ 7 ⑪ (1) $1 < x < 7$ (2) $\frac{7}{4}$ 或 $\frac{7}{3}$

⑫ 5 cm [提示: 设腰长为 x cm, 底边长为 y cm, 分两种情况, ① $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 12, \\ \frac{x}{2} + x = 21, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 14, \\ y = 5. \end{cases}$ ② $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 21, \\ \frac{x}{2} + x = 12, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = 8, \\ y = 17, \end{cases}$ 此时三角形的三边为 8、8、17, 因为 $8 + 8 < 17$, 所以舍去。]

⑬ (1) 4.8 cm [提示: 因为 $\frac{1}{2}AB \cdot AC = \frac{1}{2}BC \cdot AD$, 所以 $AD = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{6 \times 8}{10} = 4.8$ (cm)。]

(2) 12 cm² [提示: 因为 AE 是 $\triangle ABC$ 的中线, 所以 $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC} = 12$ (cm²)。]

(3) 2 cm [提示: $\triangle AEC$ 的周长 - $\triangle ABE$ 的周长 = $AC + AE + CE - (AB + BE + AE) = AC - AB = 8 - 6 = 2$ (cm)。]

17.2 (1) 三角形的内角和

① A ② B ③ A ④ C ⑤ 15° ⑥ 54° ⑦ 20° ⑧ 45° ⑨ 30°、90° 或 40°、80° ⑩ 50°

⑪ 8° ⑫ 60° ⑬ (1) 因为 $\angle BAC = \angle BED$, 所以 $DE \parallel AC$, 所以 $\angle ADE = \angle DAC$ 。 因为 $\angle ADE = \angle CGF$, 所以 $\angle DAC = \angle CGF$, 所以 $AD \parallel GF$ 。 (2) 因为 $DE \parallel AC$, 所以



$\angle AED + \angle BAC = 180^\circ$ 。又因为 $\angle AED = 100^\circ$ ，所以 $\angle BAC = 80^\circ$ 。又因为 AD 平分 $\angle BAC$ ，所以 $\angle DAC = \frac{1}{2}\angle BAC = 40^\circ$ 。因为 $\angle C = 55^\circ$ ，所以 $\angle ADC = 180 - 55^\circ - 40^\circ = 85^\circ$ 。因为 $AD \parallel GF$ ，所以 $\angle CFG = \angle ADC = 85^\circ$ 。

14 【感知】由 $\angle B = 40^\circ$ ， $\angle C = 70^\circ$ ，得 $\angle BAC = 180^\circ - 40^\circ - 70^\circ = 70^\circ$ 。因为 AD 平分 $\angle BAC$ ，所以 $\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BAC = 35^\circ$ ，可得 $\angle ADE = 75^\circ$ 。因为 $AE \perp BC$ ，所以 $\angle AED = 90^\circ$ ，所以 $\angle DAE = 180^\circ - 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ 。 【探究】由“感知”得 $\angle ADE = 75^\circ$ ，所以 $\angle DFE = 180^\circ - 90^\circ - \angle ADE = 15^\circ$ 。 【拓展】因为 EA 平分 $\angle BEC$ ，所以 $\angle AEB = \angle AEC$ ，所以 $\angle C + \angle CAE = \angle B + \angle BAE$ 。因为 $\angle CAE = \angle CAD - \angle DAE$ ， $\angle BAE = \angle BAD + \angle DAE$ ，所以 $\angle C + \angle CAD - \angle DAE = \angle B + \angle BAD + \angle DAE$ 。因为 AD 平分 $\angle BAC$ ，所以 $\angle BAD = \angle CAD$ ，所以 $2\angle DAE = \angle C - \angle B = 30^\circ$ ，所以 $\angle DAE = 15^\circ$ 。

17.2(2) 三角形的外角及其性质(1)

- ① B ② D ③ C ④ B ⑤ 假 ⑥ 70° ⑦ 15° ⑧ 25° ⑨ 72° ⑩ ①②
③④ ⑪ 110° ⑫ 24° ⑬ (1) 56° (2) 118°

14 (1) 115° $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 理由：因为 $\angle BOC = 180^\circ - \angle OBC - \angle OCB$ ，所以 $2\angle BOC = 360^\circ - 2\angle OBC - 2\angle OCB$ 。而 BO 平分 $\angle ABC$ ， CO 平分 $\angle ACB$ ，所以 $\angle ABC = 2\angle OBC$ ， $\angle ACB = 2\angle OCB$ ，所以 $2\angle BOC = 360^\circ - (\angle ABC + \angle ACB)$ 。因为 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - \angle A$ ，所以 $2\angle BOC = 180^\circ + \angle A$ ，所以 $\angle BOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 。 (2) 25°

$\angle BOC = \frac{1}{2}\angle A$ 理由：因为 CO 平分 $\angle ACE$ ，所以 $\angle ACE = 2\angle OCE$ 。因为 $\angle OCE = \angle OBC + \angle BOC$ ， $\angle ACE = \angle ABC + \angle A$ ，所以 $\angle ABC + \angle A = 2\angle OBC + 2\angle BOC$ 。因为 BO 平分 $\angle ABC$ ，所以 $\angle ABC = 2\angle OBC$ ，所以 $2\angle OBC + \angle A = 2\angle OBC + 2\angle BOC$ ，所以 $\angle A = 2\angle BOC$ ，即 $\angle BOC = \frac{1}{2}\angle A$ 。 (3) 65° $\angle BOC = 90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

17.2(3) 三角形的外角及其性质(2)

- ① D ② B ③ C ④ C ⑤ 85° ⑥ 55°
⑦ 30° 或 70° [提示： $\angle ACB = 180^\circ - 40^\circ - 20^\circ = 120^\circ$ ，由 $\triangle ACD$ 为直角三角形，分为 $\angle ADC = 90^\circ$ 与 $\angle ACD = 90^\circ$ 两种情况。① 当 $\angle ADC = 90^\circ$ 时， $\angle ACD = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ ， $\angle DCB = 120^\circ - 50^\circ = 70^\circ$ ；② 当 $\angle ACD = 90^\circ$ 时， $\angle DCB = 120^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ 。]
⑧ 10° ⑨ 增加 10
⑩ 2° [提示：因为 BA_1 是 $\angle ABC$ 的平分线， CA_1 是 $\angle ACD$ 的平分线，所以 $\angle A_1BC =$



$\frac{1}{2}\angle ABC$, $\angle A_1CD = \frac{1}{2}\angle ACD$ 。又因为 $\angle ACD = \angle A + \angle ABC$, $\angle A_1CD = \angle A_1BC + \angle A_1$, 所以 $\frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) = \frac{1}{2}\angle ABC + \angle A_1$, 所以 $\angle A_1 = \frac{1}{2}\angle A$ 。由此可得规律: $\angle A_n = \frac{1}{2^n}\angle A$, 当 $\angle A = 64^\circ$ 时, 得 $\angle A_5 = 2^\circ$ 。]

⑪ 48° [提示: 记 $\angle ABE = \angle CBE = x$, 则 $\angle ACD = 96^\circ + 2x$, 所以 $\angle ECD = 48^\circ + x$, 再由 $\angle ECD = \angle E + \angle CBE = \angle E + x$, 得 $\angle E = 48^\circ$ 。]

⑫ 因为 $\angle A = 42^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle ACB = 180^\circ - 42^\circ = 138^\circ$ 。因为点 D 、 E 为 $\angle ABC$ 与 $\angle ACB$ 的三等分线的交点, 所以 $\angle DBC + \angle DCB = \frac{2}{3}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{2}{3} \times 138^\circ = 92^\circ$, $\angle EBC + \angle ECB = \frac{1}{3}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{3} \times 138^\circ = 46^\circ$, 得 $\angle D = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$, $\angle E = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$ 。

⑬ (1) 因为 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 所以 $\angle ACB = 180^\circ - \angle BAC - \angle B = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ 。所以 $\angle CDE = 180^\circ - \angle E - \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$ 。

(2) $BC \parallel EF$, 证明: 因为 $\angle ABE = 75^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$, 所以 $\angle EBC = 120^\circ$ 。又因为 $\angle E = 60^\circ$, 所以 $\angle EBC + \angle E = 180^\circ$, 所以 $EF \parallel BC$ 。

⑭ (1) 16° (2) 76° 或 81° [提示: 当 $\angle A = 2\angle B$ 时, $\angle B = 33^\circ$, 得 $\angle C = 81^\circ$; 当 $\angle B = 2\angle C$ 时, $\angle C = 38^\circ$, $\angle B = 76^\circ$ 。] (3) 因为 AD 平分 $\triangle ABC$ 的内角 $\angle BAC$, CD 平分 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle BCF$, 所以 $\angle BAE = \angle DAF = \frac{1}{2}\angle BAF$, $\angle BCD = \angle DCF = \frac{1}{2}\angle BCF$ 。因为 $\angle BCF = \angle BAF + \angle B$, $\angle BCD = \angle P + \angle B$, 所以 $2\angle BCD = 2\angle P + 2\angle B$, 所以 $\angle BAF = \angle B + 2\angle P$ 。因为 $\angle BAE = \alpha$, 所以 $\angle B = 2\alpha - 2\angle P$, 因为 $\angle P = 30^\circ$, $\angle B = 2\alpha - 60^\circ$, $\angle BAE$ 和 $\angle B$ 互为“如意角”, 所以 $\angle B = \frac{1}{2}\alpha$ 或 $\angle B = 2\alpha$, 所以 $\frac{1}{2}\alpha = 2\alpha - 60^\circ$ 或 $2\alpha = 2\alpha - 60^\circ$ (舍去), 所以 $\alpha = 40^\circ$ 。

习题 17.1—17.2

① C ② A ③ D ④ C ⑤ 22 ⑥ 3 ⑦ 30° ⑧ 30° ⑨ 90° , 合格

⑩ 265° [提示: 由折叠得 $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$, 可得 $\angle 3 = \angle B + \angle ADB' + \angle B' = 2\angle B + 35^\circ$ 。因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle C'GC + 180^\circ - \angle C'FC = 360^\circ - (\angle C'FC + \angle C'GC)$, 而 $\angle C'FC + \angle C'GC = 360^\circ - \angle C - \angle C' = 360^\circ - 2\angle C$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 360^\circ - (\angle C'FC + \angle C'GC) = 360^\circ - (360^\circ - 2\angle C) = 2\angle C$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 2\angle C + 2\angle B + 35^\circ = 2(\angle C + \angle B) + 35^\circ = 2(180^\circ - \angle A) + 35^\circ = 2(180^\circ - 65^\circ) + 35^\circ = 265^\circ$ 。]

⑪ $\angle DCB = 65^\circ$, $\angle DEB = 37^\circ$ ⑫ 90° [提示: 由三角形内角和等于 180° 可知, $\angle 1 +$



$\angle F + \angle ABF + \angle 2 + \angle E + \angle DCE = 2 \times 180^\circ = 360^\circ$ 。因为 $AB \parallel CD$ ，所以 $\angle ABF + \angle DCE = 180^\circ$ ，得 $\angle 1 + \angle F + \angle 2 + \angle E = 180^\circ$ 。因为 $\angle 1 = \angle F$ ， $\angle 2 = \angle E$ ，所以 $2\angle F + 2\angle E = 180^\circ$ ，即 $\angle F + \angle E = 90^\circ$ ，所以 $\angle EOF = 180^\circ - \angle F - \angle E = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ 。]

13 (1) 证明：因为 $\angle A = \angle AOB$ ， $\angle COD = \angle CDO$ ， $\angle AOB = \angle COD$ ，所以 $\angle A = \angle AOB = \angle COD = \angle CDO$ 。因为 $\angle A + \angle AOB + \angle B = 180^\circ$ ， $\angle COD + \angle CDO + \angle C = 180^\circ$ ，所以 $\angle B = \angle C$ ；(2) 因为 $\angle 1 = \angle 2$ ， $\angle 2 = 110^\circ$ ，所以 $\angle 1 = 110^\circ$ ，所以 $\angle AOB = 180^\circ - \angle 1 = 70^\circ$ ，因为 $\angle A = \angle AOB$ ，所以 $\angle A = \angle AOB = 70^\circ$ ，所以 $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle AOB = 40^\circ$ 。

14 (1) 证明：因为 $\angle A + \angle AOC + \angle C = 180^\circ$ ， $\angle B + \angle BOD + \angle D = 180^\circ$ ， $\angle BOD = \angle AOC$ ，所以 $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$ ；(2) ① 3, 4 ② $\angle P = 110^\circ$ ③ $3\angle P = \angle B + 2\angle C$ ，理由如下：因为 $\angle CAB = 3\angle CAP$ ， $\angle CDB = 3\angle CDP$ ，所以 $\angle BAP = \frac{2}{3}\angle CAB$ ， $\angle BDP = \frac{2}{3}\angle CDB$ ，以 M 为交点的“8字型中”，有 $\angle P + \angle CDP = \angle C + \angle CAP$ ，以 N 为交点“8字型中”，有 $\angle P + \angle BAP = \angle B + \angle BDP$ ，所以 $\angle C - \angle P = \angle CDP - \angle CAP = \frac{1}{3}(\angle CDB - \angle CAB)$ ， $\angle P - \angle B = \angle BDP - \angle BAP = \frac{2}{3}(\angle CDB - \angle CAB)$ ，所以 $2(\angle C - \angle P) = \angle P - \angle B$ ，所以 $3\angle P = \angle B + 2\angle C$ 。

17.3 全等三角形的概念与性质

1 C 2 B 3 D 4 B 5 60° 2 20° 6 7 7 45 8 46° 9 100

10 8或4 11 (1) 78° (2) 60° 12 $AB = 2$

13 (1) 因为 $\triangle BAD \cong \triangle ACE$ ，所以 $BD = AE$ ， $AD = CE$ ，所以 $BD = AE = AD + DE = CE + DE$ 。(2) $\angle BAC = 90^\circ$ 理由：因为 $\angle BAC = 90^\circ$ ，所以 $\angle BAE + \angle CAE = 90^\circ$ 。因为 $\triangle BAD \cong \triangle ACE$ ，所以 $\angle CAE = \angle ABD$ ，所以 $\angle ABD + \angle BAD = 90^\circ$ ，所以 $\angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle BDE = 90^\circ$ ， $\angle AEC = \angle ADB = 90^\circ$ ，所以 $\angle BDE = \angle AEC$ ，所以 $BD \parallel CE$ 。

14 因为 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ，所以 $\angle EAD = \angle CAB$ ，所以 $\angle EAD - \angle CAD = \angle CAB - \angle CAD$ ，即 $\angle EAC = \angle BAD$ 。因为 $\angle CAD = 10^\circ$ ， $\angle EAB = 124^\circ$ ，所以 $\angle EAC = \angle BAD = 57^\circ$ ，所以 $\angle DFB = \angle DAB + \angle B = 57^\circ + 32^\circ = 89^\circ$ ， $\angle DGB = \angle DFB - \angle D = 89^\circ - 32^\circ = 57^\circ$ 。

17.4 (1) 三角形全等的判定 (1)

1 C 2 C 3 D 4 60° 5 40° 6 SSS ADC CAD 7 76° 8 4

9 47° [提示：因为 $AB = AD$ ， $AC = AE$ ， $BC = DE$ ，所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SSS)，可得 $\angle 1 = \angle ABC$ ， $\angle 2 = \angle BAC$ 。因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 94^\circ$ ，所以 $\angle ABC + \angle ACB + \angle 3 = 94^\circ$ 。得 $2\angle 3 = 94^\circ$ ，故 $\angle 3 = 47^\circ$ 。]

10 先证 $\triangle ACB \cong \triangle DFE$ (SSS)，所以 $\angle B = \angle E$ ，所以 $AB \parallel DE$ 。



11 (1) 先证 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$ (SSS), 所以 $\angle A = \angle E$ 。 (2) 由 $\triangle ABC \cong \triangle EDF$, 得 $\angle GBD = \angle GDB$ 。因为 $\angle CGD = \angle GBD + \angle GDB = 110^\circ$, 所以 $\angle GBD = 55^\circ$ 。

12 (1) 因为四边形 $ABCD$ 是正方形, 所以 $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$ 。在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CBP$ 中,
 因为 $\begin{cases} BE = BP, \\ AE = CP, \\ AB = CB, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle CBP$ (SSS)。 (2) 因为 $\triangle ABE \cong \triangle CBP$, 所以 $\angle ABE = \angle CBP$ 。因为 $\angle ABC = \angle CBP + \angle ABP = 90^\circ$, 所以 $\angle ABE + \angle ABP = 90^\circ$, 所以 $\angle PBE = 90^\circ$ 。

13 (1) 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = AD, \\ BC = DC, \\ AC = AC, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ (SSS), 所以

$\angle BAC = \angle DAC$, 即 AC 平分 $\angle BAD$ 。

(2) 实践小组的判断对, 理由如下: 设 BD 与 AC 相交于点 H , 在 $\triangle ABH$ 和 $\triangle ADH$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = AD, \\ \angle BAC = \angle DAC, \\ AH = AH, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABH \cong \triangle ADH$ (SAS), 所以 $\angle AHB = \angle AHD$ 。又 $\angle AHB + \angle AHD = 180^\circ$, 所以 $\angle AHB = 90^\circ$, 所以 $AC \perp BD$ 。因为 AC 是铅锤线, 所以 BD 是水平的。所以门框是水平的, 实践小组的判断对。

(3) 因为 $\angle M = 90^\circ$, $\angle N = 30^\circ$, 所以 $\angle MPN = 60^\circ$ 。

因为四边形 $MEFP$ 为“筝形”, 所以 $ME = EF$, $MP = FP$ 或 $ME = MP$, $EF = PF$ 。

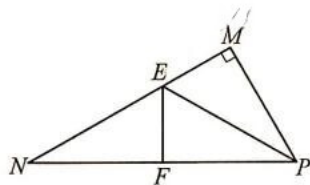
① 当 $ME = EF$, $MP = FP$ 时, 如图 ①。

因为四边形 $MEFP$ 为“筝形”, 可证 $\triangle MPE \cong \triangle FPE$, 所以 $\angle M = \angle EFP = 90^\circ$, 所以 $\angle NFE = 90^\circ$ 。

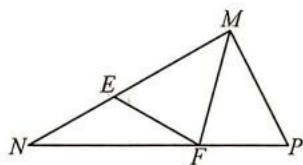
② 当 $ME = MP$, $EF = PF$ 时, 如图 ②。

因为四边形 $MEFP$ 为“筝形”, 可证 $\triangle MFE \cong \triangle MFP$, 所以 $\angle MEF = \angle MPF = 60^\circ$, 所以 $\angle NFE = \angle MEF - \angle N = 30^\circ$ 。

综上, $\angle NFE$ 的度数为 30° 或 90° 。



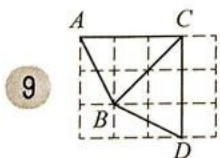
第 13 题图 ①



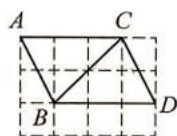
第 13 题图 ②

17.4 (2) 三角形全等的判定 (2)

- 1 B 2 D 3 C 4 D 5 SSS 6 50° 7 $ab - \frac{1}{2}a^2$ 8 略

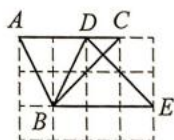


$(\triangle ABC \cong \triangle DBC)$



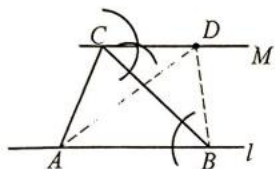
$(\triangle ABC \cong \triangle DCB)$



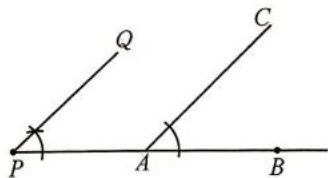


($\triangle ABC \cong \triangle BDE$)

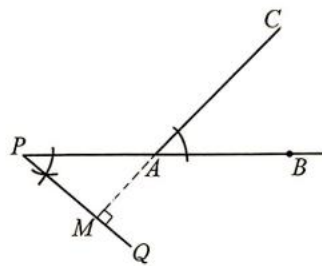
10 提示:在 BC 的右侧作 $\angle BCM = \angle ABC$, 在直线 CM 上任取一点 D (不与点 C 重合), 那么 $CD \parallel AB$, 即 $\triangle ABD$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积, 点 D 即为所求。



第 10 题图



第 11 题图①

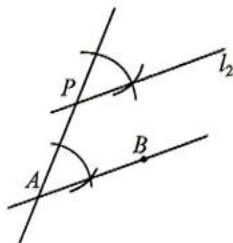


第 11 题图②

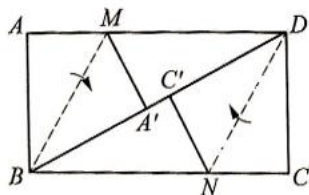
11 (1) 如图①, 图②所示。 (2) 如图①, $AC \parallel PQ$, 因为 $\angle QPB = \angle CAB$, 所以 $AC \parallel PQ$; 如图②, $AC \perp PQ$, 反向延长 AC 交 PQ 于点 M , 所以 $\angle QPB = \angle CAB = 45^\circ$, $\angle PAM = 45^\circ$, 所以 $\angle PMA = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$, 所以 $AC \perp PQ$ 。

12 (1) 如图①所示, 直线 l_2 为所求直线。

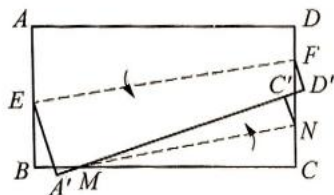
(2) 如图②, 因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle ABD = \angle CDB$, 由折叠可知, $\angle ABM = \angle DBM = \frac{1}{2} \angle ABD$, $\angle CDN = \angle BDN = \frac{1}{2} \angle BDC$, 所以 $\angle DBM = \angle BDN$, 所以 $BM \parallel DN$; 如图③, 由折叠可知, $\angle D = \angle D' = 90^\circ$, $\angle C = \angle A'C'N = 90^\circ$, $\angle DFE = \angle EFD'$, $\angle CNM = \angle C'NM$, 所以 $\angle D = \angle D'C'N = 90^\circ$, 所以 $D'F \parallel C'N$, 所以 $\angle D'FN = \angle C'NF$, 设 $\angle D'FN = \angle C'NF = x$, 所以 $\angle D'FE = \frac{180^\circ + x}{2}$, $\angle MNC' = \frac{180^\circ - x}{2}$, 所以 $\angle NFE + \angle MNF = \frac{180^\circ + x}{2} - x + \frac{180^\circ - x}{2} + x = 180^\circ$, 所以 $EF \parallel MN$ 。



第 12 题图①



第 12 题图②



第 12 题图③

17.4 (3) 三角形全等的判定 (3)

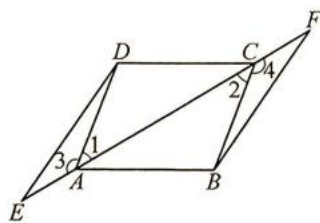
1 B 2 A 3 D 4 I 5 $CB = CE$ 6 不一定 7 50° 8 22 9 18

10 (1) 不正确, 错在第一步 (2) 先证 $\triangle CPD \cong \triangle BPD$ (SSS), 得 $\angle CPD = \angle BPD$, 因为



$\angle CPD = \angle CAP + \angle ACP$, $\angle BPD = \angle BAP + \angle ABP$, $\angle ACP = \angle ABP$, 得 $\angle CAP = \angle BAP$ 。

⑪ 如图, 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$, 因为 $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$, $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$, 所以 $\angle 3 = \angle 4$ 。在 $\triangle AED$ 和 $\triangle CFB$ 中, 因为



第 11 题图

$\begin{cases} AD = CB, \\ \angle 3 = \angle 4, \end{cases}$ 所以 $\triangle AED \cong \triangle CFB$ (SAS), 所以 $\angle E = \angle F$, 所以

$\begin{cases} AE = CF, \\ \angle E = \angle F, \end{cases}$ 所以 $DE \parallel BF$ 。

⑫ 因为点 M 、 N 分别为 CE 、 CD 的中点, 所以 $CE = 2CM$, $CD = 2CN$ 。因为 $CM = CN$, 所以 $CE = CD$ 。因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 1 + \angle ECD = \angle 2 + \angle ECD$, 即 $\angle ACD = \angle BCE$ 。因为 C 为 AB 的中点, 所以 $CA = CB$ 。在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中, 因为

$\begin{cases} CA = CB, \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS), 所以 $AD = BE$ 。

⑬ (1) 因为 $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, 所以 $\angle BAC + \angle CAD = \angle DAE + \angle CAD$, 即 $\angle BAD =$

$\angle CAE$ 。在 $\triangle BAD$ 和 $\triangle CAE$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE, \end{cases}$ 所以 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ (SAS)。

(2) $BD = CE$, $BD \perp CE$, 理由如下: 由 (1) 知, $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 所以 $BD = CE$ 。因为 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$, 所以 $\angle ABD = \angle ACE$ 。因为 $\angle ABD + \angle DBC = 45^\circ$, 所以 $\angle ACE + \angle DBC = 45^\circ$, 所以 $\angle DBC + \angle DCB = \angle DBC + \angle ACE + \angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle BDC = 180^\circ - \angle DBC - \angle DCB = 90^\circ$, 得 $BD \perp CE$ 。

⑭ $\triangle ABE \cong \triangle ACD$, $\triangle ABF \cong \triangle ACF$, $\triangle ADF \cong \triangle AEF$, $\triangle BDF \cong \triangle CEF$, 证明略。

⑮ 【基础巩固】 $PC = PD$, $PC \perp PD$ 。理由: 因为 $AC \perp AB$, $BD \perp AB$, 所以 $\angle A = \angle B =$

90° 。在 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPD$ 中, 因为 $\begin{cases} AC = BP, \\ \angle A = \angle B, \\ AP = BD, \end{cases}$ 所以 $\triangle ACP \cong \triangle BPD$ (SAS), 所以 $PC = PD$,

$\angle C = \angle BPD$ 。因为 $\angle C + \angle APC = 90^\circ$, 所以 $\angle APC + \angle BPD = 90^\circ$, 所以 $\angle CPD = 90^\circ$, 故 $PC \perp PD$ 。

【尝试应用】 $PC = PQ$, $PC \perp PQ$ 。当 $t = 1$ 秒时, $AP = 2$ cm, $BQ = 2$ cm, 所以 $AP = BQ$ 。

因为 $AB = 9$ cm, 所以 $BP = 7$ cm = AC , 由基础巩固中的结论可知: $PC = PQ$, $PC \perp PQ$ 。

【拓展提高】 ①若设运动时间为 y 秒时, $\triangle ACP \cong \triangle BPQ$, 则 $AC = BP = 7$ cm, $AP = BQ$, 可得 $7 = 9 - 2y$, $2y = xy$, 所以 $x = 2$, $y = 1$; ②若设运动时间为 y 秒时, $\triangle ACP \cong \triangle BQP$, 则

$AC = BQ$, $AP = BP$, 可得 $7 = xy$, $2y = 9 - 2y$, 故 $x = \frac{28}{9}$, $y = \frac{9}{4}$ 。



综上所述,当 $\triangle ACP$ 与 $\triangle BPQ$ 全等时, x 的值为2或 $\frac{28}{9}$ 。

17.4(4) 三角形全等的判定(4)

① D ② C ③ C ④ (1) $\angle DCA = \angle BCA$ (2) $AD = AB$ 5 ASA ③

⑦ 3 cm ⑧ 4 ⑨ 7 ⑩ 2

⑪ 因为 $AD \perp BC$, $CE \perp AB$, 所以 $\angle ADB = \angle AEC = \angle CEB = 90^\circ$, 所以 $\angle HAE + \angle B = \angle BCE + \angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle HAE = \angle BCE$ 。在 $\triangle BEC$ 和 $\triangle HEA$ 中, 因为

$$\begin{cases} \angle BEC = \angle HEA, \\ \angle BCE = \angle HAE, \text{ 所以 } \triangle BEC \cong \triangle HEA (\text{AAS}). \\ BE = HE, \end{cases}$$

⑫ (1) 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle C = \angle EDF$ 。因为点 E 为 CD 的中点, 所以 $CE = DE$ 。

$$\text{在 } \triangle BCE \text{ 和 } \triangle FDE \text{ 中, } \begin{cases} \angle C = \angle EDF, \\ CE = DE, \\ \angle BEC = \angle FED, \end{cases} \text{ 所以 } \triangle BCE \cong \triangle FDE (\text{ASA}).$$

(2) 因为 $\triangle BCE \cong \triangle FDE$, 所以 $BE = FE$, $BC = FD$, 所以 $AF = AD + DF = AD + BC = 1 + 2 = 3$ 。因为 $AE \perp BF$, 所以 $\angle BEA = \angle FEA = 90^\circ$ 。在 $\triangle BAE$ 和 $\triangle FAE$ 中, 因为

$$\begin{cases} BE = FE, \\ \angle BEA = \angle FEA, \text{ 所以 } \triangle BAE \cong \triangle FAE (\text{SAS}), \text{ 所以 } AB = AF = 3. \\ AE = AE, \end{cases}$$

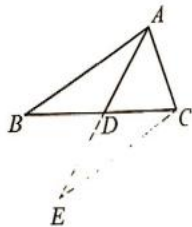
⑬ $\angle 1 = \angle 2 + \angle B$ 。证明: 延长 CD 交 AB 于点 E , 因为 AD 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAD = \angle CAD$ 。因为 $CD \perp AD$, 所以 $\angle ADE = \angle ADC = 90^\circ$ 。在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle ADC$ 中, 因为

$$\begin{cases} \angle BAD = \angle CAD, \\ AD = AD, \\ \angle ADE = \angle ADC, \end{cases} \text{ 所以 } \triangle ADE \cong \triangle ADC (\text{ASA}), \text{ 所以 } \angle 1 = \angle AED. \text{ 又因为 } \angle AED = \angle B + \angle 2, \text{ 所以 } \angle 1 = \angle 2 + \angle B.$$

⑭ (1) 因为 $AB = A_1B_1$, 所以 $EC = E_1C_1$ 。因为 $AD = A_1D_1$, 所以 $2AD =$

$$2A_1D_1, \text{ 即 } AE = A_1E_1. \text{ 在 } \triangle AEC \text{ 和 } \triangle A_1E_1C_1 \text{ 中, 因为 } \begin{cases} AE = A_1E_1, \\ EC = E_1C_1, \text{ 所以} \\ AC = A_1C_1, \end{cases}$$

$\triangle AEC \cong \triangle A_1E_1C_1 (\text{SSS})$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$ 。(2) $1 < AD < 4$ [提示: 如图, 延长 AD 至点 E , 使 $DE = DA$, 连接 CE , 由(1)可知, $AB = CE = 5$, 所以 $5 - 3 < 2AD < 5 + 3$, 所以 $1 < AD < 4$ 。]



第 14 题图



17.4(5) 三角形全等的判定(5)

① A ② C ③ C ④ $\angle A = \angle EDF$ (或 $\angle BCA = \angle EFD$) ⑤ 135° ⑥ 8 ⑦ 5

⑧ 32 ⑨ 24

⑩ $a + b$ [提示:正方形 $ABCD$ 与四个大正方形重叠部分的面积都等于大正方形面积的 $\frac{1}{4}$.]

⑪ (1) 因为 $DE \perp AB$, 所以 $\angle BFE = 90^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle DEB = 90^\circ$. 因为 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle A = 90^\circ$, 所以 $\angle A = \angle DEB$. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle EDB$ 中, 因为

$$\begin{cases} \angle ACB = \angle EBD, \\ \angle A = \angle DEB, \\ AB = ED, \end{cases}$$

所以 $\triangle ABC \cong \triangle EDB$ (AAS), 所以 $BD = CB$. (2) 因为 $BD = 6$ cm, 所

以 $BC = BD = 6$ cm. 因为 E 是 BC 的中点, 所以 $BE = \frac{1}{2}BC = 3$ cm. 因为 $\triangle ABC \cong \triangle EDB$, 所以 $AC = BE = 3$ cm.

⑫ 因为 BF 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle ABF = \angle CBF$. 因为 $FD \perp BC$, $FE \perp AB$, 所以 $\angle BEF = \angle BDF = 90^\circ$, $\angle AEF = \angle CDF = 90^\circ$. 在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle BDF$ 中, 因为

$$\begin{cases} \angle EBF = \angle DBF, \\ \angle BEF = \angle BDF, \\ BF = BF, \end{cases}$$

所以 $\triangle BEF \cong \triangle BDF$ (AAS), 所以 $FE = FD$. 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle CDF$ 中, 因为

$$\begin{cases} \angle AEF = \angle CDF, \\ FE = FD, \end{cases}$$

所以 $\triangle AEF \cong \triangle CDF$ (SAS), 所以 $AF = CF$, 所以 F 为 AC 的中点.

⑬ (1) BE, BF ; (2) 因为 $CF \perp BE$, 所以 $\angle BFC = 90^\circ$. 又因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle AEB = \angle FBC$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FCB$ 中, 因为

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CFB, \\ \angle AEB = \angle FBC, \\ BE = CB, \end{cases}$$

所以 $AE = BF$.

⑭ (1) 小明的猜想是正确的. 如图①, 因为 $BD \perp m$, $CE \perp m$, 所以 $\angle BDA = \angle CEA = 90^\circ$. 因为 $\angle BAC = 90^\circ$, 所以 $\angle BAD + \angle CAE = 90^\circ$. 因为 $\angle BAD + \angle ABD = 90^\circ$, 所以 $\angle CAE = \angle ABD$. 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CEA$ 中, 因为

$$\begin{cases} \angle BDA = \angle AEC, \\ \angle ABD = \angle CAE, \\ AB = AC, \end{cases}$$

所以 $\triangle ADB \cong \triangle CEA$ (AAS), 所以 $AE = BD$, $AD = CE$, 所以 $DE = AE + AD = BD + CE$.

(2) 结论 $DE = BD + CE$ 仍成立; 理由: 如图②, 因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $\angle BDA =$

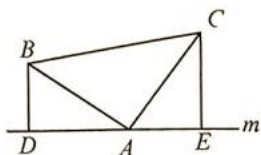


$\angle BAC = 60^\circ$, $AB = AC$, 所以 $\angle DBA + \angle BAD = \angle BAD + \angle CAE = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, 所以

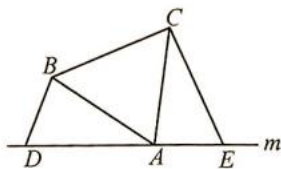
$\angle DBA = \angle CAE$. 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CEA$ 中, 因为 $\begin{cases} \angle BDA = \angle AEC, \\ \angle ABD = \angle CAE, \\ AB = AC, \end{cases}$ 所以 $\triangle ADB \cong$

$\triangle CEA$ (AAS), 所以 $AE = BD$, $AD = CE$, 所以 $DE = AE + AD = BD + CE$.

(3) 当 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$ 时, 结论 $DE = BD + CE$ 仍成立.



第 14 题图①



第 14 题图②

17.4 (6) 三角形全等的判定 (6)

① A ② C ③ B ④ $BD = BE$, SAS (答案不唯一)

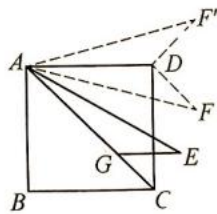
⑤ 90° ⑥ 70 ⑦ SSS ⑧ 8 ⑨ 10 ⑩ 12

⑪ (1) 证 $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ (ASA), 得到 $AB = CD$. (2) 证 $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ (AAS), 可得 $\angle AEB = \angle CFD$, 利用等角的补角相等得到 $\angle AED = \angle CFD$, 从而 $AE \parallel CF$.

⑫ 证 $\triangle ADH \cong \triangle BHC$ (AAS), 所以 $AD = BH = 15$ (千米), $AH = BC$. 因为 A、B 两站相距 25 千米, 所以 $AB = 25$ 千米, 所以 $AH = AB - BH = 25 - 15 = 10$ (千米). 又因为 $BC = AH = 10$ (千米), 即 H 应建在距离 A 站 10 千米处, 所以学校 C 到公路的距离是 10 千米.

⑬ (1) E 为 BC 的中点, 理由: 过点 E 作 $EF \perp AD$ 于点 F, 先证 $\triangle DCE \cong \triangle DFE$, 所以 $EF = EC$, 同理可证 $\triangle ABE \cong \triangle AFE$, 所以 $EF = EB$, 从而 $EC = EB$, 即 E 为 BC 的中点. (2) 由 $\triangle DCE \cong \triangle DFE$, 可得 $\angle CED = \angle FED$, 同理可得 $\angle BEA = \angle FEA$; 因为 $\angle CED + \angle FED + \angle FEA + \angle BEA = 180^\circ$, 所以 $\angle AED = \angle FED + \angle FEA = 90^\circ$, 即 $DE \perp AB$.

⑭ 30° 或 60° [提示: AE 绕点 A 逆时针旋转得到线段 AF, 有 $AE = AF$. 因为四边形 ABCD 是正方形, 所以 $AB = AD$. 因为 $AG = AB$, 所以 $AD = AG$, 可证 $\triangle AGE \cong \triangle ADF$ (SSS), 所以 $\angle DAF = \angle CAE = 15^\circ$. 因为 AC 为正方形 ABCD 的对角线, 所以 $\angle CAD = 45^\circ$. 如图, 当点 F 在 AD 的下方时, $\angle CAF = \angle CAD - \angle DAF = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$; 当点 F 在 AD 的上方, 即为图中的点 F' 时, $\angle CAF' = \angle CAD + \angle DAF' = 45^\circ + 15^\circ = 60^\circ$.]



第 14 题图

17.4 (7) 三角形全等的判定 (7)

① D ② D ③ A ④ (1) $BC = EF$ (或 $BE = CF$) (2) $\angle A = \angle D$ (3) $\angle ACB = \angle F$ (或 $AC \parallel DF$) ⑤ 60° ⑥ 7 ⑦ 55° ⑧ 30 ⑨ 65° ⑩ 6



11 (1) 先证 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$ (SSS), 所以 $\angle A = \angle C$, 所以 $AB \parallel CD$ 。 (2) 证 $\triangle EAB \cong \triangle FCD$ (SAS), 可得 $BE = DF$ 。

12 因为 AO 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$, 在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle AOE$ 中, 因为 $\begin{cases} AC = AE, \\ \angle 1 = \angle 2, \\ AO = AO, \end{cases}$ 所以

$\triangle AOC \cong \triangle AOE$ (SAS), 所以 $\angle ACO = \angle AEO$ 。因为 $CD \perp AB$, 所以 $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle ACO + \angle CAD = 90^\circ$ 。因为 $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B + \angle CAD = 90^\circ$, 得 $\angle ACO = \angle B$, 所以 $\angle B = \angle AEO$, 所以 $OE \parallel BC$ 。

13 (1) 因为 DB 是边 AC 上的高, 所以 $\angle ABE = \angle DBC = 90^\circ$ 。在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DBC$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = DB, \\ \angle ABE = \angle DBC, \\ EB = CB, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle DBC$ (SAS)。

(2) 数量关系: $BM = BN$, 位置关系: $BM \perp BN$ 。理由: 由 $\triangle ABE \cong \triangle DBC$, 得 $\angle MAB =$

$\angle NDB$ 。在 $\triangle MAB$ 和 $\triangle NDB$ 中, 因为 $\begin{cases} AM = DN, \\ \angle MAB = \angle NDB, \\ AB = DB, \end{cases}$ 所以 $\triangle MAB \cong \triangle NDB$ (SAS),

所以 $BM = BN$, $\angle ABM = \angle DBN$ 。因为 $\angle ABM + \angle MBD = 90^\circ$, 所以 $\angle DBN + \angle MBD = 90^\circ$, 所以 $\angle MBN = 90^\circ$, 即 $BM \perp BN$ 。

14 【问题背景】 $EF = BE + DF$, 理由如下: 如图①, 因为 $\angle ADC = 90^\circ$, $\angle ADC + \angle ADG = 180^\circ$, 所以 $\angle ADG = 90^\circ$ 。在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中, 因为

$\begin{cases} BE = DG, \\ \angle B = \angle ADG, \\ AB = AD, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle ADG$ (SAS), 所以 $AE = AG$, $\angle BAE =$

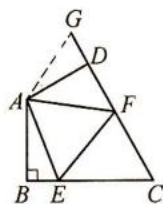
$\angle DAG$ 。因为 $\angle EAF = 60^\circ$, $\angle BAD = 120^\circ$, $\angle BAE + \angle DAF = 60^\circ$, 所以 $\angle GAF = \angle DAG + \angle DAF = \angle BAE + \angle DAF = 60^\circ = \angle EAF$ 。

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AGF$ 中, 因为 $\begin{cases} AE = AG, \\ \angle EAF = \angle GAF, \\ AF = AF, \end{cases}$ 所以 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$ (SAS), 所以 $EF =$

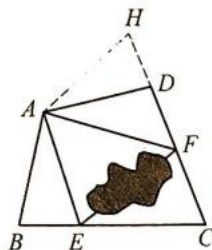
FG 。因为 $FG = DG + DF = BE + DF$, 所以 $EF = BE + DF$ 。

【实际应用】如图②, 延长 CD 至点 H , 使 $DH = BE$, 连接 AH 。因为 $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ADH + \angle ADC = 180^\circ$, 所以 $\angle B = \angle ADH$ 。在 $\triangle ABE$

和 $\triangle ADH$ 中, 因为 $\begin{cases} BE = DH, \\ \angle B = \angle ADH, \\ AB = AD, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle ADH$ (SAS), 所以



第 14 题图①



第 14 题图②



$AE = AH$, $\angle BAE = \angle DAH$ 。因为 $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle BAD$, 所以 $\angle HAF = \angle DAH + \angle DAF = \angle BAE + \angle DAF = \angle BAD - \angle EAF = \angle EAF$ 。

在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle AHF$ 中, 因为 $\begin{cases} AE = AH, \\ \angle EAF = \angle HAF, \\ AF = AF, \end{cases}$ 所以 $\triangle AEF \cong \triangle AHF$ (SAS), 所以 $EF = FH$ 。

因为 $FH = DH + DF = BE + DF$, 所以 $EF = BE + DF$ 。因为 $BE = 10$ 米, $DF = 15$ 米, 所以 $EF = 25$ 米。因此两凉亭之间的距离 EF 为 25 米。

17.4 (8) 三角形全等的判定 (8)

- ① D ② A ③ D ④ 11 ⑤ 100° ⑥ 20° ⑦ 60° ⑧ 1.5

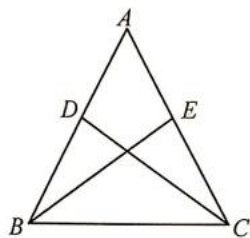
⑨ 在 $\triangle AOB$ 和 $\triangle DOC$ 中, 因为 $\begin{cases} OA = OD, \\ \angle AOB = \angle DOC, \\ OB = OC, \end{cases}$ 所以 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$ (SAS), 所以

$AB = DC$ 。因为 $OA = OD$, $OB = OC$, 所以 $OA + OC = OD + OB$, 即 $AC = DB$ 。在 $\triangle ABC$ 和

$\triangle DCB$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = DC, \\ AC = DB, \\ BC = CB, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABC \cong \triangle DCB$ (SSS), 所以 $\angle ABC =$

$\angle DCB$ 。

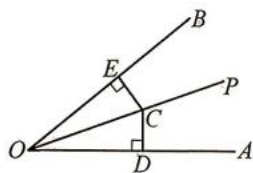
⑩ 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BE 、 CD 是 $\triangle ABC$ 的中线。
求证: $BE = CD$ 。



第 10 题图

证明: 易证 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ (SAS), 所以 $BE = CD$ 。

⑪ 已知: 如图, OP 是 $\angle AOB$ 的角平分线, 点 C 是 OP 上的任意一点, $CD \perp AO$, $CE \perp OB$, 垂足分别是点 D 、 E 。求证: $CE = CD$ 。



第 11 题图

证明: 易证 $\triangle COD \cong \triangle COE$ (AAS), 所以 $CE = CD$ 。

⑫ 设 $\angle CAD = \angle 3$, 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 3$, 即

$\angle BAD = \angle CAE$ 。在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABD \cong$

$\triangle ACE$ (SAS), 所以 $BD = CE$ 。

⑬ $\triangle BEC$ 是等腰直角三角形, 理由如下: 因为 $\triangle AED$ 是等腰直角三角形, 所以 $AE = ED$, $\angle EAD = \angle EDA = 45^\circ$ 。又因为 $\angle BAC = 90^\circ$, 所以 $\angle BAE = \angle BAC + \angle EAD = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$, $\angle EDC = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$, 故 $\angle BAE = \angle EDC$ 。因为 D 是 AC 的中点, 所以 $AC = 2CD$ 。



因为 $AC = 2AB$, 所以 $AB = CD$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle DCE$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = CD, \\ \angle BAE = \angle EDC, \text{ 所以} \\ AE = ED, \end{cases}$

$\triangle ABE \cong \triangle DCE$ (SAS). 所以 $BE = EC$, $\angle AEB = \angle DEC$. 所以 $\angle AEB + \angle BED = \angle BED + \angle DEC = \angle BEC = 90^\circ$, 所以 $\triangle BEC$ 是等腰直角三角形.

14 (1) 因为 $BC \perp AE$, $\angle BAE = 45^\circ$, 易得 $BC = AC$. 因为 $BC \perp AE$, 所以 $\angle BCE = \angle ACD = 90^\circ$. 在 $\triangle BCE$ 和 $\triangle ACD$ 中, 因为 $\begin{cases} BC = AC, \\ \angle BCE = \angle ACD, \text{ 所以} \triangle BCE \cong \\ CE = CD, \end{cases}$

$\triangle ACD$ (SAS), 所以 $AD = BE$. (2) $AD \perp BE$, 理由: 由 $\triangle BCE \cong \triangle ACD$, 得 $\angle EBC = \angle DAC$. 因为 $\angle CBA + \angle CAB = \angle CBA + \angle DAC + \angle BAD = \angle CBA + \angle EBC + \angle BAD = \angle PBA + \angle BAD = 90^\circ$, 即 $\angle BPA = 90^\circ$, 所以 $AD \perp BE$. (3) $AD \perp BE$ 不会改变, 理由: $\triangle BCE \cong \triangle ACD$ 仍然成立, 所以 $\angle EBC = \angle DAC$. 因为 $\angle BFP = \angle AFC$, 所以 $\angle BPF = \angle ACF = 90^\circ$, 即 $AD \perp BE$.

习题 17.3—17.4

1 D 2 B 3 A 4 70° 5 3 6 5 7 30° 8 75°

9 (1) 在 $\triangle ABO$ 与 $\triangle DCO$ 中, 因为 $\begin{cases} OA = OD, \\ \angle AOB = \angle DOC, \text{ 所以} \triangle ABO \cong \triangle DCO \text{ (SAS)}. \\ OB = OC, \end{cases}$

(2) 由 $\triangle AOB \cong \triangle DOC$, 得 $\angle A = \angle D$, 因为 $\angle BEO = \angle 1 + \angle A$, $\angle CFO = \angle 2 + \angle D$, 且 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle BEO = \angle CFO$, 所以 $BE \parallel CF$.

10 因为 BE 平分 $\angle CBA$, 所以 $\angle CBE = \angle DBE$. 证 $\triangle BDE \cong \triangle ADE$ (SAS), 可得 $\angle A = \angle EBD$. 利用三角形内角和定理得 $\angle A + \angle CBE + \angle EBD + \angle C = 180^\circ$, 可得 $\angle A = 30^\circ$.

11 (1) 因为 $\angle BED + \angle BEA = \angle CFD + \angle CFA = 180^\circ$, $\angle BED = \angle CFD$, 所以 $\angle BEA = \angle CFA$. 因为 $\angle CFD = \angle FAC + \angle FCA$, $\angle BAC = \angle FAC + \angle BAD$, $\angle BAC = \angle CFD$, 所

以 $\angle BAE = \angle FCA$. 在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CAF$ 中, 因为 $\begin{cases} \angle BAE = \angle FCA, \\ \angle BEA = \angle CFA, \text{ 所以} \triangle ABE \cong \\ AB = AC, \end{cases}$

$\triangle CAF$ (AAS). (2) $BE = EF + CF$, 理由: 由 $\triangle ABE \cong \triangle CAF$, 得 $BE = AF$, $CF = AE$, 所以 $BE = AF = AE + EF = CF + EF$.

12 可证 $\triangle DEB \cong \triangle DFC$, 得 $DE = DF$, 所以 $AE + AF = AF + FD + DE + AF = 2AF + 2DF = 2AD$ 或 $AE + AF = AD + DE + AD - DF = 2AD$.

13 先证 $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ (SAS), 得 $AB = CB$, $AD = DC$; 再证 $\triangle AED \cong \triangle CFD$, 得 $AE =$



CF, 所以 $AB = BC = BF + FC = BF + AE$ 。

14 【初步探索】 $EF = BE + DF$ [提示:如图①,在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中,

因为 $\begin{cases} AB = AD, \\ \angle ABE = \angle ADG, \text{所以 } \triangle ABE \cong \triangle ADG (\text{SAS}), \text{所以 } AE = AG, \\ BE = DG, \end{cases}$

$\angle BAE = \angle DAG$ 。

因为 $\angle BAD = \angle BAE + \angle EAD$, $\angle EAG = \angle EAD + \angle DAG$, 所以 $\angle BAD = \angle EAG$ 。

因为 $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle BAD$, 所以 $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle EAG$, 所以 $\angle EAF = \angle GAF$ 。在 $\triangle AEF$ 和

$\triangle AGF$ 中, 因为 $\begin{cases} AE = AG, \\ \angle EAF = \angle GAF, \text{所以 } \triangle AEF \cong \triangle AGF (\text{SAS}), \text{所以 } EF = GF. \text{因为 } FG = \\ AF = AF, \end{cases}$

$GD + DF = DF + BE$, 所以 $EF = BE + DF$ 。]

【探索延伸】结论仍然成立, 证明: 延长 FD 到点 G , 使 $DG = BE$, 连接 AG , 如图②, 因为 $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$, $\angle ADG + \angle ADC = 180^\circ$, 所以 $\angle B = \angle ADG$ 。

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADG$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = AD, \\ \angle B = \angle ADG, \text{所以 } \triangle ABE \cong \\ BE = DG, \end{cases}$

$\triangle ADG (\text{SAS})$, 所以 $AE = AG$, $\angle BAE = \angle DAG$ 。因为 $\angle BAD = \angle BAE + \angle EAD$, $\angle EAG = \angle EAD + \angle DAG$, 所以 $\angle BAD = \angle EAG$ 。

因为 $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle BAD$, 所以 $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle EAG$, 所以 $\angle EAF = \angle GAF$ 。在 $\triangle AEF$ 和

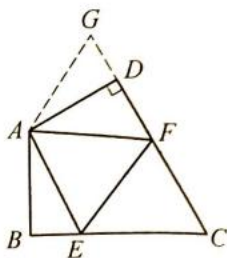
$\triangle AGF$ 中, 因为 $\begin{cases} AE = AG, \\ \angle EAF = \angle GAF, \text{所以 } \triangle AEF \cong \triangle AGF (\text{SAS}), \text{所以 } EF = GF. \text{因为 } FG = \\ AF = AF, \end{cases}$

$GD + DF = DF + BE$, 所以 $EF = BE + DF$ 。

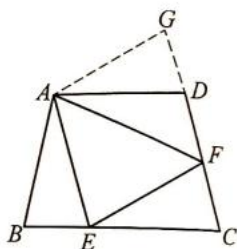
【结论运用】连接 EF , 延长 AE 、 BF 相交于点 C , 如图③。

因为 $\angle AOB = 30^\circ + 90^\circ + 90^\circ - 70^\circ = 140^\circ$, $\angle EOF = 70^\circ$, 所以 $\angle EOF = \frac{1}{2}\angle AOB$ 。因为 $OA = OB$, $\angle OAC + \angle OBC = 90^\circ - 30^\circ +$

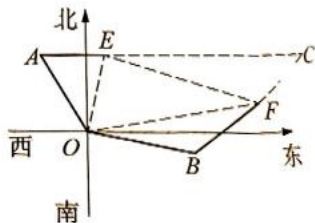
$70^\circ + 50^\circ = 180^\circ$, 所以四边形 $AOBC$ 中, $OA = OB$, $\angle OAC + \angle OBC = 180^\circ$ 且 $\angle EOF = \frac{1}{2}\angle AOB$, 所以四边形 $AOBC$ 符合探索延伸中的条



第 14 题图①



第 14 题图②



第 14 题图③



件,所以结论 $EF = AE + BF$ 成立,即 $EF = AE + BF = 1.5 \times 60 + 1.5 \times 80 = 210$ (海里)。

单元练习十七

① D ② C ③ B ④ D ⑤ C ⑥ B ⑦ 9 ⑧ 钝角 ⑨ 6 ⑩ 39°

⑪ 180° ⑫ 30 cm ⑬ 65° ⑭ 3 ⑮ 6 ⑯ 6 ⑰ 78° ⑱ 2 或 2.5

⑲ 因为 $AD \perp BC$,所以 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ 。因为 $AD \parallel EG$,所以 $\angle G = \angle DAC$,
 $\angle AFG = \angle BAD$ 。因为 $\angle AFG = \angle G$,所以 $\angle DAC = \angle BAD$ 。在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中,因

为 $\begin{cases} \angle BAD = \angle CAD, \\ AD = AD, \\ \angle ADB = \angle ADC, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (ASA)。

⑳ 由 $AB \parallel CD$,得 $\angle DCA = \angle CAB$,又 $\angle CAB = \angle ACB$,所以 $\angle DCA = \angle ACB$,可证
 $\triangle DAC \cong \triangle EAC$ (AAS),所以 $CD = CE$ 。

㉑ 过点 D 作 $DE \perp AB$,垂足为 E ,由 $BD : DC = 9 : 7$, $BC = 32$,可得 $CD = 14$, $BD = 18$,可
证 $\triangle ACD \cong \triangle AED$,得 $DE = CD = 14$,即 D 到 AB 的距离为 14。

㉒ (1) 因为 $\angle 1 = \angle 2$,所以 $\angle 1 + \angle DAF = \angle 2 + \angle DAF$,即 $\angle BAC = \angle DAE$ 。因为
 $\angle ADC = \angle ADE + \angle 3 = \angle B + \angle 1$, $\angle 1 = \angle 3$,所以 $\angle B = \angle ADE$ 。在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中,

因为 $\begin{cases} \angle BAC = \angle DAE, \\ AB = AD, \\ \angle B = \angle ADE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (ASA)。(2) 由 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$,得 $\angle C =$

$\angle E$ 。因为 $\angle ADB = \angle DAC + \angle C = 50^\circ$, $\angle DAC = 15^\circ$,所以 $\angle C = \angle ADB - \angle DAC = 50^\circ -$
 $15^\circ = 35^\circ$,所以 $\angle E = 35^\circ$ 。

㉓ 因为 BE 、 CF 是 $\triangle ABC$ 的高,所以 $\angle BFP = \angle CEP = 90^\circ$ 。因为 $\angle BFP + \angle FPB +$
 $\angle ABP = \angle CEP + \angle CPE + \angle ACQ = 180^\circ$,又因为 $\angle FPB = \angle CPE$,所以 $\angle ABP = \angle ACQ$ 。
又因为 $BP = AC$, $CQ = AB$,所以 $\triangle ABP \cong \triangle QCA$ (SAS),于是 $\angle BAP = \angle Q$,所以 $\angle QAP =$
 $\angle QAB + \angle BAP = \angle QAB + \angle Q = 90^\circ$,所以 $AP \perp AQ$ 。

㉔ (1) 因为 $CA = CB$, $CD \perp AB$,易得 $\angle ACD = \angle BCD$ 。又因为 $\angle ACB = 90^\circ$,所以 $\angle A =$
 $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$,所以 $AD = CD$ 。因为 $EF \perp AC$,所以 $\angle A = \angle FEA = 45^\circ$,从而 $EF =$
 $AF = CG$,所以 $\triangle AFD \cong \triangle CGD$ (ASA),因此 $DF = DG$ 。(2) 因为 $\triangle AFD \cong \triangle CGD$,所
以 $\angle FDA = \angle GDC$ 。因为 $\angle ADF + \angle FDC = 90^\circ$,所以 $\angle CDG + \angle FDC = 90^\circ$,所以 $DF \perp$
 DG 。

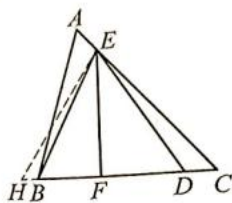
㉕ (1) ① 三角形的中线;② 是。(2) 因为点 F 是 EB 的中点,所以 $S_{\triangle CBF} = S_{\triangle CEF}$ 。因为
 $AB \parallel DC$,所以 $\angle E = \angle DCG$ 。因为 G 是 AD 的中点,所以 $DG = AG$ 。在 $\triangle CDG$ 和 $\triangle EAG$

中,因为 $\begin{cases} \angle E = \angle DCG, \\ \angle EGA = \angle CGD, \\ AG = DG, \end{cases}$ 所以 $\triangle CDG \cong \triangle EAG$ (AAS),所以 $S_{\triangle AEG} = S_{\triangle DCG}$,所以



$S_{\text{四边形}AFCD} = S_{\triangle CEF}$, 所以 $S_{\text{四边形}AFCD} = S_{\triangle CBF}$, 所以 CF 是四边形 $ABCD$ 的二分线。

(3) 如图, 延长 CB 至 H , 使 $BH = CD$ 。连接 EH , $AB = CB = CE = 7$, $\angle A = \angle C$, $\angle CBE = \angle CEB$, D 、 E 分别是线段 BC 、 AC 上的点, 且 $\angle BED = \angle A$, 因为 $CB = 7$, 所以 $BD + CD = 7$, 所以 $BD + BH = 7 = HD$ 。



第 25 题图

又 $\angle BED = \angle A$, $\angle BED + \angle DEC = \angle A + \angle ABE$, 所以 $\angle ABE = \angle CED$ 。因为 $AB = CE = 7$, $\angle A = \angle C$, 所以 $\triangle ABE \cong \triangle CED$ (SAS), $AE = CD$, $BE = DE$, $\angle AEB = \angle EDC$, $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle EDC}$, 所以 $AE = BH$ 。

因为 $\angle CBE = \angle CEB$, 所以 $\angle AEB = \angle EBH$, 所以 $\angle EBH = \angle EDC$, 且 $BE = DE$, $BH = CD$, 所以 $\triangle BEH \cong \triangle DEC$, 所以 $S_{\triangle BEH} = S_{\triangle DEC}$, 所以 $S_{\triangle BEH} = S_{\triangle DEC} = S_{\triangle ABE}$ 。因为 $S_{\text{四边形}ABDE} = S_{\triangle ABE} + S_{\triangle BDE}$, $S_{\triangle HED} = S_{\triangle BEH} + S_{\triangle BDE}$, 所以 $S_{\triangle HED} = S_{\text{四边形}ABDE}$ 。因为 EF 是四边形 $ABDE$ 的一条二分线, 所以 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} S_{\text{四边形}ABDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle HED}$, 所以 $DF = \frac{1}{2} DH = \frac{7}{2}$ 。

第 18 章 等腰三角形

18.1 (1) 等腰三角形的性质 (1)

- ① B ② B ③ D ④ 8 ⑤ $5 < x < 10$ ⑥ 50° ⑦ 12 ⑧ 55° 或 125°
 ⑨ 115° ⑩ 6 ⑪ 先证 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 得 $AB = AC$, 由点 D 为 $\angle BAC$ 的平分线上一点, 可得 $AD \perp BC$ 。

⑫ 由 $AE = AF$, AO 是 $\triangle AEF$ 的边 EF 上的中线, 可得 AO 平分 $\angle BAC$; 再由 $AB = AC$, 可得 $AD \perp BC$ 。

⑬ (1) 20° (2) 35° (3) $\angle EDC = \frac{1}{2} \angle BAD$ 。理由: 由 $AB = AC$, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 可得 $AD \perp BC$, 即 $\angle ADC = 90^\circ$, 也可得 $\angle BAD = \angle DAE$; 由 $AD = AE$ 及三角形内角和定理可得, $\angle ADE = \frac{180^\circ - \angle DAE}{2} = \frac{180^\circ - \angle BAD}{2}$, 所以 $\angle EDC = \angle ADC - \angle ADE = 90^\circ - \frac{180^\circ - \angle BAD}{2} = \frac{1}{2} \angle BAD$ 。

⑭ 由题意知 $\angle GAF = 2x$, $\angle GFA = 90^\circ - \frac{1}{2}x$, $\angle G = 90^\circ - \frac{3}{2}x$ 。

当 $\triangle AGF$ 是等腰三角形时, 分类讨论如下:

① 当 $GA = GF$ 时, $\angle GAF = \angle GFA$, 即 $2x = 90^\circ - \frac{1}{2}x$, $x = 36^\circ$;

② 当 $FA = FG$ 时, $\angle GAF = \angle G$, 即 $2x = 90^\circ - \frac{3}{2}x$, $x = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ$;

③ 当 $AF = AG$ 时, $\angle G = \angle GFA$, 即 $90^\circ - \frac{3}{2}x = 90^\circ - \frac{1}{2}x$, $x = 0^\circ$ (舍去)。



综上所述,当 x 等于 36° 或 $(\frac{180}{7})^\circ$ 时, $\triangle AGF$ 是等腰三角形。

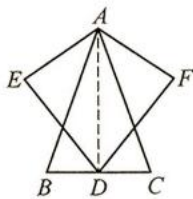
18.1 (2) 等腰三角形的性质 (2)

① B ② A ③ C ④ 110° ⑤ 72° ⑥ 20° ⑦ 15° ⑧ $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{1}{4}$ ⑨ 70°

⑩ 108°

⑪ 因为 $AB = AC$, 所以 $\angle B = \angle C$ 。因为 AD 是顶角 $\angle BAC$ 的外角平分线, 所以 $\angle 1 = \angle 2$ 。因为 $\angle EAC = \angle 1 + \angle 2 = \angle B + \angle C$, 所以 $2\angle 1 = 2\angle B$, 即 $\angle 1 = \angle B$, 所以 $AD \parallel BC$ 。

⑫ 连接 AD , 因为 $AB = AC$, 点 D 是 BC 的中点, 所以 $AD \perp BC$, $\angle BAD = \angle CAD$, 所以 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ 。因为 $\angle EAB = \angle FAC$, 所以 $\angle EAB + \angle BAD = \angle FAC + \angle CAD$, 即 $\angle DAE = \angle DAF$ 。

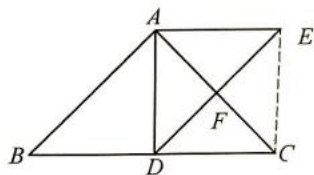


第 12 题图

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle AFD$ 中, 因为 $\begin{cases} AE = AF, \\ \angle DAE = \angle DAF, \\ AD = AD, \end{cases}$ 所以 $\triangle AED \cong \triangle AFD$ (SAS), 所以 $\angle ADE = \angle ADF$, 所以 $\angle ADB - \angle ADE = \angle ADC - \angle ADF$, 即 $\angle EDB = \angle FDC$ 。

⑬ (1) 由 $\angle B = \angle ADE$, $AB = AC$, $AD = AE$, 得 $\angle BAC = 180^\circ - 2\angle B$, $\angle DAE = 180^\circ - 2\angle ADE$, 所以 $\angle BAC = \angle DAE$, 所以 $\angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$, 即 $\angle BAD = \angle CAE$ 。

(2) 如图①, 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAE, \\ AD = AE, \end{cases}$



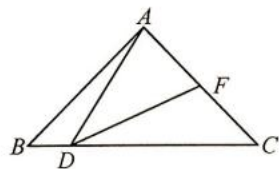
第 14 题图①

$\triangle ABD \cong \triangle ACE$ (SAS), 所以 $\angle ABD = \angle ACE$ 。因为 $AB = AC$, 所以 $\angle ABD = \angle ACD$, 所以 $\angle ACE = \angle ACD$ 。因为 $CD = CE$, 所以 $DF = EF$ 。

(3) 当 $\triangle ADF$ 是等腰三角形时, 分三种情况:

① 当 $DA = DF$ 时, 如图②, 设 $\angle B = \alpha$, 则 $\angle ADF = \angle C = \alpha$ 。

因为 $DA = DF$, 所以 $\angle DAF = \angle DFA = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ 。



第 14 题图②

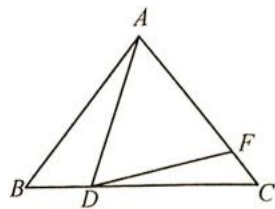
因为 $\angle B + \angle C + \angle BAD + \angle DAF = 180^\circ$, 所以 $\alpha + \alpha + 20^\circ + 90^\circ - \frac{1}{2}\alpha =$

180° , 解得 $\alpha = (\frac{140}{3})^\circ$, 此时 $\angle B = (\frac{140}{3})^\circ$ 。

② 当 $AF = DF$ 时, 如图③, 设 $\angle B = \alpha$, 则 $\angle ADF = \angle C = \alpha$ 。



因为 $AF=DF$, 所以 $\angle DAF=\angle ADF=\alpha$ 。因为 $\angle B+\angle C+\angle BAD+\angle DAF=180^\circ$, 所以 $\alpha+\alpha+20^\circ+\alpha=180^\circ$, 解得 $\alpha=\left(\frac{160}{3}\right)^\circ$, 此时 $\angle B=\left(\frac{160}{3}\right)^\circ$ 。



第 14 题图③

③ 当 $AD=AF$ 时, 因为 $AD=AE$, 点 F 在 DE 上, 所以此种情况不存在。

综上所述, $\angle B$ 的度数为 $\left(\frac{140}{3}\right)^\circ$ 或 $\left(\frac{160}{3}\right)^\circ$ 。

18.2 (1) 等腰三角形的判定 (1)

- ① C ② C ③ A ④ 3 ⑤ 4 ⑥ 320 ⑦ 69 ⑧ 5 ⑨ 40° ⑩ 90° 或 36°

⑪ (1) 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBE$ 中, 因为 $\begin{cases} \angle BAD = \angle BCE, \\ \angle B = \angle B, \\ BD = BE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABD \cong \triangle CBE$ (AAS), 所以

$BA=BC$ 。(2) 由 $BA=BC$, 得 $\angle BAC=\angle BCA$, 因为 $\angle BAD=\angle BCE$, 所以 $\angle FAC=\angle FCA$, 所以 $FA=FC$, 即 $\triangle AFC$ 为等腰三角形。

⑫ 由 $AB=AC$, 得 $\angle B=\angle C$ 。由 $DE \perp BC$, 得 $\angle BDE+\angle B=90^\circ$, $\angle F+\angle C=90^\circ$, 所以 $\angle F=\angle BDE$, 根据对顶角相等得 $\angle BDE=\angle FDA$, 所以 $\angle F=\angle FDA$, 所以 $AF=AD$, 即 $\triangle ADF$ 为等腰三角形。

⑬ (1) $36^\circ; 72^\circ; \triangle ABC, \triangle ACD$ 。

(2) ① 因为 $DB=DA$, 所以 $\angle BAD=\angle B$ 。因为 $AD=AC$, 所以 $\angle ACD=\angle ADC$ 。因为 $\angle ADC=\angle BAD+\angle B=2\angle BAD$, 所以 $\angle ACD=\angle ADC=2\angle BAD$ 。因为 $AB=BC$, 所以 $\angle BAC=\angle ACD=2\angle BAD$, 所以 $\angle BAD=\angle CAD$ 。因为 $MH \perp AD$, 所以 $\angle AHN=\angle AHE=90^\circ$, 所以 $\angle ANH=\angle E$, 所以 $AN=AE$, 即 $\triangle ANE$ 是等腰三角形。② $CD=BN+CE$ 。说明: 因为 $BN=AB-AN$, $CE=AE-AC$, $AN=AE$, 所以 $BN+CE=AB-AN+AE-AC=AB-AC$ 。因为 $AB=BC$, $BD=AC$, 所以 $BN+CE=BC-BD=CD$, 即 $CD=BN+CE$ 。

18.2 (2) 等腰三角形的判定 (2)

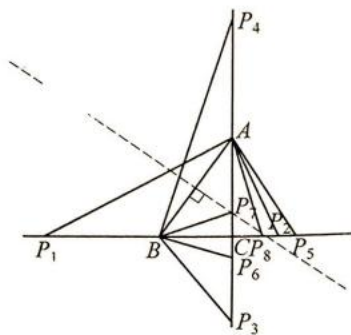
- ① C ② C ③ A ④ 4 ⑤ 75° ⑥ 78 ⑦ $\triangle ACD, \triangle ABF, \triangle ABE$

⑧ ①④

⑨ $3\alpha-\beta=180^\circ$ [提示: 在 $\triangle ABC$ 中, 因为 $AC=BC$, 所以 $\angle CAB=\angle CBA=\alpha$, $\angle C=180^\circ-2\alpha$ 。因为 $AD=BC=AC$, 所以 $\angle C=\angle D$ 。由 $\angle BAD=\beta$, 得 $\angle D=\alpha-\beta$, 所以 $180^\circ-2\alpha=\alpha-\beta$, 所以 $3\alpha-\beta=180^\circ$ 。]



10 8 [提示:如图,当 $P_1B=AB$ 时, $\triangle P_1AB$ 为等腰三角形;当 $P_2B=AB$ 时, $\triangle P_2AB$ 为等腰三角形;当 $P_3B=AB$ 时, $\triangle P_3AB$ 为等腰三角形;当 $P_4A=AB$ 时, $\triangle P_4AB$ 为等腰三角形;当 $P_5A=AB$ 时, $\triangle P_5AB$ 为等腰三角形;当 $P_6A=AB$ 时, $\triangle P_6AB$ 为等腰三角形;当 $P_7A=P_7B$ 时, $\triangle P_7AB$ 为等腰三角形;当 $P_8A=P_8B$ 时, $\triangle P_8AB$ 为等腰三角形。故共有 8 个。]

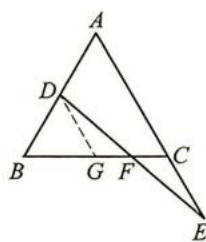


第 10 题图

11 由 $EF \perp BC$, 得 $\angle F + \angle C = 90^\circ$, $\angle BDE + \angle B = 90^\circ$ 。又由 $AB = AC$, 得 $\angle B = \angle C$, 所以 $\angle F = \angle BDE$ 。由 $\angle BDE = \angle FDA$, 得 $\angle FDA = \angle F$, 所以 $AF = AD$ 。又因为点 M 是 DF 的中点, 所以 $AM \perp FD$ 。

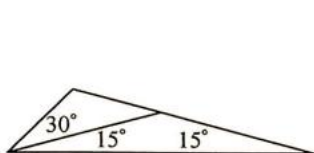
12 如图,过点 D 作 $DG \parallel AC$ 交 BC 于点 G , 所以 $\angle DGF = \angle ECF$ 。在

$\triangle DGF$ 和 $\triangle ECF$ 中, 因为 $\begin{cases} \angle DGF = \angle ECF, \\ \angle DFG = \angle EFC, \\ DF = EF, \end{cases}$ 所以 $\triangle DGF \cong \triangle ECF$ (AAS), 所以 $DG = CE$ 。由 $AB = AC$, 得 $\angle B = \angle ACB$, 又因为 $DG \parallel AC$, 所以 $\angle DGB = \angle ACB$, 所以 $\angle B = \angle DGB$, 所以 $BD = DG = CE$ 。

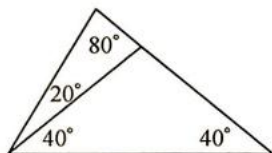


第 12 题图

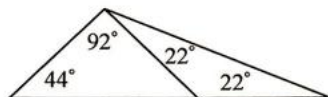
13 (1) 分割情况如图①、图②、图③。



第 13 题图①

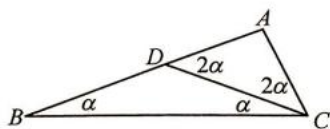


第 13 题图②

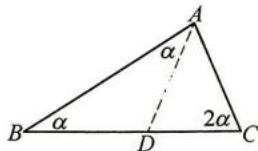


第 13 题图③

(2) ① AD, BD , 等角对等边, $B, BAD, 2\alpha$, 三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和, ADC , 等量代换, AD, AC , 等角对等边 ② 如图④, 设 $\angle B = \alpha$, $\angle C = 3\alpha$, 作 $\angle BCD = \angle B$, CD 交 AB 于点 D , 即 $\angle BCD = \angle B = \alpha$, 所以 $BD = CD$, 即 $\triangle BCD$ 是等腰三角形。因为 $\angle ADC = \angle B + \angle BCD = 2\alpha$, $\angle ACD = \angle ACB - \angle BCD = 2\alpha$, 所以 $\angle ACD = \angle ADC$, 所以 $AD = AC$, 即 $\triangle ACD$ 是等腰三角形。



第 13 题图④

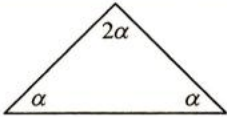
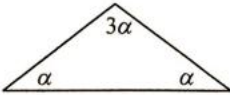
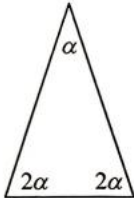
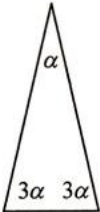


第 13 题图⑤

(3) 不能。如图⑤, 如果一个三角形中一个内角是另一个内角的两倍, 即 $\angle B = \alpha$, $\angle C = 2\alpha$, 那么 $\angle BAD = \angle B = \alpha$ 。由“三角形内角和等于 180° ”, 得 $4\alpha + \angle DAC = 180^\circ$, 则 $4\alpha < 180^\circ$, 即 $\alpha < 45^\circ$ 。说明较小的那个角需要小于 45° , 而小丽画的较小的角为 50° , 所以不能分割成两个等腰



三角形。

(4)	(1) 顶角是底角的两倍	(2) 顶角是底角的三倍
		
	$\alpha = 45^\circ$; 三个内角度数: $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 。	$\alpha = 36^\circ$; 三个内角度数: $36^\circ, 36^\circ, 108^\circ$ 。
	(3) 底角是顶角的两倍	(4) 底角是顶角的三倍
		
	$\alpha = 36^\circ$; 三个内角度数: $36^\circ, 72^\circ, 72^\circ$ 。	$\alpha = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ$; 三个内角度数: $\left(\frac{180}{7}\right)^\circ, \left(\frac{540}{7}\right)^\circ, \left(\frac{540}{7}\right)^\circ$ 。

18.3 等边三角形

① D ② B ③ C ④ 60° ⑤ 18 ⑥ 12 ⑦ 15° ⑧ 30° ⑨ 6

⑩ 45° [提示:在等边三角形 ABC 中,因为 $AB=AC$, $AD \perp BC$,所以 $\angle CAD = \angle BAD = 30^\circ$ 。又因为 $AD=AC$,所以 $\angle ACD = \angle ADC = 75^\circ$,所以 $\angle ECB = 75^\circ - 60^\circ = 15^\circ$,所以 $\angle E = \angle ABC - \angle BCE = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$ 。]

⑪ 因为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 都是等边三角形,所以 $AB=BC$, $BD=BE$, $\angle ABC = \angle DBE$ 。所

以 $\angle ABD = \angle CBE$ 。在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBE$ 中,因为 $\begin{cases} AB=CB, \\ \angle ABD = \angle CBE, \\ BD=BE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABD \cong \triangle CBE$ (SAS),

所以 $AD=CE$ 。因为 $AE=DE+AD$,所以 $AE=BE+CE$ 。

⑫ 因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形,所以 $AB=AC$, $\angle B = \angle CAD = \angle ACB = 60^\circ$ 。

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CAD$ 中,因为 $\begin{cases} BA=AC, \\ \angle B = \angle CAD, \\ BE=AD, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle CAD$ (SAS),所以 $\angle BAE = \angle ACD$ 。

又因为 $\angle CEG = \angle BAE$,所以 $\angle CEG = \angle ACD$,所以 $\angle EFG = \angle ACD + \angle FAC = \angle BAE + \angle FAC = \angle BAC = 60^\circ$, $\angle FGE = \angle GEC + \angle GCE = \angle ACD + \angle GCE = \angle ACB = 60^\circ$ 。所以 $\triangle EFG$ 是等边三角形。



13 (1) = 30° (2) (i) $AD = BE$ 。理由: 因为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 都是等边三角形, 所以 $AC = BC$, $CD = CE$, $\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$, 所以 $\angle ACD = \angle BCE$ 。在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中,

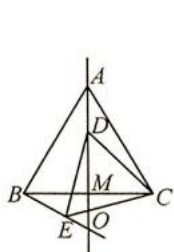
因为 $\begin{cases} AC = BC, \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS), 所以

$AD = BE$ 。

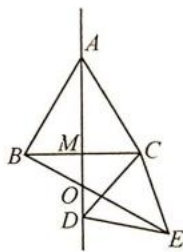
(ii) $\angle AOB$ 的度数是定值, $\angle AOB = 60^\circ$ 。理由: ① 当点 D 在线段 AM 上时, 如图①, 由 (i) 得 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 所以 $\angle CAD = \angle CBE$ 。因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形, AM 为边 BC 上的中线, 所以 AM 平分 $\angle BAC$, 即 $\angle BAM = \angle CAM = \frac{1}{2} \angle BAC = 30^\circ$, 所以 $\angle CBE = \angle CAD = 30^\circ$ 。

又因为 $\angle ABC = 60^\circ$, 所以 $\angle ABE = \angle CBE + \angle ABC = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ 。易知 $\angle BAM = 30^\circ$, 所以 $\angle AOB = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 。② 当点 D 在线段 AM 的延长线上时, 如图②, 同理得 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS), 所以 $\angle CBE = \angle CAD = 30^\circ$, 因为 $\angle ABC = 60^\circ$, 所以 $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 90^\circ$, 又易知 $\angle BAM = 30^\circ$, 所以 $\angle AOB = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 。

综上, $\angle AOB$ 的度数是一个定值, 为 60° 。



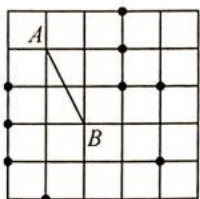
第 13 题图①



第 13 题图②

习题 18.1—18.3

- ① D ② C ③ D ④ 40° ⑤ 20° ⑥ 75° ⑦ 8 ⑧ 两直线平行, 内错角相等; 等边对等角



- ⑨ 9 [提示:] ⑩ ①②③⑤

⑪ 因为 AD 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAD = \angle EAD$ 。

在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle AED$ 中, $\begin{cases} AD = AD, \\ \angle BAD = \angle EAD, \\ AB = AE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABD \cong \triangle AED$ (SAS), 所以 $\angle B = \angle AED$ 。

因为 $\angle B = 2\angle C$, $\angle AED = \angle C + \angle EDC$, 所以 $\angle C = \angle EDC$, 所以 $\triangle ECD$ 是等腰三角形。

⑫ (1) 因为 $\triangle BDC$ 是等边三角形, 所以 $DB = DC$, $\angle BDC = \angle DBC = \angle DCB = 60^\circ$ 。

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中, 因为 $\begin{cases} AB = AC, \\ AD = AD, \\ BD = CD, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS), 所以 $\angle ADB =$

$\angle ADC$, 故 $\angle ADC = \frac{1}{2} \times (360^\circ - 60^\circ) = 150^\circ$ 。



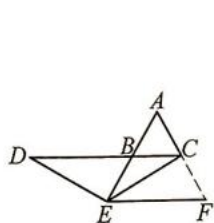
(2) 因为 $\angle ACE = \angle DCB = 60^\circ$, 所以 $\angle ACD = \angle ECB$ 。因为 $\angle CBE = 150^\circ$, $\angle ADC = 150^\circ$,

所以 $\angle ADC = \angle EBC$ 。在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ECB$ 中, 因为 $\begin{cases} \angle ACD = \angle ECB, \\ CD = CB, \\ \angle ADC = \angle EBC, \end{cases}$ 所以 $\triangle ACD \cong \triangle ECB$ (ASA), 所以 $AC = EC$, 所以 $\angle CAE = \angle CEA$ 。又因为 $\angle ACE = 60^\circ$, 所以 $\angle CAE = \angle CEA = \angle ACE = 60^\circ$, 所以 $\triangle ACE$ 是等边三角形。

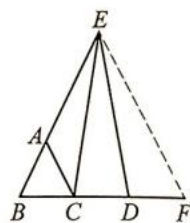
13 (1) = (2) =; 因为 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 所以 $\angle A = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$, $AB = AC$ 。因为 $EF \parallel BC$, 所以 $\angle AEF = \angle ABC = 60^\circ$, $\angle AFE = \angle ACB = 60^\circ$, 所以 $\angle AEF = \angle AFE = \angle A = 60^\circ$, 所以 $\triangle AEF$ 是等边三角形, 所以 $AE = EF$ 。因为 $AB - AE = AC - AF$, 所以 $BE = CF$ 。因为 $ED = EC$, 所以 $\angle D = \angle ECB$ 。因为 $\angle ABC = \angle D + \angle DEB$, $\angle ACB = \angle CEF + \angle ECD$, 所以 $\angle DEB = \angle CEF$ 。在 $\triangle DBE$ 和 $\triangle EFC$ 中, 因为 $\begin{cases} DE = EC, \\ \angle DEB = \angle CEF, \\ BE = FC, \end{cases}$

以 $\triangle DBE \cong \triangle EFC$ (SAS), 所以 $BD = FE$ 。因为 $AE = EF$, 所以 $AE = DB$ 。

(3) 如图, CD 的长为 3 或 1 [提示: (i) 如图①, 点 E 在 AB 的延长线上, 点 D 在 CB 的延长线上, 过点 E 作 $EF \parallel BC$, 交 AC 的延长线于点 F , 同(2)得 $\triangle AEF$ 是等边三角形, $\triangle DBE \cong \triangle EFC$, 所以 $AE = EF = 2$, $DB = EF = 2$ 。因为 $BC = 1$, 所以 $CD = BC + DB = 2 + 1 = 3$; (ii) 如图②, 点 E 在 BA 的延长线上, 点 D 在 BC 的延长线上, 过点 E 作 $EF \parallel AC$, 交直线 BC 于点 F , 同(2)得 $\triangle BEF$ 是等边三角形, $\triangle DBE \cong \triangle CFE$, 所以 $BF = BE = AB + AE = 2 + 1 = 3$, $DB = CF = BF - BC = 3 - 1 = 2$ 。因为 $BC = 1$, 所以 $CD = DB - BC = 2 - 1 = 1$ 。]



第 13 题图①



第 13 题图②

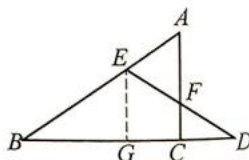
18.4 (1) 线段的垂直平分线 (1)

① C ② D ③ B ④ 10 ⑤ 27° ⑥ 30° ⑦ 8 ⑧ 119° ⑨ 36° ⑩ 18

11 因为 AD 垂直平分 BE , 所以 $AB = AE$, $BD = DE$ 。因为 $AB + BD = DC$, 又 $EC + DE = DC$, 所以 $AE = CE$, 故点 E 在线段 AC 的垂直平分线上。

12 因为 EF 垂直平分 AD , 所以 $AE = DE$, $\angle AFE = 90^\circ$ 。因为 $EF \perp AD$, 所以 $\angle AEF = \angle DEF$ 。因为 $\angle AFE = \angle ABC = 90^\circ$, 所以 $EF \parallel BC$, 所以 $\angle FEG = \angle G$, $\angle AEF = \angle C$, 所以 $\angle G = \angle C$, 所以 $EG = EC$ 。

13 如图, 过点 E 作 $EG \perp BD$, 垂足为点 G 。因为点 E 在 BD 的垂直平分线上, 所以 $BE = DE$ 。因为 $EG \perp BD$, 所以 $\angle BGE = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle BEG = \angle DEG$, 所以 $EG \parallel AC$, 所以 $\angle BEG = \angle EAF$, $\angle DEG =$



第 13 题图



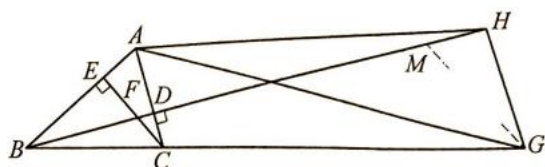
$\angle EFA$, 所以 $\angle EAF = \angle AFE$, 所以 $EF = EA$ 。所以点 E 在 AF 的垂直平分线上。

14 (1) 45° (2) 因为点 E 在边 BC 的垂直平分线上, 所以 $BE = CE$ 。因为 $BD \perp AC$, $CE \perp AB$, 所以 $\angle BEF = \angle CEA = \angle BDC = 90^\circ$ 。因为 $\angle BEF + \angle EFB + \angle EBF = 180^\circ$, $\angle CDF + \angle DFC + \angle DCF = 180^\circ$, $\angle BFE = \angle CFD$, 所以 $\angle EBF = \angle DCF$ 。在 $\triangle BEF$ 和 $\triangle CEA$ 中,

因为 $\begin{cases} \angle BEF = \angle CEA, \\ BE = CE, \\ \angle EBF = \angle ECA, \end{cases}$ 所以 $\triangle BEF \cong \triangle CEA$ (ASA), 故 $EF = EA$ 。

(3) $BH = AG + AD$, 理由: 如图, 在 BH 上截取 $MH = AD$, 连接 GM 。因为 $GH \parallel AC$, $\angle ADB = 90^\circ$, 所以 $\angle GHM = \angle ADB = 90^\circ$, $\angle HGB = \angle ACB$ 。在

$\triangle GHM$ 和 $\triangle BDA$ 中, 因为 $\begin{cases} GH = BD, \\ \angle GHM = \angle BDA, \\ MH = AD, \end{cases}$ 所以



第 14 题图

$\triangle GHM \cong \triangle BDA$ (SAS), 所以 $GM = AB$, $\angle HGM = \angle DBA$ 。由 (2) 知, $\triangle BEF \cong \triangle CEA$, 所以 $\angle DBA = \angle ACE$, 所以 $\angle ACE = \angle HGM$, 所以 $\angle HGB - \angle HGM = \angle ACB - \angle ACE$,

即 $\angle MGB = \angle ECB = \angle ABC$ 。在 $\triangle MGB$ 和 $\triangle ABG$ 中, 因为 $\begin{cases} GM = AB, \\ \angle MGB = \angle ABC, \\ BG = GB, \end{cases}$ 所以

$\triangle MGB \cong \triangle ABG$ (SAS), 所以 $BM = AG$, 所以 $BH = BM + MH = AG + AD$ 。

18.4 (2) 线段的垂直平分线 (2)

1 A 2 C 3 D 4 28° 5 6 6 ①④ 7 100° 8 44° 9 70° 或 20°

10 116°

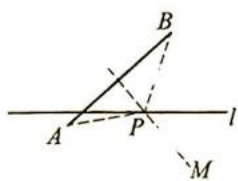
11 因为 $DE \perp AB$, 所以 $\angle AED = \angle ACD = 90^\circ$ 。因为 AD 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle EAD =$

$\angle CAD$ 。在 $\triangle AED$ 和 $\triangle ACD$ 中, 因为 $\begin{cases} \angle EAD = \angle CAD, \\ \angle AED = \angle ACD, \\ AD = AD, \end{cases}$ 所以 $\triangle AED \cong \triangle ACD$ (AAS), 所

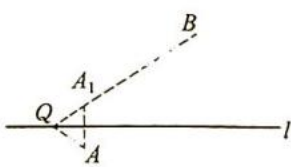
以 $AE = AC$, $ED = DC$, 故点 A 、 D 都在线段 CE 的垂直平分线上, 所以直线 AD 是线段 CE 的垂直平分线。

12 (1) 如图①, 连接 AB , 作线段 AB 的垂直平分线 MN , 直线 MN 和直线 l 的交点为 P , 点 P 即为所求。(2) 如图②, 作点 A 关于直线 l 的对称点 A_1 , 连接 BA_1 并延长交直线 l 于点 Q , 点 Q 即为所求。

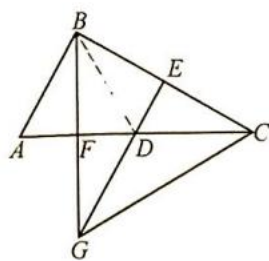




第 12 题图①



第 12 题图②



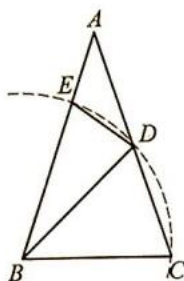
第 13 题图

13 (1) 如图,连接 BD 。因为 DE 是边 BC 的垂直平分线,所以 $DB=DC$ 。因为 $BF \perp AC$,点 F 为 AD 的中点,所以 $AB=DB$,所以 $AB=CD$ 。因为点 D 为 AC 的中点,所以 $AC=2CD$,所以 $AC=2AB$ 。

(2) 因为 $DB=DC$, $\angle ACB=30^\circ$,所以 $\angle DBC=\angle DCB=30^\circ$,所以 $\angle ADB=\angle DBC+\angle DCB=60^\circ$ 。因为 $AB=DB$,所以 $\angle BDA=\angle BAD$,所以 $\angle BDA=\angle BAD=\angle ABD=60^\circ$,所以 $\triangle ABD$ 为等边三角形。因为 F 为 AD 的中点,所以 $\angle DBF=30^\circ$,所以 $\angle CBF=60^\circ$ 。因为 DE 垂直平分 BC ,所以 $BG=CG$,所以 $\angle GBC=\angle GCB$,所以 $\angle GBC=\angle GCB=\angle CBF=60^\circ$,所以 $\triangle BCG$ 为等边三角形。

14 任务一: $PA=PB$, 线段垂直平分线上的任意一点到该线段的两个端点的距离相等。

任务二: 如图①,分别连接 BD 、 DE ,则 $\triangle BCD$ 、 $\triangle BED$ 、 $\triangle AED$ 即为所求的等腰三角形。因为 $AB=AC$, $\angle A=36^\circ$,所以 $\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$ 。因为 $BD=BC$,所以 $\angle BDC=\angle BCD$,所以 $\angle DBC=180^\circ - 72^\circ \times 2 = 36^\circ$,所以 $\triangle BCD$ 是顶角为 36° 的等腰三角形。因为 $\angle DBE = \angle ABC - \angle DBC = 36^\circ$,又 $BD=BE$,所以 $\triangle BED$ 是顶角为 36° 的等腰三角形。因为 $\angle BED = \angle BDE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$,所以 $\angle AED = 180^\circ - \angle BED = 108^\circ$,所以 $\angle ADE = 180^\circ - \angle AED - \angle A = 36^\circ$,所以 $\angle ADE = \angle A$,所以 $AE=DE$,所以 $\triangle AED$ 是顶角为 108° 的等腰三角形。



第 14 题图①



第 14 题图②

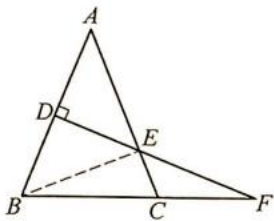
任务三:如图②,作 AB 、 AC 的垂直平分线,分别交 BC 于点 D 、 E ,分别连接 AD 、 AE ,裁剪线为 AD 、 AE 。

习题 18.4

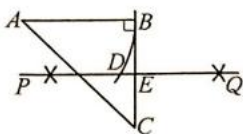
- 1 D 2 C 3 A 4 100° 5 160° 6 2000 7 15° 8 $0^\circ < \alpha \leq 45^\circ$
9 128° 10 ②③④



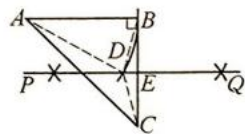
11 如图,连接 BE , 设 $\angle A = 4x$ 。因为 $\angle A : \angle F = 4 : 3$, 所以 $\angle F = 3x$ 。因为 DF 垂直平分 AB , 所以 $AE = BE$, $\angle BDF = 90^\circ$, 所以 $\angle ABE = \angle A = 4x$ 。因为 $AE = EF$, 所以 $BE = EF$, 所以 $\angle F = \angle CBE = 3x$ 。因为 $\angle ABC + \angle F = 90^\circ$, 所以 $7x + 3x = 90^\circ$, 解得 $x = 9^\circ$, 所以 $\angle A = 36^\circ$ 。



第 11 题图



第 12 题图①

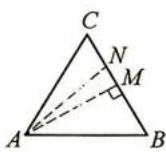


第 12 题图②

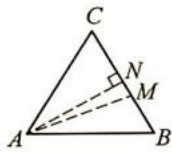
12 (1) 如图①。(2) 如图②, 分别连接 DA 、 DB 、 DC 。因为点 D 在线段 BC 的垂直平分线 PQ 上, 所以 $DB = DC$, $DE \perp BC$, 所以 $\angle BDE = \angle CDE = \frac{1}{2} \angle BDC$ 。因为 $\angle PEC = \angle ABC = 90^\circ$, 所以 $AB \parallel DE$, 所以 $\angle ABD = \angle BDE$ 。因为 $AB = AD$, 所以 $\angle ADB = \angle ABD$, $\angle ADB = \frac{1}{2} \angle BDC$ 。

13 (1) $12 - 4t$, $6t - 24$

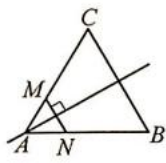
(2) 因为 $6t - 12 = 4t$, 解得 $t = 6$, 所以当 $t = 6$ 时, 两点相遇。故当 $4 \leq t \leq 6$ 时, 点 N 落在 BC 上, 此时点 M 也在 BC 上。如图①, 当点 M 是 BC 的中点时, 因为 $AB = BC = AC = 12$ cm, 所以 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $AM \perp BC$, 此时 $t = \frac{12+6}{4} = 4.5$, 满足题意; 如图②, 当 N 是 BC 的中点时, $AN \perp BC$, 此时 $t = \frac{12+12+6}{6} = 5$, 满足题意; 综上所述, 满足条件的 t 的值为 4.5 或 5。



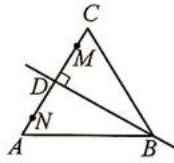
第 13 题图①



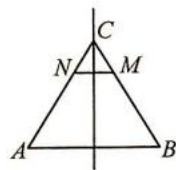
第 13 题图②



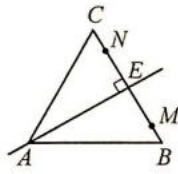
第 13 题图③



第 13 题图④



第 13 题图⑤



第 13 题图⑥

(3) 如图③, 当线段 MN 的垂直平分线经过点 A 时, $AM = AN$, $4t = 12 - 6t$, 解得 $t = \frac{6}{5}$; 如图④, 当线段 MN 的垂直平分线经过点 B 时, $DM = DN$, $AD = CD$, 所以 $CM = AN$, 即 $12 - 4t = 6t - 12$, 解得 $t = \frac{12}{5}$; 如图⑤, 当线段 MN 的垂直平分线经过点 C 时, $CM = CN$, 即 $4t - 12 = 24 - 6t$, 解得 $t = \frac{18}{5}$; 如图⑥, 当线段 MN 的垂直平分线经过点 A 时, $CE = BE$, $NE = ME$, 所以



$CN = BM$, $6t - 24 = 24 - 4t$, 解得 $t = \frac{24}{5}$ 。

综上所述, 满足条件的 t 的值为 $\frac{6}{5}$ 或 $\frac{12}{5}$ 或 $\frac{18}{5}$ 或 $\frac{24}{5}$ 。

单元练习十八

- ① C ② B ③ C ④ D ⑤ A ⑥ A ⑦ 24 cm ⑧ 40° ⑨ 40° ⑩ 110°
 ⑪ 36 ⑫ 45° ⑬ 67.5° ⑭ 15° ⑮ 4 ⑯ 3 ⑰ 40° ⑱ 4 ⑲ 53°
 ⑳ ①②③

21 (1) 因为 EF 是 AB 的垂直平分线, 所以 $OA = OB$ 。又因为 $AB = AC$, 点 D 为边 BC 的中点, 所以 $AD \perp BC$, 所以 AD 是 BC 的垂直平分线, 所以 $OB = OC$, 所以 $OA = OC$, 即 $\triangle AOC$ 是等腰三角形。(2) 因为 $AB = AC$, 点 D 为边 BC 的中点, $\angle BAD = 20^\circ$, 所以 $\angle CAD = \angle BAD = 20^\circ$, $\angle BAC = 2\angle BAD = 40^\circ$ 。因为 EF 是 AB 的垂直平分线, 所以 $EF \perp AB$, 所以 $\angle AEF = 90^\circ$, 所以 $\angle AFE = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ 。因为 $OA = OC$, 所以 $\angle OCA = \angle OAC = 20^\circ$ 。因为 $\angle AFE = \angle OCA + \angle COF$, 所以 $\angle COF = 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ$ 。

22 因为 $\triangle ABC$ 、 $\triangle CDE$ 是等边三角形, 所以 $CA = CB$, $CE = CD$, $\angle ACB = \angle ECD = 60^\circ$ 。因为 $\angle ACB + \angle BCE = 180^\circ$, $\angle ACD + \angle ECD = 180^\circ$, 所以 $\angle ACD = \angle BCE = 120^\circ$ 。

在 $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCE$ 中, 因为 $\begin{cases} AC = BC, \\ \angle ACD = \angle BCE, \\ CD = CE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ (SAS), 所以 $\angle ADC =$

$\angle BEC$, $AD = BE$ 。因为点 M 是 AD 的中点, 点 N 是 BE 的中点, 所以 $MD = \frac{1}{2}AD$, $NE =$

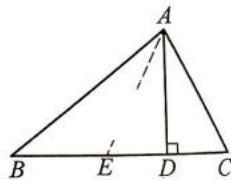
$\frac{1}{2}BE$, 所以 $MD = NE$ 。在 $\triangle CDM$ 和 $\triangle CEN$ 中, 因为 $\begin{cases} CD = CE, \\ \angle CDM = \angle CEN, \\ DM = EN, \end{cases}$

$\triangle CDM \cong \triangle CEN$ (SAS), 所以 $CM = CN$, $\angle DCM = \angle ECN$, 所以 $\angle DCM + \angle DCN = \angle ECN + \angle DCN$, 所以 $\angle MCN = \angle DCE = 60^\circ$ 。因为 $CM = CN$, 所以 $\angle CMN = \angle CNM$, 所以 $\angle CMN = \angle CNM = \angle MCN = 60^\circ$, 所以 $\triangle CMN$ 是等边三角形。

23 如图, 由 $BD > CD$, 在 BD 上截取 $ED = CD$, 连接 AE 。

因为 $AD \perp BC$, 所以 $\angle ADE = \angle ADC = 90^\circ$ 。

在 $\triangle AED$ 和 $\triangle ACD$ 中, 因为 $\begin{cases} AD = AD, \\ \angle ADE = \angle ADC, \\ ED = CD, \end{cases}$ 所以 $\triangle AED \cong$



第 23 题图

$\triangle ACD$ (SAS), 所以 $\angle C = \angle AED$ 。因为 $\angle AED > \angle B$, 所以 $\angle C > \angle B$, 所以 $AB > AC$ 。



24 (1) 因为 $\triangle ADC \cong \triangle BOC$, 所以 $DC = OC$, $\angle ACD = \angle BCO$, 所以 $\angle ACD + \angle ACO = \angle BCO + \angle ACO$, 即 $\angle DCO = \angle ACB$ 。因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $\angle ACB = 60^\circ$, 所以 $\angle DCO = 60^\circ$ 。因为 $DC = OC$, 所以 $\triangle OCD$ 是等边三角形。

(2) 因为 $\triangle ADC \cong \triangle BOC$, $\angle BOC = \alpha$, 所以 $\angle ADC = \angle BOC = \alpha$ 。因为 $\angle CDO = 60^\circ$, 所以 $\angle ADO = \alpha - 60^\circ$ 。因为 $\angle AOB = 100^\circ$, $\angle COD = 60^\circ$, 所以 $\angle AOD = 360^\circ - 100^\circ - \alpha - 60^\circ = 200^\circ - \alpha$, 所以 $\angle DAO = 180^\circ - (200^\circ - \alpha) - (\alpha - 60^\circ) = 40^\circ$ 。由于 $\triangle AOD$ 是等腰三角形, 需要分三种情况: ① 当 $AO = AD$ 时, $\angle AOD = \angle ADO$, $200^\circ - \alpha = \alpha - 60^\circ$, 解得 $\alpha = 130^\circ$; ② 当 $OA = OD$ 时, $\angle OAD = \angle ODA$, $\alpha - 60^\circ = 40^\circ$, 解得 $\alpha = 100^\circ$; ③ 当 $DO = DA$ 时, $\angle DOA = \angle DAO$, $200^\circ - \alpha = 40^\circ$, 解得 $\alpha = 160^\circ$ 。

综上所述, 当 $\alpha = 130^\circ, 100^\circ$ 或 160° 时, $\triangle AOD$ 是等腰三角形。

25 问题 1: 1, 30° 。

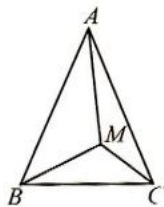
问题 2: (1) $\angle AMB + \angle ABC = 180^\circ$ 或 $\angle AMB = 2\angle ABC$, 理由如下:

如图①, 满足 $\angle MAB = \angle MBC = \angle MCA$ 。因为 $AB = AC$, 所以 $\angle ABC = \angle ACB$ 。因为 $\angle ABM + \angle MAB + \angle AMB = 180^\circ$, 所以 $\angle ABM + \angle MBC + \angle AMB = 180^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle AMB = 180^\circ$ 。

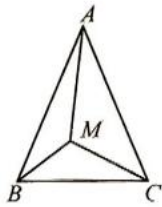
如图②, 满足 $\angle MAC = \angle MCB = \angle MBA$ 。因为 $AB = AC$, 所以 $\angle ABC = \angle ACB$ 。因为 $\angle MBA + \angle MAB + \angle AMB = 180^\circ$, 所以 $\angle MAC + \angle MAB + \angle AMB = 180^\circ$, 所以 $\angle BAC + \angle AMB = 180^\circ$ 。因为 $\angle BAC + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$, 所以 $\angle AMB = 2\angle ABC$ 。

(2) 如图③, 过 C 点作 $CD \perp AM$, 垂足为点 D , 则 $\angle ADC = 90^\circ$ 。由 $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, 得 $\angle ABC = \angle ACB = 45^\circ$ 。因为 $\angle MAC$ 是“布洛卡角”, 所以 $\angle MAC = \angle MCB = \angle MBA$, 所以 $\angle AMB = 180^\circ - \angle ABM - \angle BAM = 180^\circ - \angle MAC - \angle BAM = 180^\circ - \angle BAC = 90^\circ$, $\angle BMC = 180^\circ - \angle MBC - \angle MCB = 180^\circ - \angle MBC - \angle ABM = 180^\circ - \angle ABC = 135^\circ$, 所以 $\angle ADC = \angle BMA = 90^\circ$, $\angle CMD = \angle MCD = 45^\circ$, 所以 $MD = CD$ 。

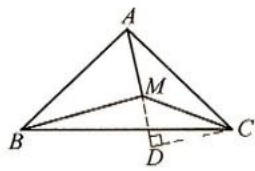
在 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BMA$ 中, 因为 $\begin{cases} \angle ADC = \angle BMA, \\ \angle CAD = \angle ABM, \\ AC = BA, \end{cases}$ 所以 $\triangle ADC \cong \triangle BMA$ (AAS), 所以 $AD = BM$, $CD = AM$, 所以 $AD = 2CD$, 所以 $BM = 2CD$ 。因为 $BM = 5$, 所以 $CD = 2.5$ 。即点 C 到直线 AM 的距离是 2.5。



第 25 题图①



第 25 题图②



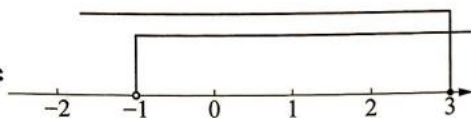
第 25 题图③



期中练习一

- ① C ② D ③ D ④ A ⑤ C ⑥ C ⑦ $3x > \frac{1}{2}x - 1$ ⑧ $-3 < x < 4$
 ⑨ $x < 9$ ⑩ 36° ⑪ $5\text{ cm} < c < 11\text{ cm}$ ⑫ 35 ⑬ 如果两个角是同一个角的余角,那么这两个角相等
 ⑭ 56° ⑮ $x < \frac{1}{9}$ ⑯ $a < \frac{3}{2}$ ⑰ $11 < x \leq 12$
 ⑱ 1 [提示:同高的三角形,面积比等于底边长之比。]
 ⑲ 30° [提示:由题意得: $\alpha = 2\beta$, $\alpha = 100^\circ$, 则 $\beta = 50^\circ$, $180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ$ 。]
 ⑳ 124° 或 31° [提示:当 $A'D \parallel AC$ 时,则 $\angle ADA' = \angle A = 30^\circ$, $\alpha = 30^\circ + 47^\circ \times 2 = 124^\circ$, 当 $A'D \parallel BC$ 时,则 $\angle A'DB + \angle B = 180^\circ$, $\angle A'DB = 117^\circ$, $\alpha = 117^\circ - 86^\circ = 31^\circ$ 。]
 ㉑ (1) $x \geq -\frac{3}{5}$ (2) $x > 5$ ㉒ 不等式组的解集为 $-1 < x \leq 3$ 。

将不等式组的解集表示在数轴上如下:



- ㉓ (1) 图略 (2) BC (3) =
 ㉔ ADC; 同位角相等,两直线平行; 两直线平行,同旁内角互补; 同角的补角相等; AB; DG。
 ㉕ 因为 $\angle 1 + \angle DFE = 180^\circ$ (平角定义), $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$ (已知), 所以 $\angle 2 = \angle DFE$ (等量代换), 所以 $EF \parallel AB$ (内错角相等, 两直线平行), 所以 $\angle 3 = \angle ADE$ (两直线平行, 内错角相等)。
 因为 $\angle 3 = \angle B$ (已知), 所以 $\angle B = \angle ADE$ (等量代换), 所以 $DE \parallel BC$ (同位角相等, 两直线平行), 所以 $\angle AED = \angle ACB$ (两直线平行, 同位角相等)。
 ㉖ (1) 9; (2) 设 a 的个位数字为 y , 则其十位数字为 $(y - 3)$ 。

因为 $f(a) = 7$, 所以 $\frac{10(y-3) + y + 10y + y - 3}{11} = 7$, 解得 $y = 5$, 那么 $a = 25$;

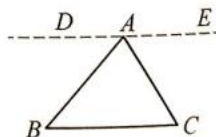
(3) 因为一个“慧泉数” m 的十位数字是 x , 另一个“慧泉数” n 的个位数字是 x , 所以数 m 的个位数字是 $(x + 3)$, 数 n 的十位数字是 $(x - 3)$, 因此 $f(m) = \frac{10x + x + 3 + 10(x + 3) + x}{11} = 2x +$

3 , $f(n) = \frac{10(x - 3) + x + 10x + x - 3}{11} = 2x - 3$ 。

因为 $f(m) + f(n) < 20$, 所以 $2x + 3 + 2x - 3 < 20$, 解得 $x < 5$ 。因为 $x - 3 > 0$ 且 x 为整数, 所以 $x = 4$, 即 $m = 47$, $n = 14$ 。

㉗ (1) 过点 A 作 $DE \parallel BC$, 如图①所示, 有 $\angle DAB = \angle B$, $\angle EAC = \angle C$ 。因为点 A 在直线 DE 上, 所以 $\angle BAC + \angle DAB + \angle EAC = 180^\circ$, 所以 $\angle BAC + \angle B + \angle C = 180^\circ$;

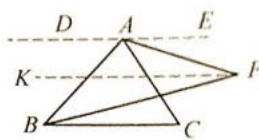
(2) 过点 F 作 $FK \parallel DE$, 如图②所示。因为 $DE \parallel BC$, 所以 $DE \parallel FK \parallel$



第 27 题图①



BC, 所以 $\angle AFK = \angle EAF$, $\angle BFK = \angle FBC$, $\angle DAB = \angle ABC$, 所以 $\angle AFK + \angle BFK = \angle EAF + \angle FBC$, 即 $\angle AFB = \angle EAF + \angle FBC$ 。



第 27 题图②

因为 $\angle EAC = n\angle EAF$, $\angle ABC = n\angle FBC$, 所以 $\angle EAC + \angle ABC = n(\angle EAF + \angle FBC)$, 即 $\angle EAC + \angle DAB = n(\angle EAF + \angle FBC)$ 。又因

为 $\angle BAC + \angle DAB + \angle EAC = 180^\circ$, $\angle BAC = 80^\circ$, 所以 $\angle EAC + \angle DAB = 180^\circ - \angle BAC = 100^\circ$, 所以 $n(\angle EAF + \angle FBC) = 100^\circ$, 所以 $\angle EAF + \angle FBC = \left(\frac{100}{n}\right)^\circ$, 所以 $\angle AFB = \left(\frac{100}{n}\right)^\circ$;

(3) 设 $\angle ABG = \alpha$, $\angle GDE = \beta$, 因为 DG 平分 $\angle ADE$, BG 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle GBF = \angle ABG = \alpha$, $\angle ABC = 2\angle ABG = 2\alpha$, $\angle ADE = 2\angle GDE = 2\beta$ 。

因为 $DE \parallel BC$, 所以 $\angle ADE = \angle ACF = 2\beta$, $\angle GFM = \angle GDE = \beta$ 。

因为 $\angle ACF = \angle ABC + \angle A$, $\angle A = 40^\circ$, $\angle GFM = \angle G + \angle GBF$, 所以 $2\beta = 2\alpha + 40^\circ$, $\beta = \angle G + \alpha$, 所以 $\beta - \alpha = 20^\circ$, 所以 $\angle G = \beta - \alpha = 20^\circ$ 。

期中练习二

① A ② B ③ B ④ B ⑤ C ⑥ B

⑦ $\frac{1}{2}x - y \geq -3$ ⑧ $-\frac{1}{2} < x < 4$ ⑨ $x = -2$ ⑩ 60° 或 120°

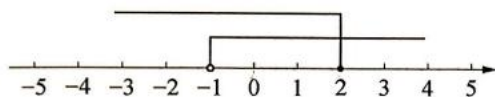
⑪ 108° ⑫ 4 ⑬ 20° 或 55° ⑭ ②③④ ⑮ 34°

⑯ ①②③ ⑰ 75° ⑱ 3 或 7 ⑲ 0 ⑳ 33° 或 74° 或 123°

㉑ 由 $3(x+2) - 2(2x-1) \leq 12$ 得 $3x+6-4x+2 \leq 12$, 解得 $x \geq -4$ 。

㉒ 解不等式 $2(x-1) > -4$, 得 $x > -1$; 解不等式 $x-1 \leq \frac{1+x}{3}$ 得 $x \leq 2$ 。

所以原不等式组的解集为 $-1 < x \leq 2$, 故该不等式组的解集在数轴上表示如图所示:



㉓ 由 $\frac{5}{2}x - 6 \leq a - \frac{x}{2}$ 得 $x \leq \frac{1}{3}a + 2$; 由 $\frac{1}{2} - \frac{3}{4}x \leq \frac{3-x}{2} - 1$ 得 $x \geq 0$ 。

因为不等式组恰有一个解, 所以 $\frac{1}{3}a + 2 = 0$, 解得 $a = -6$ 。

㉔ (1) ②③

(2) 存在, 因为程序只能进行两次操作:

第一次计算的代数式是 $(-3x+6)$,

第二次输出的代数式是 $(-3) \times (-3x+6) + 6 = 9x-12$,

所以 $\begin{cases} -3x+6 \leq 0, \\ 9x-12 > 0, \end{cases}$ 解不等式组得 $x \geq 2$ 。



又因为 $9x - 12 < 12$, 解得 $x < \frac{8}{3}$, 所以 $2 \leq x < \frac{8}{3}$ 。

因为 x 为正整数, 所以 $x = 2$ 。

25 (1) 含脂肪质量: $400 \times 5\% = 20$ (克);

(2) 碳水化合物占快餐总质量为 $400 \times 40\% = 160$ (克),

这份快餐所含蛋白质的质量: $\frac{4}{5} \times (400 - 20 - 160) = 176$ (克);

(3) 设所含矿物质的质量为 x 克, 则所含蛋白质的质量为 $4x$ 克, 所含碳水化合物的质量为 $(400 - 20 - 4x - x)$ 克, 根据题意得 $4x + (400 - 20 - 4x - x) \leq 85\% \times 400$, 解得 $x \geq 40$, 所以所含矿物质的质量的最小值为 40 克, 所含碳水化合物质量的最大值为 $400 - 20 - 4 \times 40 - 40 = 180$ (克)。

26 (1) 证明: 因为 $EF \parallel DC$, 所以 $\angle DCF + \angle 2 = 180^\circ$ 。

因为 $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $\angle DCF = \angle 1$, 所以 $DH \parallel AC$;

(2) 由(1)知 $DH \parallel AC$, 所以 $\angle BHD = \angle ACB$,

因为 $\angle BHD = 66^\circ$, 所以 $\angle ACB = 66^\circ$, 因为 CD 平分 $\angle ACB$, 所以 $\angle ACD = \angle BCD = 33^\circ$,

因为 $EF \parallel DC$, 所以 $\angle ACD + \angle 2 = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 = 147^\circ$

27 (1) 证明: 因为 AE 平分 $\angle BAD$, 所以 $\angle BAE = \angle DAE$ 。

因为 $\angle BAE = \angle AEB$, 所以 $\angle DAE = \angle AEB$, 所以 $AD \parallel BC$;

(2) 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle ADB = \angle EBD$, $\angle ADC + \angle C = 180^\circ$ 。

因为 DF 平分 $\angle BDC$, $\angle C + 2\angle EDF = 40^\circ$, 所以 $\angle BDC = 2\angle BDF = 2\angle BDE + 2\angle EDF$ 。

因为 $\angle ADB + \angle BDC + \angle C = 180^\circ$, 所以 $\angle DBE + 2\angle BDE + 2\angle EDF + \angle C = 180^\circ$ 。

因为 $\angle BDE = \angle EBD + 10^\circ$, 所以 $\angle DBE + 2(\angle EBD + 10^\circ) + 40^\circ = 180^\circ$,

解得 $\angle DBE = 40^\circ$, 所以 $\angle BDE = 50^\circ$, 所以 $\angle DEF = 90^\circ > \angle DFE$, 所以 $DF > DE$ 。

28 (1) 3

(2) 因为 $\angle POM = 30^\circ$, 所以 $\angle OAB + \angle OBA = 150^\circ$ 。

又因为 BC 平分 $\angle OBA$, AC 平分 $\angle OAB$, 所以 $\angle CBA + \angle CAB = \frac{1}{2}\angle OAB + \frac{1}{2}\angle OBA = 75^\circ$, 所以 $\angle C = 105^\circ$ 。

① 当 $\angle CBA = 2\angle BAC$ 时, 因为 $\angle CBA + \angle CAB = 75^\circ$, 所以 $\angle BAC = 25^\circ$;

② 当 $\angle BAC = 2\angle CBA$ 时, 因为 $\angle CBA + \angle CAB = 75^\circ$, 所以 $\angle BAC = 50^\circ$;

③ 当 $\angle C = 2\angle BAC$ 时, 因为 $\angle C = 105^\circ$, 所以 $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle C = 52.5^\circ$;

④ 当 $\angle C = 2\angle CBA$ 时, 因为 $\angle C = 105^\circ$, 所以 $\angle CBA = \frac{1}{2}\angle C = 52.5^\circ$, 所以 $\angle BAC = 22.5^\circ$ 。

综上, $\angle BAC$ 等于 50° 、 52.5° 、 25° 或 22.5° ;

(3) 因为 AE 平分 $\angle BAO$, AF 平分 $\angle OAG$, 所以 $\angle BAE = \angle EAO$, $\angle OAF = \angle GAF$, 所¹¹



$\angle EAF = \angle EAO + \angle OAF = 90^\circ$, 所以 $\angle E + \angle F = 90^\circ$;

又因为 EF 平分 $\angle BOQ$, 所以 $\angle EOQ = \angle E + \angle EAO = 45^\circ$ ①, $\angle BOQ = \angle ABO + \angle BAO = 90^\circ$ ②;

① $\times 2 -$ ② 得 $\angle ABO = 2\angle E$ 。

若 $\triangle AEF$ 为 3 倍角三角形:

i) 若 $\angle F = 3\angle E$, 因为 $\angle E + \angle F = 90^\circ$, 所以 $\angle E = 22.5^\circ$, 所以 $\angle ABO = 45^\circ$;

ii) 若 $\angle E = 3\angle F$, 所以 $\angle E = 67.5^\circ$, 所以 $\angle ABO = 135^\circ$ (不符合题意, 舍去);

iii) 若 $\angle EAF = 3\angle E$, 所以 $\angle E = 30^\circ$, 所以 $\angle ABO = 60^\circ$;

iv) 若 $\angle EAF = 3\angle F$, 所以 $\angle F = 30^\circ$, $\angle E = 60^\circ$, 所以 $\angle ABO = 120^\circ$ (不符合题意, 舍去);

综上所述, $\angle ABO$ 等于 45° 或 60° 时, $\triangle AEF$ 为 3 倍角三角形。

期末练习一

① B ② B ③ C ④ D ⑤ A ⑥ C [提示: ①②④正确。]

⑦ $x \leq -\frac{1}{2}$ ⑧ 0、1、2 ⑨ 2 ⑩ 145° ⑪ 全等三角形的对应角相等 ⑫ 72°

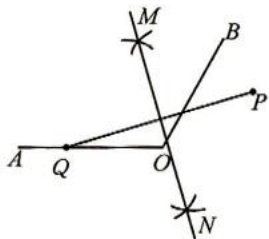
⑬ 两个角相等的三角形是等腰三角形 ⑭ $a \leq -\frac{3}{2}$ ⑮ 60° 或 120° ⑯ 25 ⑰ 11

⑱ 22 ⑲ $\frac{4}{3}$ 或 $\frac{5}{3}$ [提示: 设 $3x + 1 = k$, 则 $k - \frac{1}{2} \leq \frac{5(k-1)}{3} - 2 < k + \frac{1}{2}$ 。]

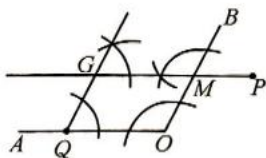
⑳ $180^\circ - 3\alpha$ [提示: 因为 $\angle BFE = \angle DEF = \alpha$, 所以图①、②中的 $\angle CFE = 180^\circ - \angle BFE$, 后面每折叠一次, 减少一个 $\angle BFE$ 。]

㉑ (1) $x < 2$ (2) $-1 \leq x < \frac{8}{3}$ ㉒ (1) $k = -4$ (2) $-4 < k \leq -1$

㉓ (1) 如图①, MN 即为所求; (2) 如图②, 点 G 即为所求, 120° 。



第 23 题图①



第 23 题图②

㉔ $\angle DBC, \angle DCB$, 等边对等角 等角对等边 SAS 全等三角形的对应角相等 等腰三角形的“三线合一”。

㉕ 因为 $\angle BAC = \angle 1 + \angle DAC$, $\angle DAE = \angle 2 + \angle DAC$, 又因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\angle BAC = \angle DAE$ 。因为 $\angle 2 + \angle AFE + \angle E = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle DFC + \angle C = 180^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$, $\angle AFE =$



$\angle DFC$, 所以 $\angle E = \angle C$ 。

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $\begin{cases} \angle BAC = \angle DAE, \\ \angle E = \angle C, \\ AB = AD, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (AAS), 所以 $AC = AE$ 。

26 (1) 因为 BE 平分 $\angle ABC$, 所以 $\angle ABE = \angle CBE$ 。因为 $AC \parallel EF$, 所以 $\angle A = \angle DFE$ 。因为 $\angle A = \angle BCD$, 所以 $\angle DFE = \angle BCD$ 。又因为 $BE = BE$, 所以 $\triangle BEF \cong \triangle BEC$ (AAS), 所以 $EF = EC$ 。

(2) 因为 $\triangle BEF \cong \triangle BEC$, 所以 $\angle BEC = \angle BEF = 110^\circ$, 所以 $\angle CEF = 360^\circ - \angle BEC - \angle BEF = 140^\circ$ 。因为 $AC \parallel EF$, 所以 $\angle ACD = 180^\circ - \angle CEF = 40^\circ$, 所以 $\angle ACD$ 的度数为 40° 。

27 (1) 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 。又因为 E 为 AC 的中点, 所以 $AE = CE$,

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDE$ 中, $\begin{cases} \angle A = \angle C, \\ \angle B = \angle D, \\ AE = CE, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle CDE$ (AAS), 所以 $AB = CD = 6$ 。

因为 $\triangle AEM$ 的面积为 $\triangle BEM$ 的面积的 2 倍, 所以 $AM = 2MB$, 所以 $MB = 2$, $AM = 4$,

所以点 M 、 N 的移动时间为 $\frac{2}{1} = 2$ (秒), 故此时 $CN = 2 \times 2 = 4$, 因此 $DN = 6 - 4 = 2$ 。

(2) 因为 $\angle A = \angle C$, $AE = CE$, 所以当 $AM = CN$ 时, $\triangle AEM \cong \triangle CEN$ (SAS)。

当 $0 < t < 3$ 时, $6 - t = 2t$, 解得 $t = 2$; 当 $3 < t < 6$ 时, $6 - t = 12 - 2t$, 解得 $t = 6$ (舍去)。

综上所述, 当 $t = 2$ 时, $\triangle AEM \cong \triangle CEN$ 。

28 (1) 结论: $BE = DF$ 。

理由: 如图①, 因为等腰 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 全等, 所以 $AB = AC = AD$,

$\angle C = \angle ABC = \angle ABD = \angle D$, $\angle BAC = \angle BAD$ 。

又因为 $\angle MAN = \angle BAC = \alpha$, 所以 $\angle MAN = \angle BAD = \alpha$, 所以 $\angle EAB = \angle FAD$ 。

在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle AFD$ 中, $\begin{cases} \angle ABE = \angle D, \\ AB = AD, \\ \angle EAB = \angle FAD, \end{cases}$ 所以 $\triangle AEB \cong \triangle AFD$, 所以

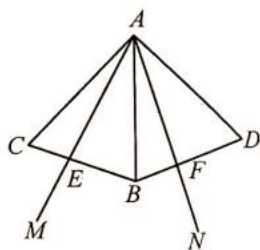
$BE = DF$ 。

(2) 结论: $CE - FD = BD$ 。

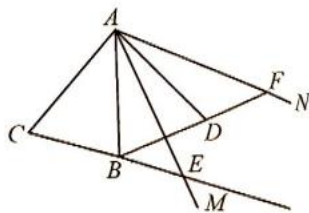
理由: 如图②, 因为 $\angle MAN = \angle BAD$, 所以 $\angle DAF = \angle BAE$ 。又因为

$\angle ABC = \angle ADB$, 所以 $\angle ABE = \angle ADF$ 。

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ADF$ 中, $\begin{cases} \angle ABE = \angle ADF, \\ AB = AD, \\ \angle BAE = \angle DAF, \end{cases}$ 所以 $\triangle AEB \cong \triangle AFD$,



第 28 题图①



第 28 题图②



所以 $BE = DF$ 。因为 $BC = BD$, 所以 $CE - FD = CE - BE = BC = BD$ 。

(3) 结论: $90^\circ - \alpha$ 。

理由: 如图③, AE 交 BD 于点 O , 连接 EF 。

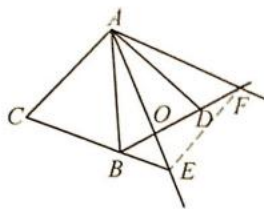
因为 $\angle ABC = \angle ADB$, 所以 $\angle ABE = \angle ADF$ 。

因为 $AB = AD$, $\angle BAE = \angle DAF$, 所以 $\triangle ABE \cong \triangle ADF$ (ASA), 所以

$AE = AF$, 所以 $\angle AFE = \angle AEF$ 。

因为 $\angle BAD = \angle EAF$, $\angle ABD = \angle ADB$, 所以 $\angle ABD = \angle AFE$ 。因为 $AD \perp EF$, 所以 $\angle DAF + \angle AFE = 90^\circ$ 。

又因为 $\angle DAF = \angle BAE$, $\angle ABD = \angle AFE$, 所以 $\angle OAB + \angle OBA = 90^\circ$, 所以 $\angle AOB = \angle AOF = 90^\circ$, 所以 $\angle AFD = 90^\circ - \angle EAF = 90^\circ - \alpha$ 。因为 $\angle CEA = \angle AFD$, 所以 $\angle CEA = 90^\circ - \alpha$ 。



第 28 题图③

期末练习二

① B ② B ③ B ④ C ⑤ C ⑥ C [提示: ①③④正确。]

⑦ $3x - 5 > 0$ ⑧ -2 ⑨ 22.5° ⑩ 116° ⑪ 100°

⑫ $\angle A = \angle C$ (或 $\angle B = \angle D$) ⑬ 28 ⑭ 1 cm^2 ⑮ 6

⑯ 24 ⑰ 5 ⑱ ④⑤ ⑲ $m \geq 3$ ⑳ 71° 或 19° ㉑ $x \geq 1$

㉒ 由 $2x - 7 < 3(x - 1)$, 得 $x > -4$ 。由 $\frac{4}{3}x + 3 \geq 1 - \frac{2}{3}x$, 得 $x \geq -1$ 。所以不等式组的解

集是 $x \geq -1$ 。在数轴上表示不等式组的解集是:

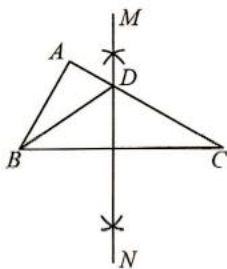
⑳ 设小李后来的速度为 $x \text{ km/h}$, 由题意得 $20 \times 0.8 + (\frac{26}{20} - 0.8 - 0.1)x \geq 26$, 解得 $x \geq 25$,

为了不迟到, 小李后来的速度至少得是 25 km/h 。

㉑ (1) 如图, 直线 MN 即为所求;

(2) 如图, 因为 $\angle A = 90^\circ$, $\angle ABD = 25^\circ$, 所以 $\angle ADB = 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 。

由(1)知, MN 为线段 BC 的垂直平分线, 所以 $BD = CD$, 所以 $\angle C = \angle DBC = \frac{1}{2} \angle ADB = 32.5^\circ$ 。



第 24 题图

㉒ 两直线平行, 内错角相等 对顶角相等 AE, FE , 全等三角形的对应边相等 $\angle BAF, \angle FBA, BF$, 等角对等边 $BE \perp AF$, 等腰三角形三线合一

㉓ (1) 相等。理由如下:

因为伞柄 AP 始终平分同一平面内两条伞骨所成的 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAD = \angle CAD$ 。



在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中, $\begin{cases} AB=AC, \\ \angle BAD=\angle CAD, \text{所以 } \triangle ABD \cong \triangle ACD(\text{SAS}), \text{所以 } BD=CD. \\ AD=AD, \end{cases}$

(2) 因为 $\angle BAC=150^\circ$, AP 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 150^\circ=75^\circ$.

又因为 $\angle MBD=120^\circ$, $\angle MBD=\angle BAD+\angle BDA$, 所以 $\angle BDA=\angle MBD-\angle BAD=120^\circ-75^\circ=45^\circ$. 因为 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$, 所以 $\angle CDA=\angle BDA=45^\circ$.

27 (1) 因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $\angle A=\angle B=\angle ACB=60^\circ$.

因为 $DE \parallel AB$, 所以 $\angle B=\angle EDC=60^\circ$, $\angle A=\angle CED=60^\circ$, 所以 $\angle EDC=\angle ECD=\angle DEC=60^\circ$. 因为 $EF \perp ED$, 所以 $\angle DEF=90^\circ$, 所以 $\angle F=30^\circ$.

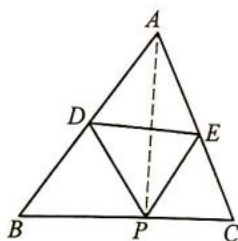
(2) 因为 $\angle F+\angle FEC=\angle ECD=60^\circ$, 所以 $\angle F=\angle FEC=30^\circ$, 所以 $CE=CF$.

因为 $\angle EDC=\angle ECD=\angle DEC=60^\circ$, 所以 $CE=DC=2$. 所以 $CF=2$.

因此 $DF=DC+CF=2+2=4$.

28 (1) 24.

(2) 连接 AP , 如图①, 设 $\angle DAP=\alpha$, $\angle EAP=\beta$, 因为 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, 所以 $\triangle ADE \cong \triangle PDE$, 所以 $AD=PD$, $AE=PE$, 所以 $\angle DPA=\angle DAP=\alpha$, $\angle EPA=\angle EAP=\beta$, 所以 $\angle BDP=2\alpha$, $\angle PEC=2\beta$.



第 28 题图①

因为 $\triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等腰三角形, 且 $\angle B$ 、 $\angle C$ 都为顶角, 所以 $BD=BP$, $CP=CE$, 所以 $\angle BPD=\angle BDP=2\alpha$, $\angle CPE=\angle CEP=2\beta$.

因为 $\angle BPD+\angle DPE+\angle CPE=180^\circ$, 所以 $3\alpha+3\beta=180^\circ$, 所以 $\alpha+\beta=60^\circ$, 即 $\angle BAC=60^\circ$.

(3) 点 P 到边 AB 、 AC 的距离相等. 理由如下:

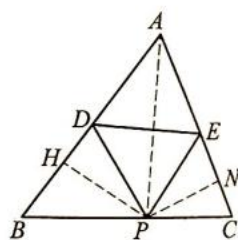
连接 AP , 过 P 作 $PH \perp AB$ 于点 H , $PN \perp AC$ 于点 N , 如图②.

因为 DE 为 $\triangle ABC$ 的完美翻折线, 所以 $\triangle ADE \cong \triangle PDE$, $\triangle BDP$ 和 $\triangle PEC$ 是等腰三角形.

设 $\angle DAP=\alpha$, $\angle EAP=\beta$, 所以 $\angle DPA=\angle DAP=\alpha$, $\angle EPA=\angle EAP=\beta$, 所以 $\angle BDP=2\alpha$, $\angle PEC=2\beta$.

因为 $\angle B$ 、 $\angle EPC$ 为顶角, 所以 $BD=BP$, $PE=PC$, 所以 $\angle BPD=\angle BDP=2\alpha$, $\angle PEC=\angle PCE=2\beta$, 所以 $\angle EPC=180^\circ-4\beta$.

因为 $\angle BPD+\angle DPE+\angle EPC=180^\circ$, 所以 $2\alpha+\alpha+\beta+180^\circ-4\beta=180^\circ$, 所以 $\alpha=\beta$, 证 $\triangle AHP \cong \triangle ANP$, 得 $PH=PN$.



第 28 题图②

